

## SDLL127 – Ligne d'arbres avec rotor à section circulaire variable

---

### Résumé :

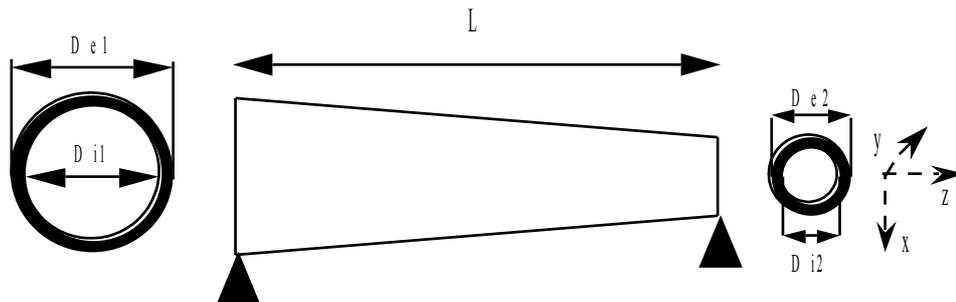
Ce test permet de valider le calcul des modes en rotation d'un système d'arbres au repos ou tournant avec un rotor à section variable.

Dans ce test, on a un modèle de rotor à section circulaire variable reposant sur deux paliers disques dont les matrices de raideur et d'amortissement sont symétriques. Cet exemple est tiré du manuel de qualification de CADYRO, [bib1], logiciel éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

La structure est composée d'un rotor de longueur  $L$  à section circulaire variable avec deux paliers infiniment rigides au niveau des appuis. Les diamètres de la section du rotor varient de manière linéaire en fonction de la longueur.



### 1.2 Propriétés du matériau

Les caractéristiques géométriques et matériau sont listées dans le tableau suivant.

|                  |   |                      |             |
|------------------|---|----------------------|-------------|
| Matériau         | $E = 210^{11} N/m^2$                        | $\rho = 7800 kg/m^3$ | $\nu = 0.3$ |
| Longueur rotor   | $L = 1 m$                                   |                      |             |
| Diamètre section | diamètre extérieur initial                  | $De1 = 0,2 m$        |             |
|                  | diamètre extérieur final                    | $De2 = 0,1 m$        |             |
| Épaisseur        | en tout point du rotor : $De - Di = 0,04 m$ |                      |             |

Tableau 1.2-1

Les coefficients en translation des paliers sont :  $K_{xx} = K_{yy} = 1.0E + 12 kg.s^{-2}$   
 $K_{xy} = K_{yx} = 0.0 kg.s^{-2}$

$$C_{xx} = C_{yy} = C_{xy} = C_{yx} = 0.0 kg.s^{-1}$$

Les coefficients en torsion des paliers sont :  $K_{rz} = K_{ry} = 1.0E + 12 kg.s^{-2}$   
 $K_{xy} = K_{yx} = 0.0 kg.s^{-2}$

$$C_{rx} = C_{ry} = C_{xy} = C_{yx} = 0.0 kg.s^{-1}$$

### 1.3 Conditions aux limites

Le rotor est appuyé sur deux paliers rigides aux deux extrémités.

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul

La méthode utilisée pour la solution de référence est purement numérique. En effet, les résultats de référence sont obtenus par une discrétisation en éléments de poutre à section circulaire constante. Les valeurs de référence ont été encadrées par les résultats de deux modélisations :

1. La première, approchant la solution exacte par valeurs inférieures, consiste à affecter à chaque élément la section circulaire constante de diamètre égal au diamètre du rotor étudié au droit du nœud initial de l'élément.
2. La deuxième, approchant la solution exacte par valeurs supérieures, consiste à affecter à chaque élément la section circulaire constante de diamètre égal au diamètre du rotor étudié au droit du nœud final de l'élément.

Chaque modélisation utilise un découpage régulier du rotor en 2000 éléments de poutre à section circulaire constante. Les résultats numériques ont été aussi comparés avec ceux issus du code CADYRO et l'incertitude sur les valeurs de référence est d'au plus 0.02 %.

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Les résultats de Code\_Aster donnent à la fois les fréquences des modes de flexion, de torsion et de traction/compression. Le nombre de modes calculés est 12.

### 2.3 Références bibliographiques

- CADYRO, logiciel éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors en flexion.

## 3 Modélisation A

---

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le rotor est maillé en 100 éléments finis d'arbre de type `POU_D_T` régulièrement répartis et comporte 2 éléments discrets de type `DIS_TR` pour la modélisation des paliers.

Nombre de nœuds : 101

Nombre et type d'éléments :  
100 SEG2  
2 PO11

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs des 12 premières fréquences à l'arrêt et pour la vitesse de rotation  $4000 \text{ tr/min}$ , pour les deux méthodes de calcul, sont présentées dans le tableau ci-dessous

| N° Fréq | Vitesse de rotation<br>( tr / mn ) | Rotor ASTER avec arbre à section variable | Calcul ASTER avec arbre à section constante finement maillé |
|---------|------------------------------------|---|---|
|         |                                    | $F$ ( Hz )                                | $F$ ( Hz )  |
| 1       | 0                                  | 331.98                                    | 332.14  |
|         | 4000                               | 330.70                                    | 331.51  |
| 2       | 0                                  | 331.98                                    | 332.14  |
|         | 4000                               | 333.27                                    | 334.10  |
| 3       | 0                                  | 1190.63                                   | 1193.81   |
|         | 4000                               | 1187.86                                   | 1196.30   |
| 4       | 0                                  | 1190.63                                   | 1193.81   |
|         | 4000                               | 1193.41                                   | 1202.05   |
| 5       | 0                                  | 1607.18                                   | 1607.19   |
|         | 4000                               | 1607.18                                   | 1607.19   |
| 6       | 0                                  | 2280.85                                   | 2291.51   |
|         | 4000                               | 2277.40                                   | 2304.73   |
| 7       | 0                                  | 2280.85                                   | 2291.51   |
|         | 4000                               | 2284.30                                   | 2312.08   |
| 8       | 0                                  | 2511.69                                   | 2512.22   |
|         | 4000                               | 2511.69                                   | 2512.22   |
| 9       | 0                                  | 3160.76                                   | 3160.39   |
|         | 4000                               | 3160.76                                   | 3160.39   |
| 10      | 0                                  | 3463.02                                   | 3520.23   |
|         | 4000                               | 3459.57                                   | 3516.43   |
| 11      | 0                                  | 3463.02                                   | 3520.23   |
|         | 4000                               | 3466.47                                   | 3524.02   |
| 12      | 0                                  | 4674.57                                   | 4724.14   |
|         | 4000                               | 4671.40                                   | 4724.14   |

**Tableau 3.3-1 : Fréquences propres obtenues par les calculs direct et indirect**

De plus, on vérifie également le calcul de la masse des éléments avec variation homothétique de la section. Le calcul de la masse est exact uniquement quand le rapport  $R_1/R_2 = Ep_1/Ep_2$ . Dans le cas contraire, il faut un maillage suffisamment fin pour atténuer l'erreur commise. Voir [R3.08.01].

L'erreur est la plus important sur le dernier élément (M40). La masse de cet élément est de 0.99549 kg. La masse totale du rotor est de 63.7115 kg.

## 4 Modélisation B

---

### 4.1 Caractéristiques du maillage

Le rotor est maillé en 2000 éléments finis d'arbre de type `POU_D_T` régulièrement répartis et comporte 2 éléments discrets de type `DIS_TR` pour la modélisation des paliers.

Nombre de nœuds : 2001

Nombre et type d'éléments :  
2000 SEG2  
2 PO11

## 4.2 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs des 12 premières fréquences à l'arrêt et pour la vitesse de rotation 4000 *tr/min* sont présentées dans le tableau ci-dessous :

| N° Fréq | Vitesse de rotation<br>( <i>tr/mn</i> ) | Calcul ASTER avec arbre à section constante<br>finement maillé |
|---------|---|--|
|         |   | <i>F</i> ( <i>Hz</i> )   |
| 1       | 0                                       | 332.87   |
|         | 4000                                    | 331.57   |
| 2       | 0                                       | 332.87   |
|         | 4000                                    | 334.16   |
| 3       | 0                                       | 1199.05  |
|         | 4000                                    | 1196.20  |
| 4       | 0                                       | 1199.05  |
|         | 4000                                    | 1201.90  |
| 5       | 0                                       | 1607.17  |
|         | 4000                                    | 1607.17  |
| 6       | 0                                       | 2306.00  |
|         | 4000                                    | 2302.89  |
| 7       | 0                                       | 2306.00  |
|         | 4000                                    | 2310.09  |
| 8       | 0                                       | 2511.60  |
|         | 4000                                    | 2511.60  |
| 9       | 0                                       | 3160.39  |
|         | 4000                                    | 3160.39  |
| 10      | 0                                       | 3520.80  |
|         | 4000                                    | 3509.10  |
| 11      | 0                                       | 3520.80  |
|         | 4000                                    | 3516.40  |
| 12      | 0                                       | 4724.14  |
|         | 4000                                    | 4724.10  |

Tableau 4.2-1 : Fréquences propres obtenues par QZ

## 5 Modélisation C

---

### 5.1 Caractéristiques du maillage

Le rotor est maillé en 2000 éléments finis d'arbre de type `POU_D_T` régulièrement répartis et comporte 2 éléments discrets de type `DIS_TR` pour la modélisation des paliers.

Nombre de nœuds : 2001

Nombre et type d'éléments:  
2000 SEG2  
2 PO11

## 5.2 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs des 12 premières fréquences à l'arrêt et pour la vitesse de rotation  $4000 \text{ tr/min}$  sont présentées dans le tableau ci-dessous

| N° Fréq | Vitesse de rotation<br>( <i>tr/mn</i> ) | Calcul ASTER avec arbre à section constante<br>finement maillé |
|---------|---|--|
|         |   | <i>F</i> ( <i>Hz</i> )   |
| 1       | 0                                       | 332.74   |
|         | 4000                                    | 331.45   |
| 2       | 0                                       | 332.74   |
|         | 4000                                    | 334.04   |
| 3       | 0                                       | 1198.72  |
|         | 4000                                    | 1195.87  |
| 4       | 0                                       | 1198.72  |
|         | 4000                                    | 1201.57  |
| 5       | 0                                       | 1607.20  |
|         | 4000                                    | 1607.19  |
| 6       | 0                                       | 2306.00  |
|         | 4000                                    | 2302.42  |
| 7       | 0                                       | 2306.00  |
|         | 4000                                    | 2309.60  |
| 8       | 0                                       | 2512.58  |
|         | 4000                                    | 2511.58  |
| 9       | 0                                       | 3160.40  |
|         | 4000                                    | 3160.40  |
| 10      | 0                                       | 3520.20  |
|         | 4000                                    | 3508.60  |
| 11      | 0                                       | 3520.20  |
|         | 4000                                    | 3515.90  |
| 12      | 0                                       | 4724.15  |
|         | 4000                                    | 4724.20  |

Tableau 5.2-1 : Fréquences propres obtenues par QZ

## 6 Synthèse des résultats

---

Ce cas-test permet de valider numériquement la prise en compte lignes d'arbres à section circulaire variable. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les valeurs de référence, issues de deux modélisations très fines approchant la solution exacte par valeurs inférieures et supérieures.

Le calcul de la masse des éléments dont la section varie de manière homothétique est vérifié à moins de  $10^{-2}\%$  .