

SDLL11 - Anneau circulaire mince libre-libre

Résumé :

Ce cas-test permet de tester les fréquences et les modes de vibration d'un anneau circulaire en libre-libre.

Huit modélisations sont effectuées, pour chacune d'entre elle on précise la modélisation et le type de maille testées.

La méthode de recherche des fréquences propres utilisée est la méthode de SORESENSEN pour les modélisations A, B, C, D, E, F, G , et la méthode de LANCZOS pour la modélisation I .

•Modélisations 3D

- Modélisation A : maille HEXA20
- Modélisation B : maille HEXA8
- Modélisation C : maille PENTA15
- Modélisation D : maille TETRA10

•Modélisation POU_C_T

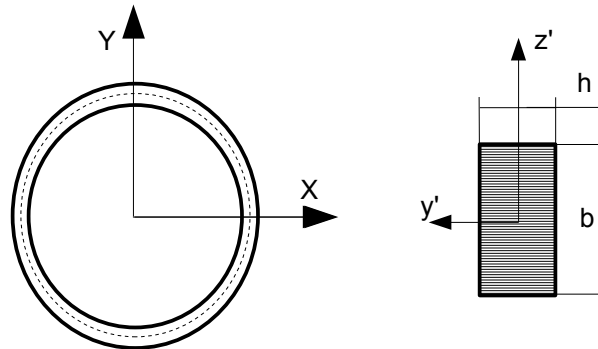
- Modélisation E : maille SEG2

•Modélisations 2D

- Modélisation F : maille QUAD8
- Modélisation G : maille QUAD8
- Modélisation I : maille QUAD8

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Dimension en (m)

- Rayon de courbure moyen $R = 0.1 \text{ m}$
- Epaisseur: $h = 0.005 \text{ m}$
- Largeur: $b = 0.010 \text{ m}$ (plan perpendiculaire)
- Aire: $A = 5 \times 10^{-5} \text{ m}^2$
- Moment d'inertie : $I_z = 1.042 \times 10^{-10} \text{ m}^4$ $I_y = 4.167 \times 10^{-10} \text{ m}^4$
- Moment de torsion: $J = 2.859 \times 10^{-10} \text{ m}^4$

1.2 Propriétés du matériau

- Elastique
- $E = 7.2 \times 10^{10} \text{ Pa}$ Module d'Young
- $\nu = 0.3$ Coefficient de poisson
- $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ Masse volumique

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Déplacements : tous les points de l'anneau sont libres
- Chargement : aucun

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

•Modes de vibration dans le plan

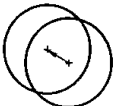
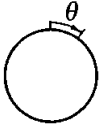
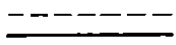
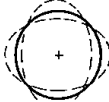
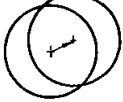
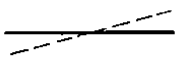
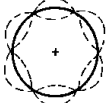
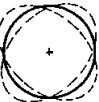
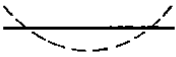
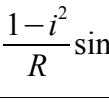
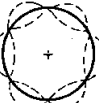
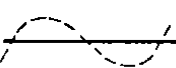
Pour ces modes de vibration, l'équation de flexion des poutres courbes de V. Boussinesq (1883), sans extension de la fibre neutre conduit à :

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{i^2(i^2-1)^2}{i^2+1} \times \frac{EI_z}{\rho AR^4} \right)} \quad i=0,1,2,\dots$$

La solution de référence est établie pour des arcs minces tels que $\alpha R \geq 100 \sqrt{\left(\frac{I_z}{A} \right)}$ avec α , angle au centre en radians.

•Modes de vibration hors plan

Pour les modes de vibrations transverses avec section rectangulaire, la solution a été établie à partir du résultats de deux codes de calculs, utilisant des formulations différentes.

Modes propres dans le plan (coordonnées polaires (i, θ))		Modes propres hors plan	
Symétriques $u'_i = i \cos(i\theta)$ $v'_i = \sin(i\theta)$	Antisymétriques $u'_i = i \sin(i\theta)$ $v'_i = -\cos(i\theta)$ $\theta'_i = -\frac{1-i^2}{R} \cos(i\theta)$		
	$i=0$ Rotation d'ensemble		$i=0$ 
	$i=1$ translation d'ensemble		$i=1$ 
	$i=2$		$i=2$ 
	$i=3$		$i=3$ 
$\theta'_i = -\frac{1-i^2}{R} \sin(i\theta)$			$i=4$ 

2.2 Grandeur de référence

- $FREQ$: fréquence

2.3 Grandeur et résultat de référence

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)
		i	ordre	
Modes dans le plan	$FREQ$	2	4,5	318.36
		3	6,7	900.46
		4	8,9	1726.55
		5	10,11	2792.21
Modes transverses	$FREQ$	2	4,5	511.
		3	6,7	1590.
		4	8,9	3184.

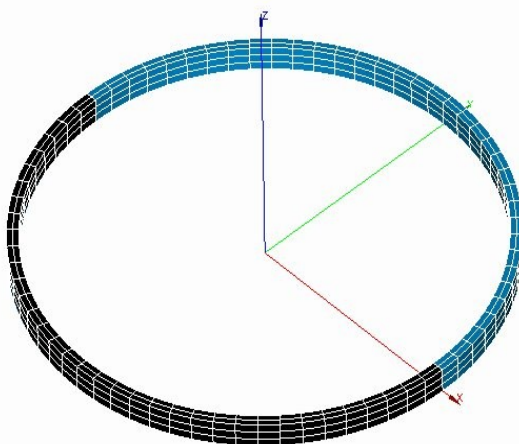
2.4 Références bibliographiques

- [1] Guide de Validation des Progiciels de Calculs des Structures: SFM, AFNOR technique, ISBN: 2-12-486611-7

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation A

- Modélisation 3D



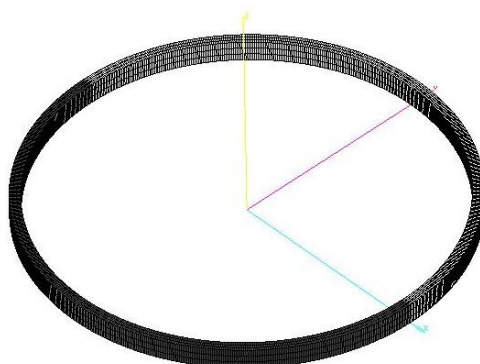
Nombre de nœuds 2952
Nombre de mailles 432 HEXA20

3.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	0.1
		3	6,7	900.46	0.3
		4	8,9	1726.55	0.5
		5	10,11	2792.21	0.8
Modes transverses	<i>FREQ</i>	2	4,5	511.	0.7
		3	6,7	1590.	1.4
		4	8,9	3184.	2.3

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation B



Modélisation 3D :

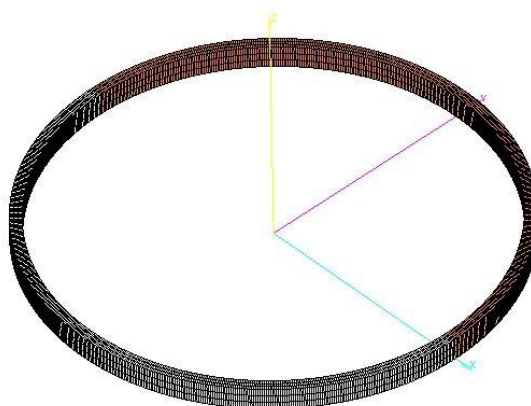
Nombre de nœuds 12800
Nombre de mailles 7200 HEXA8

4.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	1.8
		3	6,7	900.46	1.6
		4	8,9	1726.55	1.35
		5	10,11	2792.21	1.
Modes transverses	<i>FREQ</i>	2	4,5	511.	1.7
		3	6,7	1590.	0.4
		4	8,9	3184.	0.8

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation C



Modélisation 3D :

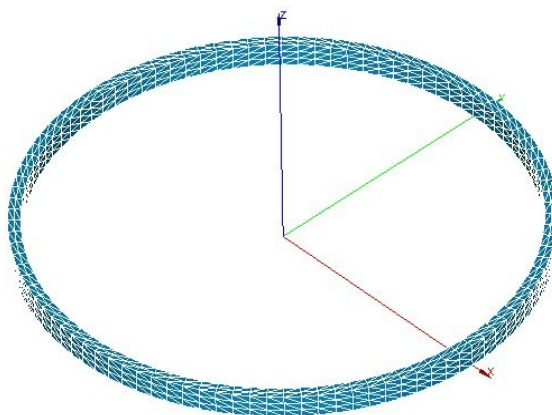
Nombre de nœuds 3528
Nombre de mailles 864 PENTA15

5.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	0.1
		3	6,7	900.46	0.2
		4	8,9	1726.55	0.35
		5	10,11	2792.21	0.6
Modes transverses	<i>FREQ</i>	2	4,5	511.	0.7
		3	6,7	1590.	1.4
		4	8,9	3184.	2.3

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation D



Modélisation 3D :

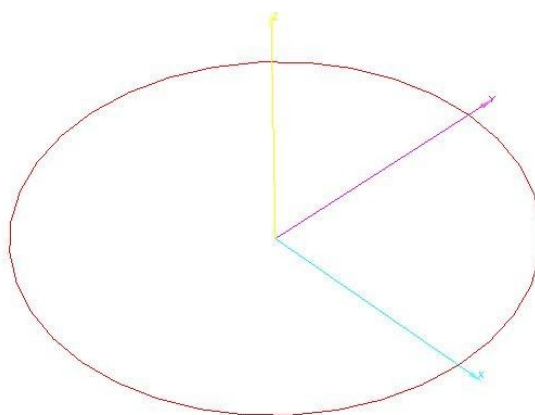
Nombre de nœuds	5824	
Nombre de mailles	2728	TETRA10

6.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		i	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	0.1
		3	6,7	900.46	0.2
		4	8,9	1726.55	0.4
		5	10,11	2792.21	0.7
Modes transverses	<i>FREQ</i>	2	4,5	511.	0.25
		3	6,7	1590.	1.1
		4	8,9	3184.	2.0

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation E



Modélisation POU_C_T :

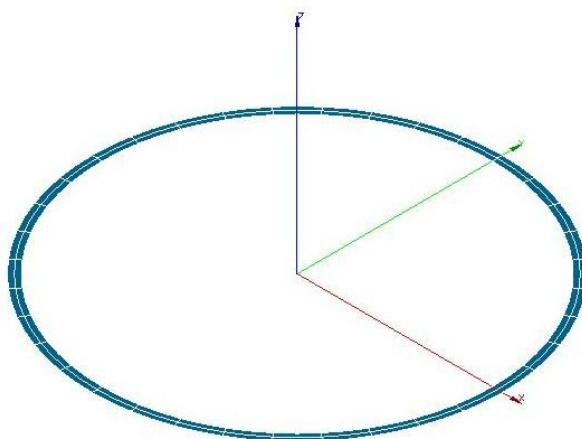
Nombre de nœuds 36
Nombre de mailles 36 SEG2

7.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	0.25
		3	6,7	900.46	0.6
		4	8,9	1726.55	1.1
		5	10,11	2792.21	1.7
Modes transverses	<i>FREQ</i>	2	4,5	511.	0.85
		3	6,7	1590.	1.5
		4	8,9	3184.	2.4

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation F



Modélisation D_PLAN :

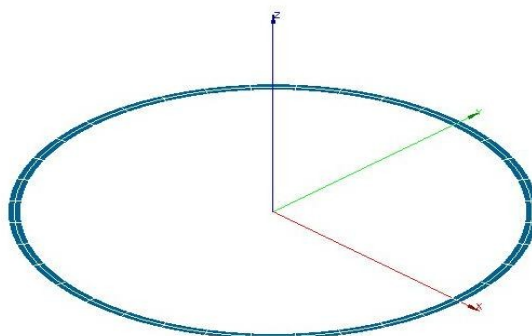
Nombre de nœuds 288
Nombre de mailles 72 QUAD8

8.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	1.4
		3	6,7	900.46	1.6
		4	8,9	1726.55	1.7
		5	10,11	2792.21	2.0

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation G



Modélisation C_PLAN :

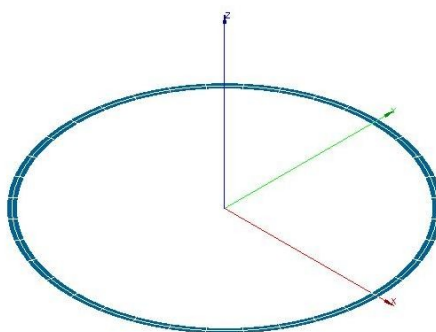
Nombre de nœuds 293
Nombre de mailles 72 QUAD8

9.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	FREQ	2	4,5	318.36	1.4
		3	6,7	900.46	1.6
		4	8,9	1726.55	1.7
		5	10,11	2792.21	2.0

10 Modélisation I

10.1 Caractéristiques de la modélisation I



Modélisation C_PLAN :

Nombre de nœuds	293	
Nombre de mailles	72	QUAD8

10.2 Grandeurs testées et résultats

	Composante	Nature du mode propre		Référence (Hz)	Tolérance (%)
		<i>i</i>	ordre		
Modes dans le plan	<i>FREQ</i>	2	4,5	318.36	1.4
		3	6,7	900.46	1.6
		4	8,9	1726.55	1.7
		5	10,11	2792.21	2.0

11 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus sont satisfaisants.