

SDLL125 – Diagramme de Campbell d'une poutre en rotation avec 2 disques et 2 paliers non symétriques soumise à la gyroscopie

Résumé :

Ce test permet de valider le calcul des modes en rotation d'un système d'arbres tournant selon l'axe de rotation Z avec la macro `CALC_MODE_ROTATION` et du diagramme de Campbell avec la macro `IMPR_DIAG_CAMPBELL`, de mettre en évidence l'instabilité. Cette validation concerne aussi bien les vitesses de rotation positives (modélisation A) que les vitesses de rotation négatives (modélisation B). La modélisation C, quant à elle, valide la prise en compte d'un système d'arbres tournant selon l'axe de rotation Y .

Dans ce test, on a un modèle de rotor avec deux disques, supporté par deux paliers hydrodynamiques, dont les matrices de raideur et d'amortissement sont non symétriques. Cet exemple ainsi que les résultats de référence correspondants sont tirés du manuel de qualification de ROTORINSA, [bib2], logiciel éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors en flexion.

Une bonne concordance est observée entre les résultats de Code_Aster et la solution de référence.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Un modèle de rotor supporté par 2 paliers (nœuds $B1$ et $B2$ sur la figure ci-dessous), dont les matrices de raideur et d'amortissement sont non symétriques. Il est composé de 3 disques, et 3 sections d'arbre.

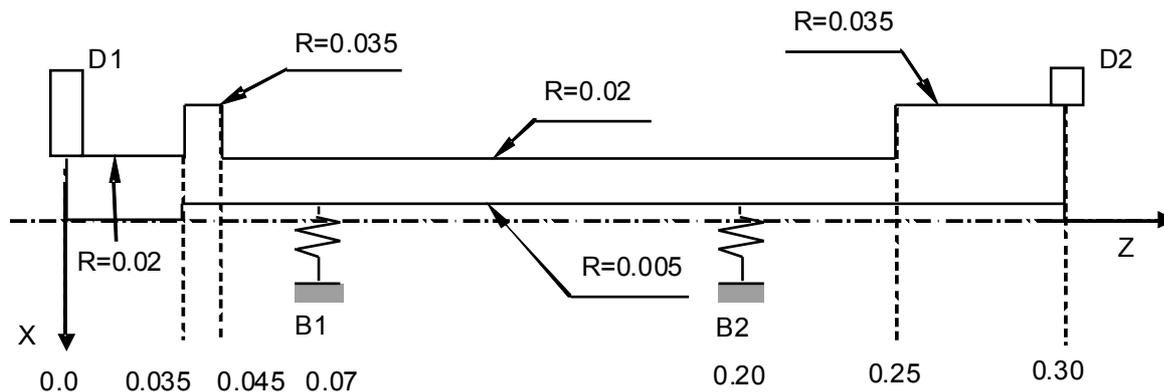


Figure 1.1-a-a : Modèle de rotor avec 2 disques et 2 paliers asymétriques

1.2 Propriétés du matériau

Les caractéristiques géométriques et matériau sont listées dans le tableau suivant.

Matériau		$E = 2.10^{11} \text{ N/m}^2$	$\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$	$\nu = 0.3$
Disque	D1	$M = 3.5 \text{ kg}$	$I_D = 3.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$	$I_P = 7.10^{-3} \text{ kg m}^2$
	D2	$M = 3.0 \text{ kg}$	$I_D = 3.0 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2$	$I_P = 6.10^{-3} \text{ kg m}^2$

1.3 Conditions aux limites

Pour bloquer les mouvements de type corps rigide dans la direction Z , on bloque le degré de liberté DZ au nœud palier BI .

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Les résultats de référence sont donnés par ROTORINSA, code aux éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors en flexion. Les paramètres suivants ont été utilisés pour les résultats de référence :

- Le calcul porte sur un nombre de modes en rotation $NVES=8+4$, dans ROTORINSA.
- La plage de vitesses de rotation est définie de 0 à 60000 *tr/mn* avec un pas 5000 *tr/mn* .

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Les Résultats de ROTORINSA donnent les fréquences des modes en flexion.

Le calcul des modes en rotation est effectué avec Code_Aster en utilisant la même modélisation que ROTORINSA. Les résultats de Code_Aster donnent à la fois les fréquences des modes de flexion, de torsion et de traction/compression. Le nombre de modes calculés est 20.

2.3 Références bibliographiques

- 1.M. LALANNE, G. FERRARIS, " Rotordynamics Prediction in Engineering ", Second Edition, Wiley, 2001.
- 2.ROTORINSA, logiciel éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors en flexion, LaMCoS UMR5259, INSA-Lyon.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un système d'arbres tournant selon l'axe Z avec des vitesses de rotation positives. Les caractéristiques des paliers sont renseignés dans le tableau qui suit.

Palier	$P1$	$K_{yy} = 8.10^7 \text{ N/m}$	$K_{xx} = 1.10^8 \text{ N/m}$
		$K_{yx} = -1.10^7 \text{ N/m}$	$K_{xy} = -6.10^7 \text{ N/m}$
		$C_{yy} = 8.10^3 \text{ Ns/m}$	$C_{xx} = 1.210^4 \text{ Ns/m}$
		$C_{yx} = -3.10^3 \text{ Ns/m}$	$C_{xy} = -3.10^3 \text{ Ns/m}$

Palier	$P2$	$K_{yy} = 5.10^7 \text{ N/m}$	$K_{xx} = 7.10^7 \text{ N/m}$
		$K_{yx} = -2.10^6 \text{ N/m}$	$K_{xy} = -4.10^7 \text{ N/m}$
		$C_{yy} = 6.10^3 \text{ Ns/m}$	$C_{xx} = 8.10^3 \text{ Ns/m}$
		$c_{yx} = -1.510^3 \text{ Ns/m}$	$C_{xy} = -1.510^3 \text{ Ns/m}$

3.2 Caractéristiques du maillage

Le rotor est maillé en 12 éléments finis d'arbre de type `POU_D_T` et comporte 4 éléments discrets de type `DIS_TR` pour la modélisation des disques et des paliers.

Nombre de nœuds : 13
Nombre et type d'éléments : 12 SEG2
4 POI1

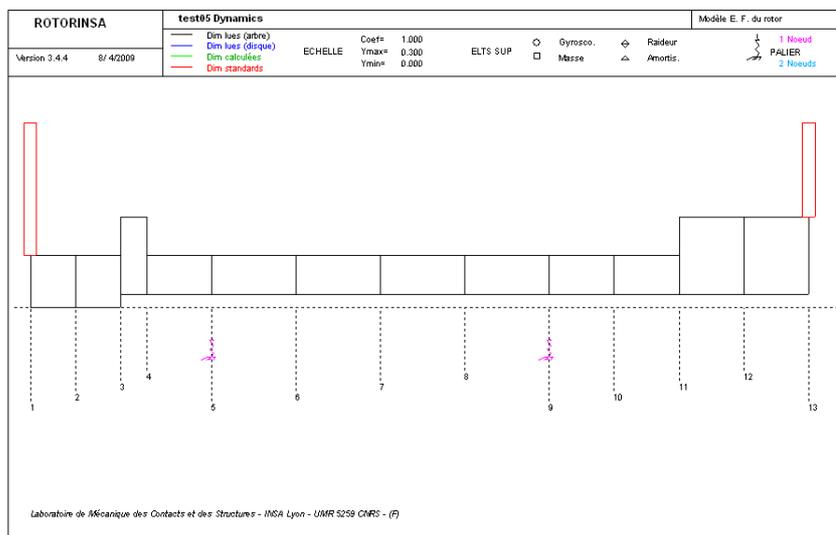


Figure 1-b : Caractéristique du modèle éléments finis sous ROTORINSA

3.3 Grandeurs testées et résultats

3.3.1 Fréquences propres en fonction de la vitesse de rotation

Les valeurs des 8 premières fréquences de flexion pour les vitesses 0 tr/mn et 60000 tr/mn , pour les deux logiciels, sont présentées dans le tableau ci-dessous

N° Fréq en flexion	Vitesse de rotation (tr/min)	ROTORINSA		Code_Aster	
		F (Hz)	Facteur d'amortissement	Tolérances de F (Hz)	Tolérances d'amortissement réduit
1	0	2.16212E+02	4.76544E-02	1.E-3	1.E-3
	60000	1.85365E+02	-5.17463E-02	1.E-3	1.1E-3
2	0	2.63539E+02	7.87281E-02	1.E-3	6.E-3
	60000	2.96078E+02	1.55245E-01	1.E-3	5.E-3
3	0	3.83210E+02	5.01438E-02	1.E-3	14.E-3
	60000	3.24718E+02	1.57489 E-03	1.E-3	7.E-3
4	0	4.39642E+02	6.02275E-02	1.E-3	12.E-3
	60000	4.72541E+02	1.59683E-01	1.2E-3	3.E-3

Tableau 2-a : Fréquences propres de type flexion pour Code_Aster et ROTORINSA

Les fréquences obtenues sont en adéquation parfaite avec celles de ROTORINSA.
On constate une instabilité du premier mode, qui apparaît à $16\,760 \text{ tr/mn}$.

Dans Code_Aster, on observe aussi des fréquences et des modes de torsion et de modes de traction/compression. Ces modes ne sont pas calculés par ROTORINSA, car il modélise uniquement le comportement en flexion. Les valeurs de ces fréquences sont testées en `NON_REGRESSION` et ce seulement à l'arrêt. En effet, les modes de torsion et de traction sont, par définition, invariants par rapport à la vitesse de rotation.

En résumé dans le tableau ci-dessous, sont présentés, les nombres les fréquences calculées et utilisées dans le tracé du diagramme de Campbell dans Code_Aster.

Nombre de valeurs propres détectées : 20
Nombre de fréquences demandées pour le tracé : 10

	calculés	tracés
Nombre de fréquences totales	20	10
Nombre de fréquences en flexion	14	8
Nombre de fréquences torsion	3	1
Nombre de fréquences traction/compression	3	1

Tableau 2-d : Fréquences calculées et tracées (Code_Aster)

3.3.2 Diagramme de Campbell

Le diagramme de Campbell obtenue dans Code-Aster en suivant les modes de flexion par comparaison de forme (matrices MAC) correspond parfaitement à celui obtenu par ROTORINSA.

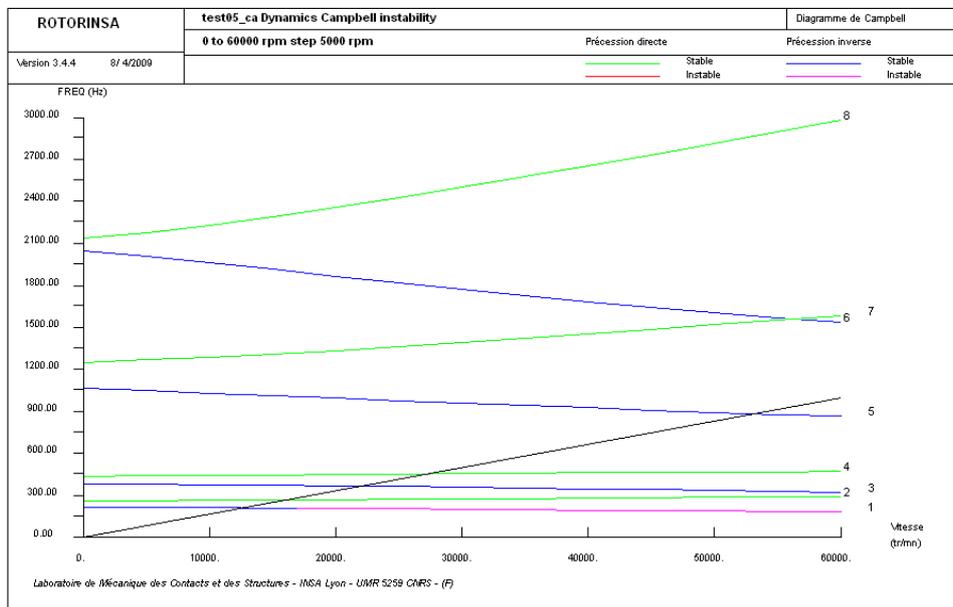


Figure 3-a : Diagramme de Campbell en flexion donné par ROTORINSA

Diagramme de Campbell, méthode de calcul QZ

Modes en flexion, tri MAC

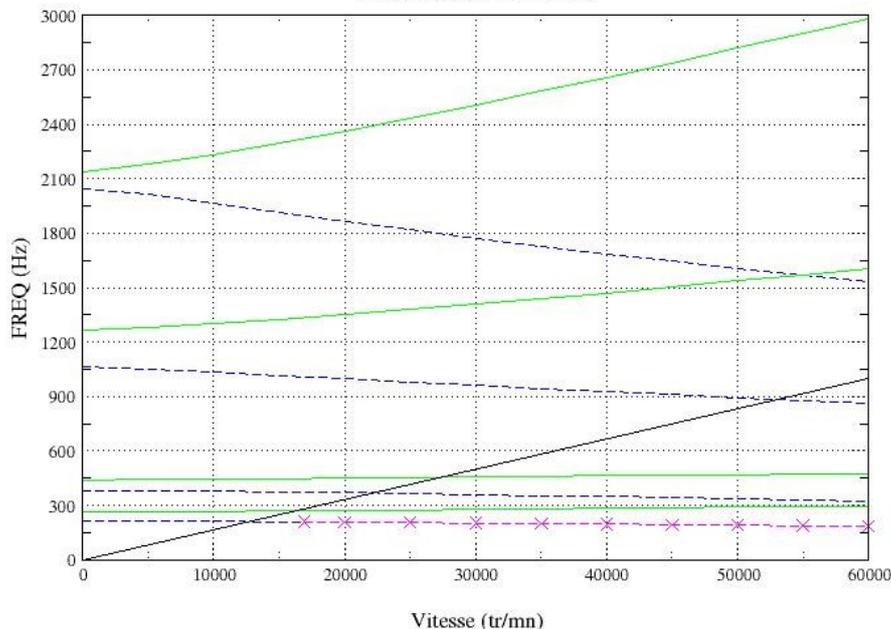


Figure 3-b : Diagramme de Campbell en flexion donnée par Code_Aster

Il y a une instabilité du premier mode, elle apparaît en couleur magenta, style tirets longs, marqueur X, sur le diagramme de Campbell de Code_Aster.

On observe en plus le suivi des modes de torsion et de traction/compression. Pour cette application, ces modes sont invariants par rapport à la vitesse de rotation et donc les courbes d'évolution sont des lignes horizontales.

Diagramme de Campbell

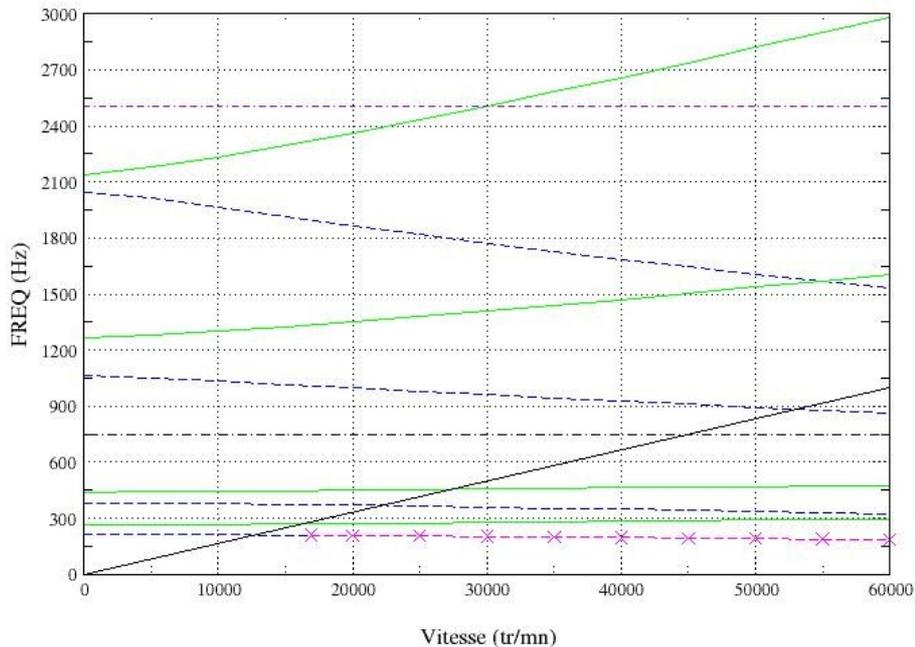


Figure 3-c : Diagramme de Campbell en flexion, torsion et traction-compression

Pour les modes de torsion : couleur de trait noir, style un tiret, un pointillé.

Pour les modes de traction/compression : couleur de trait violet, style deux tirets, un pointillé.

3.3.3 Vitesses critiques (Points d'intersection avec les droites $Y = SX$)

Les vitesses critiques éventuelles dues aux balourds ou à des forces tournantes synchrones à la vitesse du rotor, sont obtenues par les intersections de la droite de pente $S=1$ avec les courbes d'évolution des fréquences. Elles sont renseignées dans le fichier de sortie d'unité 25 de la commande IMPR_DIAG_CAMPBELL.

Le tableau ci-dessous montre que Les points d'intersection pour les modes en flexion obtenus sont en adéquation parfaite avec ceux de ROTORINSA.

ROTORINSA $S=1$		Code-Aster $S=1$	
Vitesse (<i>tr/mn</i>)	Fréquence (<i>Hz</i>)	Vitesse (<i>tr/mn</i>)	Fréquence (<i>Hz</i>)
12688.88	211.48	12686.01	211.43
16220.54	270.34	16219.49	270.32
22086.98	368.12	22084.57	368.08
27373.72	456.23	27377.79	456.30
53122.26	885.37	53112.41	885.21

Tableau 4-a : Vitesses critiques par Code_Aster et ROTORINSA

Mode en Torsion

Points d'intersection avec la droite $Y = SX$, avec $S=1.00$

Vitesse = 44944.08 *tr/mn*, Fréquence = 749.07 *Hz*

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un système d'arbres tournant selon l'axe Z avec des vitesses de rotation négatives. Pour obtenir les mêmes résultats que la modélisation A (au signe moins près), il faut mettre un signe moins sur les termes croisés des matrices de raideur et d'amortissement. Les caractéristiques des paliers sont renseignés dans le tableau qui suit.

Palier	$P1$	$K_{yy} = 8.10^7 N/m$	$K_{xx} = 1.10^8 N/m$
		$K_{yx} = 1.10^7 N/m$	$K_{xy} = 6.10^7 N/m$
		$C_{yy} = 8.10^3 Ns/m$	$C_{xx} = 1.2 10^4 Ns/m$
		$C_{yx} = 3.10^3 Ns/m$	$C_{xy} = 3.10^3 Ns/m$

Palier	$P2$	$K_{yy} = 5.10^7 N/m$	$K_{xx} = 7.10^7 N/m$
		$K_{yx} = 2.10^6 N/m$	$K_{xy} = 4.10^7 N/m$
		$C_{yy} = 6.10^3 Ns/m$	$C_{xx} = 8.10^3 Ns/m$
		$C_{yx} = 1.5 10^3 Ns/m$	$C_{xy} = 1.5 10^3 Ns/m$

Par conséquent, les précessions des modes sont aussi inversées, c'est à dire que les modes directs deviennent rétrogrades et vice-versa.

4.2 Caractéristiques du maillage

Le rotor est maillé en 12 éléments finis d'arbre de type `POU_D_T` et comporte 4 éléments discrets de type `DIS_TR` pour la modélisation des disques et des paliers.

Nombre de nœuds : 13
Nombre et type d'éléments: 12 SEG2
4 POI1

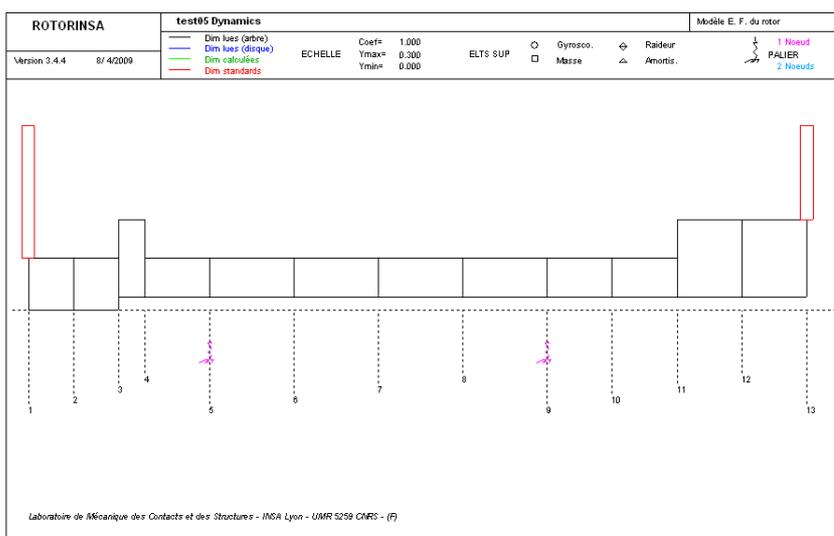


Figure 1-b : Caractéristique du modèle éléments finis sous ROTORINSA

4.3 Grandeurs testées et résultats

4.3.1 Fréquences propres en fonction de la vitesse de rotation

Les valeurs des 8 premières fréquences de flexion pour les vitesses 0 tr/mn et -60000 tr/mn , pour les deux logiciels, sont présentées dans le tableau ci-dessous.

N° Fréq en flexion	Vitesse de rotation (tr/min)	ROTORINSA		Code_Aster	
		$ F (Hz)$	Facteur d'amortissement	Tolérances de $ F (Hz)$	Tolérances d'amortissement réduit
a1	0	2.16212E+02	4.76544E-02	1.E-3	1.E-3
	-60000	1.85365E+02	-5.17463E-02	1.E-3	1.1E-3
2	0	2.63539E+02	7.87281E-02	1.E-3	6.E-3
	-60000	2.96078E+02	1.55245E-01	1.E-3	5.E-3
3	0	3.83210E+02	5.01438E-02	1.E-3	14.E-3
	-60000	3.24718E+02	1.57489 E-03	1.E-3	70.E-3
4	0	4.39642E+02	6.02275E-02	1.E-3	12.E-3
	-60000	4.72541E+02	1.59683E-01	1.2E-3	3.E-3

Tableau 2-a : Fréquences propres de type flexion pour Code_Aster et ROTORINSA

Les fréquences obtenues sont en adéquation parfaite avec celles de ROTORINSA. On constate une instabilité du premier mode, qui apparaît à -16760 tr/mn .

Dans Code_Aster, on observe aussi des fréquences et des modes de torsion et de modes de traction/compression. Ces modes ne sont pas calculés par ROTORINSA, car il modélise uniquement le comportement en flexion. Les valeurs de ces fréquences sont testées en NON REGRESSION et ce seulement à l'arrêt. En effet, les modes de torsion et de traction sont, par définition, invariants par rapport à la vitesse de rotation.

En résumé dans le tableau ci-dessous, sont présentés, les nombres les fréquences calculées et utilisées dans le tracé du diagramme de Campbell dans Code_Aster.

Nombre de valeurs propres détectées : 20
Nombre de fréquences demandées pour le tracé : 10

	calculés	tracés
Nombre de fréquences totales	20	10
Nombre de fréquences en flexion	14	8
Nombre de fréquences torsion	3	1
Nombre de fréquences traction/compression	3	1

Tableau 2-d : Fréquences calculées et tracées (Code_Aster)

4.3.2 Diagramme de Campbell

Le diagramme de Campbell obtenue dans Code-Aster en suivant les modes de flexion par comparaison de forme (matrices MAC) correspond parfaitement à celui obtenu par ROTORINSA.

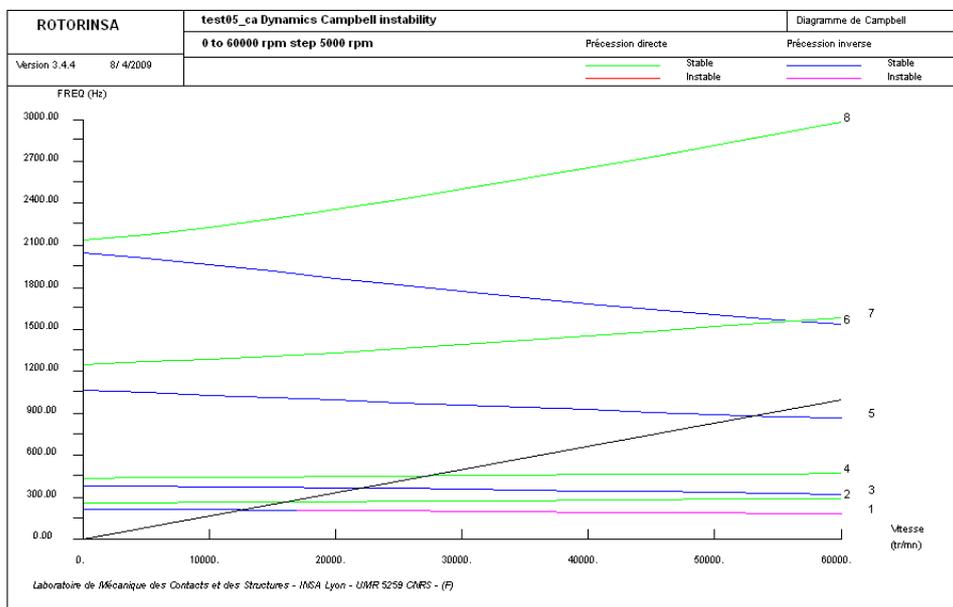


Figure 4-a : Diagramme de Campbell en flexion donné par ROTORINSA

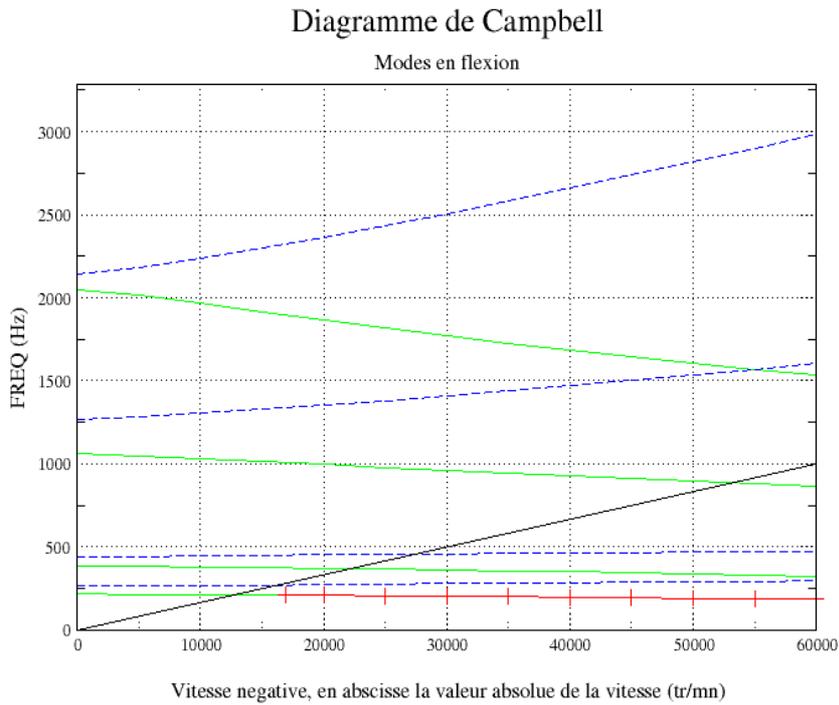


Figure 4-b : Diagramme de Campbell en flexion donnée par Code_Aster

Il y a une instabilité du premier mode, elle apparaît en couleur rouge, style tirets longs, marqueur +, sur le diagramme de Campbell de Code_Aster.

On observe en plus le suivi des modes de torsion et de traction/compression. Pour cette application, ces modes sont invariants par rapport à la vitesse de rotation et donc les courbes d'évolution sont des lignes horizontales.

Diagramme de Campbell

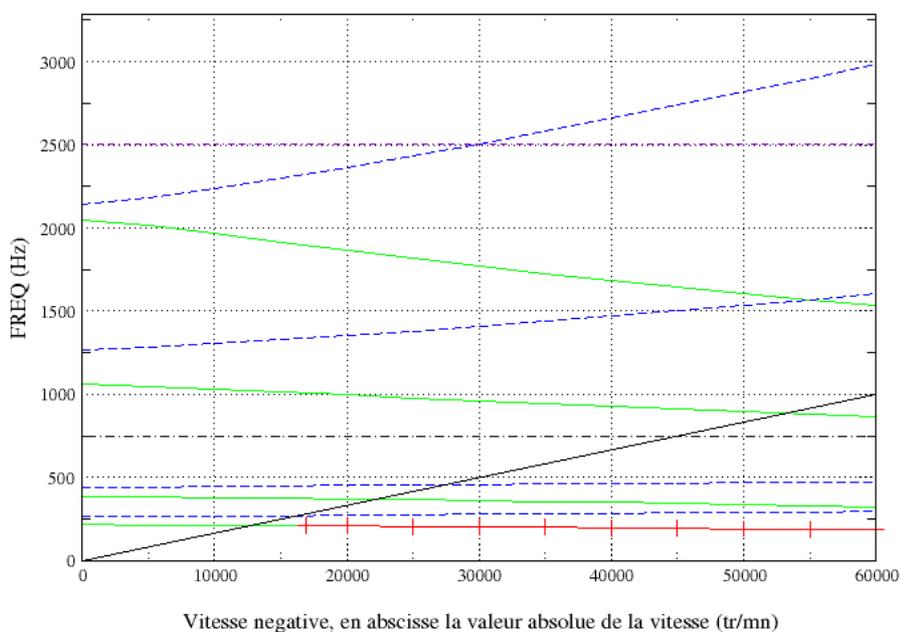


Figure 4-c : Diagramme de Campbell en flexion, torsion et traction-compression

Pour les modes de torsion : couleur de trait noir, style un tiret, un pointillé.

Pour les modes de traction/compression : couleur de trait violet, style deux tirets, un pointillé.

4.3.3 Vitesses critiques (Points d'intersection avec les droites $Y = SX$)

Les vitesses critiques éventuelles dues aux balourds ou à des forces tournantes synchrones à la vitesse du rotor, sont obtenues par les intersections de la droite de pente $S=1$ avec les courbes d'évolution des fréquences.

Le tableau ci-dessous montre que Les points d'intersection pour les modes en flexion obtenus sont en adéquation parfaite avec ceux de ROTORINSA.

ROTORINSA $S=1$		Code-Aster $S=1$	
Vitesse (tr / mn)	Fréquence (Hz)	Vitesse (tr / mn)	Fréquence (Hz)
-12688.88	211.48	-12686.01	211.43
-16220.54	270.34	-16219.49	270.32
-22086.98	368.12	-22084.57	368.08
-27373.72	456.23	-27377.79	456.30
-53122.26	885.37	-53112.41	885.21

Tableau 4-a : Vitesses critiques par Code_Aster et ROTORINSA

Mode en Torsion

Points d'intersection avec la droite $Y = SX$, avec $S=1.00$

$Vitesse = -44944.08$ tr / mn , $|Fréquence| = 749.07$ Hz

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un système d'arbres tournant selon l'axe Y avec des vitesses de rotation positives. Le changement de repère nécessite une nouvelle mise en donnée des caractéristiques des paliers, qui sont renseignés dans le tableau qui suit.

$$\begin{array}{l} \text{Palier } P1 \\ K_{xx} = 8.10^7 \text{ N/m} \quad K_{zz} = 1.10^8 \text{ N/m} \\ K_{xz} = -1.10^7 \text{ N/m} \quad K_{zx} = -6.10^7 \text{ N/m} \\ C_{xx} = 8.10^3 \text{ Ns/m} \quad C_{zz} = 1.210^4 \text{ Ns/m} \\ C_{xz} = -3.10^3 \text{ Ns/m} \quad C_{zx} = -3.10^3 \text{ Ns/m} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Palier } P2 \\ K_{xx} = 5.10^7 \text{ N/m} \quad K_{zz} = 7.10^7 \text{ N/m} \\ K_{xz} = -2.10^6 \text{ N/m} \quad K_{zx} = -4.10^7 \text{ N/m} \\ C_{xx} = 6.10^3 \text{ Ns/m} \quad C_{zz} = 8.10^3 \text{ Ns/m} \\ C_{xz} = -1.510^3 \text{ Ns/m} \quad C_{zx} = -1.510^3 \text{ Ns/m} \end{array}$$

5.2 Caractéristiques du maillage

Le rotor est maillé en 12 éléments finis d'arbre de type `POU_D_T` et comporte 4 éléments discrets de type `DIS_TR` pour la modélisation des disques et des paliers.

Nombre de nœuds : 13
Nombre et type d'éléments : 12 SEG2
4 POI1

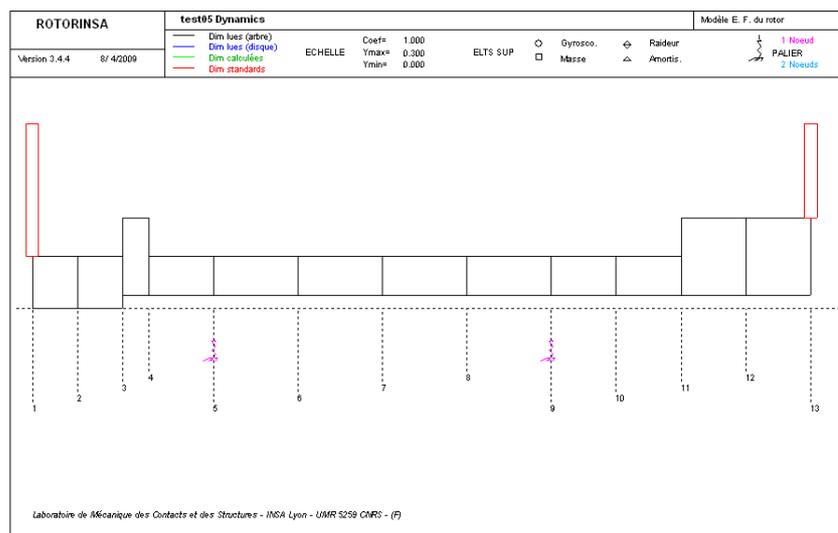


Figure 1-b : Caractéristique du modèle éléments finis sous ROTORINSA

5.3 Grandeurs testées et résultats

5.3.1 Fréquences propres en fonction de la vitesse de rotation

Les valeurs des 8 premières fréquences de flexion pour les vitesses 0 tr/mn et 60000 tr/mn , pour les deux logiciels, sont présentées dans le tableau ci-dessous.

N° Fréq en flexion	Vitesse de rotation (tr/min)	ROTORINSA		Code_Aster	
		F (Hz)	Facteur d'amortissement	Tolérances de F (Hz)	Tolérances d'amortissement réduit
1	0	2.16212E+02	4.76544E-02	1.E-3	1.E-3
	60000	1.85365E+02	-5.17463E-02	1.E-3	1.1E-3
2	0	2.63539E+02	7.87281E-02	1.E-3	6.E-3
	60000	2.96078E+02	1.55245E-01	1.E-3	5.E-3
3	0	3.83210E+02	5.01438E-02	1.E-3	14.E-3
	60000	3.24718E+02	1.57489 E-03	1.E-3	70.E-3
4	0	4.39642E+02	6.02275E-02	1.E-3	11.2E-3
	60000	4.72541E+02	1.59683E-01	1.2E-3	3.E-3

Tableau 2-a : Fréquences propres de type flexion pour Code_Aster et ROTORINSA

Les fréquences obtenues sont en adéquation parfaite avec celles de ROTORINSA. On constate une instabilité du premier mode, qui apparaît à $16\,760 \text{ tr/mn}$.

Dans Code_Aster, on observe aussi des fréquences et des modes de torsion et de modes de traction/compression. Ces modes ne sont pas calculés par ROTORINSA, car il modélise uniquement le comportement en flexion. Les valeurs de ces fréquences sont testées en `NON_REGRESSION` et ce seulement à l'arrêt. En effet, les modes de torsion et de traction sont, par définition, invariants par rapport à la vitesse de rotation.

En résumé dans le tableau ci-dessous, sont présentés, les nombres les fréquences calculées et utilisées dans le tracé du diagramme de Campbell dans Code_Aster.

Nombre de valeurs propres détectées : 20
Nombre de fréquences demandées pour le tracé : 10

	calculés	tracés
Nombre de fréquences totales	20	10
Nombre de fréquences en flexion	14	8
Nombre de fréquences torsion	3	1
Nombre de fréquences traction/compression	3	1

Tableau 2-d : Fréquences calculées et tracées (Code_Aster)

6 Synthèse des résultats

Ce cas-test permet de valider la fonctionnalité Diagramme de Campbell à la fois pour des vitesses de rotation négatives et positives puisqu'on retrouve les mêmes résultats par Code_Aster et par ROTORINSA.