

SLD02 - Système masse-ressort à 8 degrés de liberté

Résumé :

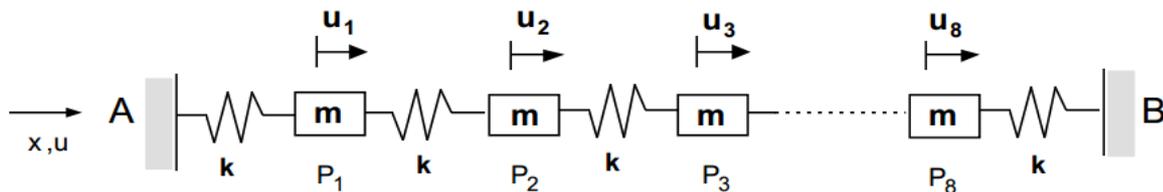
Ce problème bidimensionnel consiste à rechercher les fréquences et les modes de vibration d'une structure mécanique composée de masses et de ressorts. Ce cas-test de Mécanique des Structures correspond à une analyse dynamique d'un modèle discret ayant un comportement linéaire.

Ce test permet une validation complète des options de modélisation de rigidité et de masse discrètes (sans éléments finis) offertes par la commande `AFFE_CARA_ELEM`. Quatre modélisations différentes sont proposées : deux modélisations pour les éléments discrets en translation et deux autres pour les éléments discrets en translation/rotation. Par ailleurs, différentes fonctionnalités des commandes `CALC_MODES` (calcul de valeurs et de vecteurs propres) et `NORME_MODE` (définition de la norme d'un vecteur propre) sont testées.

Ce test fait référence à un test VPCS, mais il a été modifié. En effet, le test `Code_Aster` oriente le système mécanique sur un axe $3y = 4x$, ce qui permet de valider l'entrée des données en repère local.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Masses ponctuelles : $m_{P_1} = m_{P_2} = m_{P_3} = \dots = m_{P_8} = m$

Raideurs de liaison : $k_{AP1} = k_{P1P2} = k_{P2P3} = \dots = k_{P8B} = k$

1.2 Propriétés de matériaux

Ressort de translation élastique linéaire $k = 10^5 \text{ N/m}$
Masse ponctuelle $m = 10 \text{ kg}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Points A et B : encastrés ($u=0$).

1.4 Conditions initiales

Sans objet pour l'analyse modale.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est celle donnée dans la fiche SDLD02/89 du guide VPCS qui présente la méthode de calcul de la façon suivante :

Le problème conduit à rechercher les valeurs propres et vecteurs propres de :

$$(\mathbf{K} - \mathbf{M} \omega_i) \Phi_i = 0$$

$$K = \begin{bmatrix} k & -k & & & & & & & \\ -k & 2k & -k & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & \\ & & & & -k & 2k & -k & & \\ & & & & & -k & k & & \\ & & & & & & & & \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & \\ & m & & & & & & & \\ & & \ddots & & & & & & \\ & & & & m & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

d'où :

$$f_i = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \cos\left(\frac{n+1-i}{(n+1)} \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

n = nombre de masses

Φ_i' calculée par résolution du système linéaire.

2.2 Résultats de référence

8 premières fréquences propres et les premier et huitième vecteurs propres normés tel que :

Le test VPCS fournit des modes normés à $\Phi' M \Phi = 10$. On présente des modes normés :

à la masse généralisée unitaire : $\Phi' M \Phi = 1$; les composantes de référence sont divisées par $\sqrt{10}$,

à la raideur généralisée ce qui revient à diviser les composantes précédentes par ω_i ,
à la plus grande composante de déplacement.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

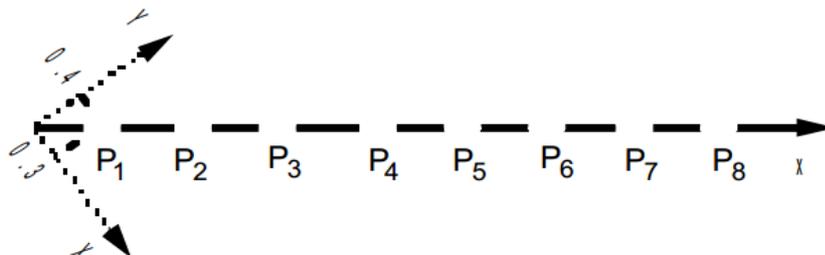
2.4 Références bibliographiques

- [1] M. LALANNE, P. BERTHIER, J. DERHAGOPIAN. Mécanique des vibrations linéaires. Paris : MASSON, 2^e édition, chapitre 3, p. 100-101 (1986)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément discret de rigidité en translation DIS_T



Caractéristiques des éléments :

ORIENTATION : en tous les nœuds avec un angle $\alpha = 53.130102^\circ$

DISCRET :
avec masses nodales tous les nœuds M_T_D_N en repère absolu ($m = 10.$)
matrices de rigidité toutes mailles K_T_D_L en repère local ($K_x = 1.10^5$)
aux nœuds extrémités K_T_D_N en repère local ($K_x = 1.10^5$)

Conditions limites :

DDL_IMPO : (TOUT: 'OUI' DZ: 0.)
LIAISON_DDL : (telle que $3Dy = 4Dx$ en tous les nœuds)

Noms des nœuds : P_1, P_2, \dots, P_8
Point A = N1 N2

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 7 SEG2

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
Numéro du mode propre	
1	5.5274
2	10.8868
3	15.9155
4	20.4606
5	24.3840
6	27.5664
7	29.9113
8	31.3474

Mode normé à 1 à la plus grande composante

Nature du mode propre	Point	Référence
Translation 1 (Dy) Φ_1	P1	-0.3473
	P2	-0.6527
	P3	-0.8793
	P4	-1.
	P5	-1.
	P6	-0.8793
	P7	-0.6527
	P8	-0.3473
Translation 8 (Dy) Φ_8	P1	0.3473
	P2	-0.6527
	P3	0.8793
	P4	-1.
	P5	1.
	P6	-0.8793
	P7	0.6527
	P8	-0.3473

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

Mode normé à la masse généralisée unitaire

Nature du mode propre	Point	Référence
Translation 1 (Dy) Φ_1	P1	-4.0781E-2
	P2	-7.6654E-2
	P3	-1.0327E-1
	P4	-1.1743E-1
	P5	-1.1743E-1
	P6	-1.0327E-1
	P7	-7.6654E-2
	P8	-4.0781E-2
Translation 8 (Dy) Φ_8	P1	4.0781E-2
	P2	-7.6654E-2
	P3	1.0327E-1
	P4	-1.1743E-1
	P5	1.1743E-1
	P6	-1.0327E-1
	P7	7.6654E-2
	P8	-4.0781E-2

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

Mode normé à la raideur généralisée unitaire

Nature du mode propre	Point	Référence
Translation 1 (Dy) Φ_1	P1	-1.1742E-3
	P2	-2.2072E-3
	P3	-2.9735E-3
	P4	-3.3813E-3
	P5	-3.3813E-3
	P6	-2.9735E-3
	P7	-2.2072E-3
	P8	-1.1742E-3
Translation 8 (Dy) Φ_8	P1	2.0705E-4
	P2	-3.8918E-4
	P3	5.2432E-4
	P4	-5.9621E-4
	P5	5.9621E-4
	P6	-5.2432E-4
	P7	3.8918E-4
	P8	-2.0705E-4

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

On teste aussi la commande `INFO_MODE`. Le GEP étant standard (matrices symétriques réelles) ses valeurs propres appartiennent uniquement à l'axe réel. Sur ce cas, on peut donc comparer les deux méthodes de dénombrement (`COMPTAGE/METHODE='STURM'` et `'APM'`) et vérifier qu'elles donnent bien les mêmes résultats.

On détermine ainsi le nombre de valeurs propres (`NB_FREQ`) contenues strictement dans une bande fréquentielle `[FREQ_MIN, FREQ_MAX]` (si Sturm) ou dans le disque de centre `FREQ_CENTRE` et de rayon, en fréquentiel, $\frac{\sqrt{\text{FREQ_RAYON_CONTOUR}}}{2\pi}$ (si APM). On précise la méthode de dénombrement utilisée (Sturm ou APM).

Concept	FREQ_MIN/ FREQ_CENTRE	FREQ_MAX/ FREQ_RAYON_ CONTOUR	NB_FREQ	Méthode de dénombrement
NBMOD01	0.0	5	0	Sturm
NBMOD02	0.0	21	4 On compte $(\lambda_i)_{i=1,4}$	Sturm
NBMOD03	0.0	32	8 On compte $(\lambda_i)_{i=1,8}$	Sturm
NBMOD11	0.0+0.0j	986.96 (= $(5 \times 2\pi)^2$)	0 Idem NBMOD01	APM
NBMOD12	0.0+0.0j	1740.99 (= $(21 \times 2\pi)^2$)	4 Idem NBMOD02	APM
NBMOD13	0.0+0.0j	4042.58 (= $(32 \times 2\pi)^2$)	8 Idem NBMOD03	APM
NBMOD4	10000.0+0.0j	5000.0	1 On	APM

	$(= (15.91 \times 2\pi)^2)$		compte λ_1	
NBMOD5	1000.0(10.0 + j)	900.0	0	APM

3.4 Remarques

Calculs effectués par :

```
CALC_MODES  
  OPTION='AJUSTE',  
  CALC_FREQ=_F(FREQ=(5., 10., 15., 20., 24., 27., 30., 32.)),  
  SOLVEUR_MODAL=_F(OPTION_INV='DIRECT')
```

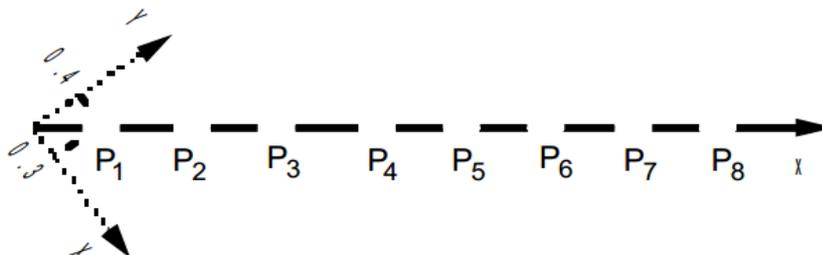
Contenu du fichier résultats :

8 premières fréquences propres, vecteurs propres et paramètres modaux

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément discret de rigidité en translation DIS_T



Caractéristiques des éléments :

ORIENTATION : en tous les nœuds avec un angle $\alpha = 53.130102^\circ$

DISCRET :

masses nodales tous les nœuds	M_T_N	en repère absolu	($m = 10.$)
matrices de rigidité toutes mailles	K_T_L	en repère local	($K_x = 1.10^5$)
aux nœuds extrémités	K_T_N	en repère local	($K_x = 1.10^5$)

Conditions limites :

DDL_IMPO : (TOUT : 'OUI' DZ : 0.)
LIAISON_DDL : (telle que $3Dy = 4Dx$ en tous les nœuds)

Noms des nœuds : P_1, P_2, \dots, P_8

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 7 SEG2

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification Numéro du mode propre	Référence
1	5.5274
2	10.8868
3	15.9155
4	20.4606
5	24.3840
6	27.5664
7	29.9113
8	31.3474

Mode normé à 1 à la plus grande composante

Nature du mode propre	Point	Référence
Translation 1 (Dy) Φ_1	P1	-0.3473
	P2	-0.6527
	P3	-0.8793
	P4	-1.
	P5	-1.
	P6	-0.8793
	P7	-0.6527
	P8	-0.3473
Translation 8 (Dy) Φ_8	P1	0.3473
	P2	-0.6527
	P3	0.8793
	P4	-1.
	P5	1.
	P6	-0.8793
	P7	0.6527
	P8	-0.3473

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

Mode normé à la masse généralisée unitaire

Nature du mode propre	Point	Référence
Translation 1 (Dy) Φ_1	P1	-4.0781E-2
	P2	-7.6654E-2
	P3	-1.0327E-1
	P4	-1.1743E-1
	P5	-1.1743E-1
	P6	-1.0327E-1
	P7	-7.6654E-2
	P8	-4.0781E-2
Translation 8 (Dy) Φ_8	P1	4.0781E-2
	P2	-7.6654E-2
	P3	1.0327E-1
	P4	-1.1743E-1
	P5	1.1743E-1
	P6	-1.0327E-1
	P7	7.6654E-2
	P8	-4.0781E-2

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

Mode normé à la raideur généralisée unitaire

Nature du mode propre	Point	Référence
Translation 1 (Dy) Φ_1	P1	-1.1742E-3
	P2	-2.2072E-3
	P3	-2.9735E-3
	P4	-3.3813E-3
	P5	-3.3813E-3
	P6	-2.9735E-3
	P7	-2.2072E-3
	P8	-1.1742E-3

	P1	2.0705E-4
	P2	-3.8918E-4
Translation 8	P3	5.2432E-4
(Dy)	P4	-5.9621E-4
Φ_8	P5	5.9621E-4
	P6	-5.2432E-4
	P7	3.8918E-4
	P8	-2.0705E-4

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

4.4 Remarques

Calculs effectués par :

```
CALC_MODES  
      OPTION='PLUS_PETITE',  
      CALC_FREQ=_F(NMAX_FREQ = 8),
```

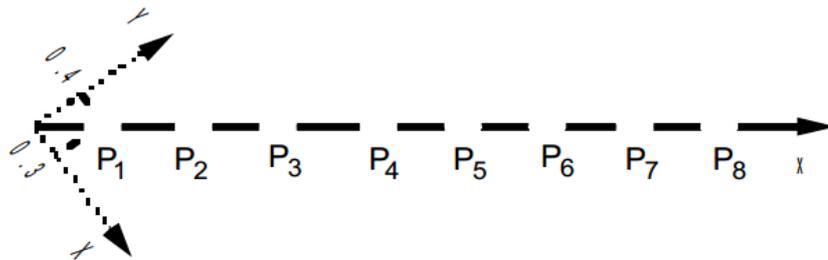
Contenu du fichier résultats :

8 premières fréquences propres, vecteurs propres et paramètres modaux

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Transposition du test de référence au cas des degrés de liberté de rotation (ressort de torsion + inertie) en utilisant l'élément discret de rigidité en translation/rotation DIS_TR.



Caractéristiques des éléments :

ORIENTATION : en tous les nœuds avec un angle $\alpha = 53.130102^\circ$

DISCRET :
avec masses nodales tous les nœuds M_TR_D_N en repère absolu ($I_{xx} = 10.$)
matrices de rigidité toutes mailles K_TR_D_L en repère local ($KR_x = 1.10^5$)
aux nœuds K_TR_D_N en repère local ($KR_x = 1.10^5$)
extrémités

Conditions limites :

DDL_IMPO : (TOUT: 'OUI' DX: 0., DZ: 0., DRZ: 0.)
LIAISON_DDL : (telle que 3DRY=4DRY en tous les nœuds)

Noms des nœuds : P_1, P_2, \dots, P_8

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8

Nombre de mailles et types : 7 SEG2

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification Numéro du mode propre	Référence
1	5.5274
2	10.8868
3	15.9155
4	20.4606
5	24.3840
6	27.5664
7	29.9113
8	31.3474

Mode normé à 1 à la plus grande composante

Nature du mode propre	Point	Référence
Rotation 1 (DRY) Φ_1	P1	-0.3473
	P2	-0.6527
	P3	-0.8793
	P4	-1.
	P5	-1.
	P6	-0.8793
	P7	-0.6527
	P8	-0.3473
Rotation 8 (DRY) Φ_8	P1	0.3473
	P2	-0.6527
	P3	0.8793
	P4	-1.
	P5	1.
	P6	-0.8793
	P7	0.6527
	P8	-0.3473

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

Mode normé à la masse généralisée unitaire

Nature du mode propre	Point	Référence
Rotation 1 (DRY) Φ_1	P1	-4.0781E-2
	P2	-7.6654E-2
	P3	-1.0327E-1
	P4	-1.1743E-1
	P5	-1.1743E-1
	P6	-1.0327E-1
	P7	-7.6654E-2
	P8	-4.0781E-2
Rotation 8 (DRY) Φ_8	P1	4.0781E-2
	P2	-7.6654E-2
	P3	1.0327E-1
	P4	-1.1743E-1
	P5	1.1743E-1
	P6	-1.0327E-1
	P7	7.6654E-2
	P8	-4.0781E-2

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

Mode normé à la raideur généralisée unitaire

Nature du mode propre	Point	Référence
Rotation 1 (DRY) Φ_1	P1	-1.1742E-3
	P2	-2.2072E-3
	P3	-2.9735E-3
	P4	-3.3813E-3
	P5	-3.3813E-3
	P6	-2.9735E-3
	P7	-2.2072E-3
	P8	-1.1742E-3

	P1	2.0705E-4
	P2	-3.8918E-4
Rotation 8	P3	5.2432E-4
(DRY)	P4	-5.9621E-4
Φ_8	P5	5.9621E-4
	P6	-5.2432E-4
	P7	3.8918E-4
	P8	-2.0705E-4

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

5.4 Remarques

Calculs effectués par :

```
CALC_MODES  
  OPTION='AJUSTE',  
  CALC_FREQ=_F(FREQ=(5., 10., 15., 20., 24., 27., 30., 32.)),  
  SOLVEUR_MODAL=_F(OPTION_INV='DIRECT'),
```

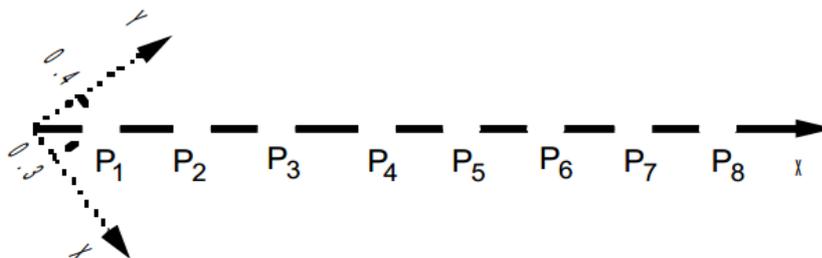
Contenu du fichier résultats :

8 premières fréquences propres, vecteurs propres et paramètres modaux

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Transposition du test de référence au cas des degrés de liberté de rotation (ressort de torsion + inertie) en utilisant l'élément discret de rigidité en translation/rotation : DIS_TR.



Caractéristiques des éléments :

ORIENTATION : en tous les nœuds avec un angle $\alpha=53.130102^\circ$

DISCRET :

avec masses nodales tous les nœuds	M_TR_N	en repère absolu	($I_{xx}=10.$)
matrices de rigidité toutes mailles	K_TR_L	en repère local	($KR_x=1.10^5$)
aux nœuds extrémités	K_TR_N	en repère local	($KR_x=1.10^5$)

Conditions limites :

DDL_IMPO : (TOUT:'OUI' DX: 0., DY: 0., DZ: 0., DRZ: 0.)
LIAISON_DDL : (telle que 3DRY=4DRY en tous les nœuds)

Noms des nœuds : P_1, P_2, \dots, P_8

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8

Nombre de mailles et types : 7 SEG2

6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification Numéro du mode propre	Référence
1	5.5274
2	10.8868
3	15.9155
4	20.4606
5	24.3840
6	27.5664
7	29.9113
8	31.3474

Mode normé à 1 à la plus grande composante

Nature du mode propre	Point	Référence
Rotation 1 (<i>DRY</i>) Φ_1	P1	-0.3473
	P2	-0.6527
	P3	-0.8793
	P4	-1.
	P5	-1.
	P6	-0.8793
	P7	-0.6527
	P8	-0.3473
Rotation 8 (<i>DRY</i>) Φ_8	P1	0.3473
	P2	-0.6527
	P3	0.8793
	P4	-1.
	P5	1.
	P6	-0.8793
	P7	0.6527
	P8	-0.3473

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

Mode normé à la masse généralisée unitaire

Nature du mode propre	Point	Référence
Rotation 1 (<i>DRY</i>) Φ_1	P1	-4.0781E-2
	P2	-7.6654E-2
	P3	-1.0327E-1
	P4	-1.1743E-1
	P5	-1.1743E-1
	P6	-1.0327E-1
	P7	-7.6654E-2
	P8	-4.0781E-2
Rotation 8 (<i>DRY</i>) Φ_8	P1	4.0781E-2
	P2	-7.6654E-2
	P3	1.0327E-1
	P4	-1.1743E-1
	P5	1.1743E-1
	P6	-1.0327E-1
	P7	7.6654E-2
	P8	-4.0781E-2

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

Mode normé à la raideur généralisée unitaire

Nature du mode propre	Point	Référence
Rotation 1 (<i>DRY</i>) Φ_1	P1	-1.1742E-3
	P2	-2.2072E-3
	P3	-2.9735E-3
	P4	-3.3813E-3
	P5	-3.3813E-3
	P6	-2.9735E-3
	P7	-2.2072E-3
	P8	-1.1742E-3

	P1	2.0705E-4
	P2	-3.8918E-4
Rotation 8	P3	5.2432E-4
(DRY)	P4	-5.9621E-4
Φ_8	P5	5.9621E-4
	P6	-5.2432E-4
	P7	3.8918E-4
	P8	-2.0705E-4

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

6.4 Remarques

Calculs effectués par :

```
CALC_MODES  
  OPTION='AJUSTE',  
  CALC_FREQ=_F(FREQ=(5., 10., 15., 20., 24., 27., 30., 32.)),  
  SOLVEUR_MODAL=_F(OPTION_INV='DIRECT'),
```

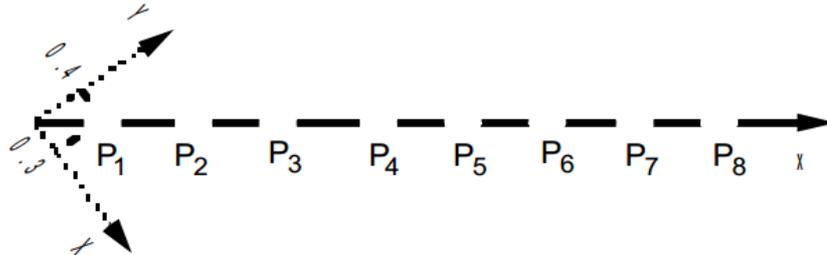
Contenu du fichier résultats :

8 premières fréquences propres, vecteurs propres et paramètres modaux

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément discret de rigidité en translation 2D_DIS_T



Caractéristiques des éléments :

ORIENTATION : en tous les nœuds avec un angle $\alpha = 53.130102^\circ$

DISCRET :

avec masses nodales tous les nœuds	M_T_D_N	en repère absolu	$(m = 10.)$
matrices de rigidité toutes mailles	K_T_D_L	en repère local	$(K_x = 1.10^5)$
aux nœuds extrémités	K_T_D_N	en repère local	$(K_x = 1.10^5)$

Conditions limites :

LIAISON_DDL : (telle que $3Dy = 4Dx$ en tous les nœuds)

Noms des nœuds : P_1, P_2, \dots, P_8
Point A = N1 N2

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 7 SEG2

7.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
Numéro du mode propre	
1	5.5274
2	10.8868
3	15.9155
4	20.4606
5	24.3840
6	27.5664
7	29.9113
8	31.3474

Mode normé à 1 à la plus grande composante

Nature du mode propre	Point	Référence
Translation 1 (Dy) Φ_1	P1	-0.3473
	P2	-0.6527
	P3	-0.8793
	P4	-1.
	P5	-1.
	P6	-0.8793
	P7	-0.6527
	P8	-0.3473
Translation 8 (Dy) Φ_8	P1	0.3473
	P2	-0.6527
	P3	0.8793
	P4	-1.
	P5	1.
	P6	-0.8793
	P7	0.6527
	P8	-0.3473

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

Mode normé à la masse généralisée unitaire

Nature du mode propre	Point	Référence
Translation 1 (Dy) Φ_1	P1	-4.0781E-2
	P2	-7.6654E-2
	P3	-1.0327E-1
	P4	-1.1743E-1
	P5	-1.1743E-1
	P6	-1.0327E-1
	P7	-7.6654E-2
	P8	-4.0781E-2
Translation 8 (Dy) Φ_8	P1	4.0781E-2
	P2	-7.6654E-2
	P3	1.0327E-1
	P4	-1.1743E-1
	P5	1.1743E-1
	P6	-1.0327E-1
	P7	7.6654E-2
	P8	-4.0781E-2

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

Mode normé à la raideur généralisée unitaire

Nature du mode propre	Point	Référence
Translation 1 (Dy) Φ_1	P1	-1.1742E-3
	P2	-2.2072E-3
	P3	-2.9735E-3
	P4	-3.3813E-3
	P5	-3.3813E-3
	P6	-2.9735E-3
	P7	-2.2072E-3
	P8	-1.1742E-3

	P1	2.0705E-4
	P2	-3.8918E-4
Translation 8	P3	5.2432E-4
(Dy)	P4	-5.9621E-4
Φ_8	P5	5.9621E-4
	P6	-5.2432E-4
	P7	3.8918E-4
	P8	-2.0705E-4

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

7.4 Remarques

Calculs effectués par :

```
CALC_MODES  
      OPTION='AJUSTE',  
      CALC_FREQ=_F(FREQ=(5., 10., 15., 20., 24., 27., 30., 32.)),  
      SOLVEUR_MODAL=_F(OPTION_INV='DIRECT')
```

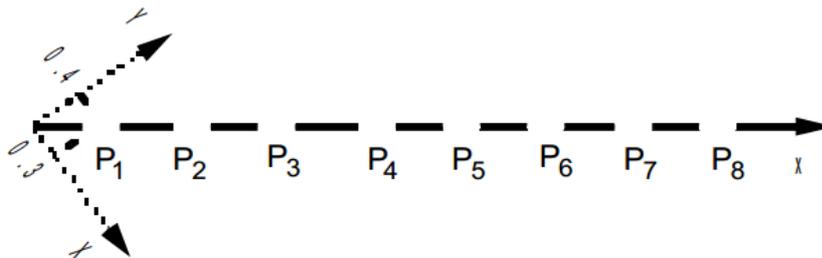
Contenu du fichier résultats :

8 premières fréquences propres, vecteurs propres et paramètres modaux

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément discret de rigidité en translation/rotation : 2D_DIS_TR



Caractéristiques des éléments :

ORIENTATION : en tous les nœuds avec un angle $\alpha = 53.130102^\circ$

DISCRET :

avec masses nodales tous les nœuds	M_T_D_N	en repère absolu	($m = 10.$)
matrices de rigidité toutes mailles	K_T_D_L	en repère local	($K_x = 1.10^5$)
aux nœuds extrémités	K_T_D_N	en repère local	($K_x = 1.10^5$)

Conditions limites :

DDL_IMPO : (TOUT : 'OUI' DRZ : 0.)
LIAISON_DDL : (telle que $3Dy = 4Dx$ en tous les nœuds)

Noms des nœuds : P_1, P_2, \dots, P_8

Point $A = N1$ $N2$

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8
Nombre de mailles et types : 7 SEG2

8.3 Grandeurs testées et résultats

Identification Numéro du mode propre	Référence
1	5.5274
2	10.8868
3	15.9155
4	20.4606
5	24.3840
6	27.5664
7	29.9113
8	31.3474

Mode normé à 1 à la plus grande composante

Nature du mode propre	Point	Référence
Translation 1 (Dy) Φ_1	P1	-0.3473
	P2	-0.6527
	P3	-0.8793
	P4	-1.
	P5	-1.
	P6	-0.8793
	P7	-0.6527
	P8	-0.3473
Translation 8 (Dy) Φ_8	P1	0.3473
	P2	-0.6527
	P3	0.8793
	P4	-1.
	P5	1.
	P6	-0.8793
	P7	0.6527
	P8	-0.3473

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

Mode normé à la masse généralisée unitaire

Nature du mode propre	Point	Référence
Translation 1 (Dy) Φ_1	P1	-4.0781E-2
	P2	-7.6654E-2
	P3	-1.0327E-1
	P4	-1.1743E-1
	P5	-1.1743E-1
	P6	-1.0327E-1
	P7	-7.6654E-2
	P8	-4.0781E-2
Translation 8 (Dy) Φ_8	P1	4.0781E-2
	P2	-7.6654E-2
	P3	1.0327E-1
	P4	-1.1743E-1
	P5	1.1743E-1
	P6	-1.0327E-1
	P7	7.6654E-2
	P8	-4.0781E-2

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

Mode normé à la raideur généralisée unitaire

Nature du mode propre	Point	Référence
Translation 1 (Dy) Φ_1	P1	-1.1742E-3
	P2	-2.2072E-3
	P3	-2.9735E-3
	P4	-3.3813E-3
	P5	-3.3813E-3
	P6	-2.9735E-3
	P7	-2.2072E-3
	P8	-1.1742E-3

	P1	2.0705E-4
	P2	-3.8918E-4
Translation 8	P3	5.2432E-4
(Dy)	P4	-5.9621E-4
Φ_8	P5	5.9621E-4
	P6	-5.2432E-4
	P7	3.8918E-4
	P8	-2.0705E-4

Erreur maximale inférieure à : 0.03%.

8.4 Remarques

Calculs effectués par :

```
CALC_MODES
      OPTION='AJUSTE',
      CALC_FREQ=_F(FREQ=(5., 10., 15., 20., 24., 27., 30., 32.)),
      SOLVEUR_MODAL=_F(OPTION_INV='DIRECT'),
```

Contenu du fichier résultats :

8 premières fréquences propres, vecteurs propres et paramètres modaux

9 Synthèse des résultats

Pour toutes les options de modélisation des éléments discrets de rigidité et de masse offertes par `AFFE_CARA_ELEM` les solutions obtenues sont celles de la solution de référence (fréquences et modes propres avec différentes normalisations).