

## UMAT002 – Test de l'interface Code\_Aster-Umat en élasticité linéaire sous chargement multiaxial

---

### Résumé :

On effectue, sur un problème élastique linéaire, une comparaison entre *Code\_Aster-Umat* et *Code-Aster* avec le comportement `ELAS`. Ce test met en œuvre une simulation d'un trajet de chargement en déformations en un point matériel, c'est à dire sur un modèle tel que les états de contraintes et de déformations sont homogènes à tout instant. Le trajet de chargement est multi-axial dans le but de vérifier la robustesse et la fiabilité de l'intégration numérique, son insensibilité par rapport à un changement d'unités, l'invariance par rapport à une rotation globale appliquée au problème, la justesse de la matrice tangente.

Modélisation A : cette modélisation permet de valider le modèle `UMAT` en 3D .

## 1 Problème de référence

---

### 1.1 Géométrie

Il s'agit d'un point matériel, représentatif d'un état de contraintes et de déformations homogène.

### 1.2 Propriétés des matériaux

#### 1.2.1 Données Umat

Les coefficients du comportement Umat sont (cf. [U4.43.01]) :

$$C1 = \lambda = \frac{E \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

$$C2 = \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$$C3 = \tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{20}$$

$$C4 = \tilde{\mu} = \frac{\mu}{20}$$

$$C5 = \tilde{\nu} = 0$$

On utilisera : `DEFI_MATERIAU / UMAT=_F(LISTE_COEF=(C1, C2, C3, C4, C5))`,

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Le chargement est identique à celui des tests COMP001, cf. [V6.07.101].

#### 1.3.1 Caractéristiques des trajets de chargement

Le chargement proposé fait varier de manière découplée chaque composante du tenseur des déformations par étape successive. On propose un trajet cyclique en charge décharge en couvrant les états de traction et compression ainsi qu'une inversion des signes des cisaillements afin d'éprouver une large gamme de valeurs.

Schématiquement, il suit un parcours sur 8 segments  $[O-A-B-C-O-C'-B'-A'-O]$  où la seconde partie du trajet  $[O-C'-B'-A'-O]$  est symétrique par rapport à l'origine de la première  $[O-A-B-C-O]$ .

#### 1.3.2 Application des sollicitations

On se ramène à l'étude d'un point matériel (en utilisant la macro-commande `SIMU_POINT_MAT` [U4.51.12]) en sollicitant un élément de manière homogène en imposant en 3D, les 6 composantes du tenseur de déformation :

$$\bar{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

Pour une écriture plus générale, le tenseur des déformations imposé sera décomposé en une partie hydrostatique et déviatorique sur des bases de cisaillement :

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + d_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + d_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & 0 & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & 0 \end{bmatrix} \text{ en 3D.}$$

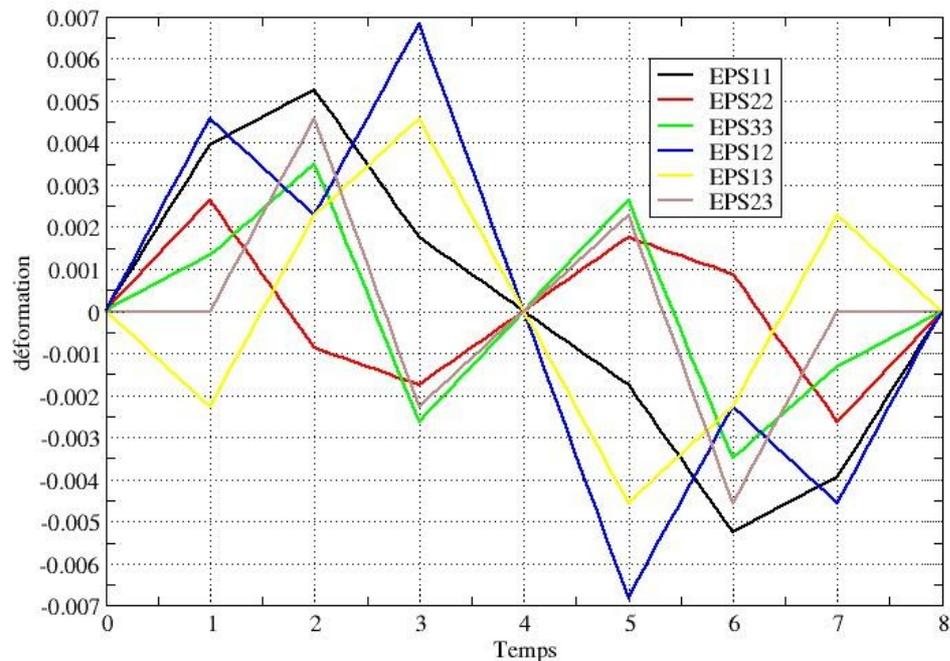
### 1.3.3 Description du trajet de déformation imposée en 3D

Le trajet appliqué est décrit dans le tableau ci-dessous, les valeurs de déformations appliquées sont calibrées vis à vis du module élastique :

N° segment	1	2	3	4	5	6	7	8
Segment	0 - A	A - B	B - C	O	C'	B'	A'	O
$\varepsilon_{xx} * E$	787.5	1050	350	0	-350	-1050	-787.5	0
$\varepsilon_{yy} * E$	525.0	-175	-350	0	350	175	525	0
$\varepsilon_{zz} * E$	262.5	700	-525	0	525	-700	-262.5	0
$\varepsilon_{xy} * E/(1+\nu)$	700	350	1050	0	-1050	-350	-700	0
$\varepsilon_{xz} * E/(1+\nu)$	-350	350	700	0	-700	-350	700	0
$\varepsilon_{yz} * E/(1+\nu)$	0	700	-350	0	350	-700	0	0
$P$	525	525	-175	0	175	-525	-525	0
$d1$	262.5	525	525	0	-525	-525	-262.5	0
$d2$	262.5	-175	350	0	-350	175	-262.5	0

Ce trajet est illustré par le graphe suivant :

Déformations imposées



## 1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles.

## 2 Solution de référence

Ce test procède, pour chaque modélisation, à une inter-comparaison entre la solution de référence (obtenue avec un pas de temps très fin), la solution avec une discrétisation moyennement grossière, la solution avec effet de la température (ou d'une autre variable de commande), la solution en changeant le système d'unités ( $Pa$  en  $MPa$ ), et celle obtenue après rotation ou symétrie.

### 2.1 Définition des cas tests de robustesse

On propose 3 angles d'analyse pour tester la robustesse de l'intégration des lois de comportement :

- étude de problèmes équivalents
- vérification de la matrice tangente
- étude de la discrétisation du pas de temps

Pour chacun d'eux, on étudie l'évolution les écarts relatifs entre plusieurs calculs utilisant la même loi mais présentant des paramètres ou des options de calculs différentes. L'exploitation porte sur les invariants du tenseur des contraintes : trace du tenseur, contrainte de Von-Mises et les variables internes de nature scalaire : généralement il s'agit de la plasticité cumulée.

### 2.2 Étude de problèmes équivalents

Pour une discrétisation grossière des trajets : 1 pas de temps pour chaque segment du trajet, la solution obtenue pour chaque loi est comparée à 3 problèmes strictement équivalents pour l'état du point matériel :

- $Tpa$ , même trajet avec un changement d'unité, on substitue les  $Pa$  aux  $MPa$  dans les données matériaux et les éventuels paramètres de la loi,
- $Trot$ , trajet en imposant le même tenseur  $\bar{\varepsilon}$  après une rotation :  ${}^tR \cdot \bar{\varepsilon} \cdot R$  où  $R$  est une matrice de rotation définie à partie des angles d'Euler arbitraires suivants :  $\{ \Psi = 0.9 \text{ radian}, \theta = 0.7 \text{ radian} \text{ et } \varphi = 0.4 \text{ radian} \}$ ,
- $Tsym$ , trajet en imposant le tenseur  $\bar{\varepsilon}$  après une symétrie : permutation de  $x$  en  $y$ ,  $y$  en  $z$  et  $z$  en  $x$  en 3D.

Pour chacun de ces problèmes, la solution (invariants des contraintes, déformation plastique équivalente cumulée) doit être identique à la solution de base, obtenue avec la même discrétisation en temps. La valeur de référence de l'écart est donc 0. Cela signifie en pratique que l'écart trouvé doit être de l'ordre de la précision machine soit environ 1.E-15.

### 2.3 Test de la matrice tangente

On teste également pour chaque comportement la matrice tangente, par différence avec la matrice obtenue par perturbation. Là encore, la valeur de référence est 0.

### 2.4 Etude de la discrétisation du pas de temps

On étudie le comportement de l'intégration des lois en fonction de la discrétisation. Pour une même modélisation, donc un comportement donné, on étudie ici plusieurs discrétisations en temps différentes, en multipliant par 5 le nombre de pas du trajet de chargement.

## 3 Modélisation A

---

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Les coefficient choisis pour le comportement UMAT correspondent à l'élasticité linéaire.

### 3.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D

Ecart (%)	$T_{Pa}$	$T_{sym}$	$T_{rot}$	$NI$	$N5$	$N25$
<i>VMIS</i>	0	0	0	0	0.1	0
<i>TRACE</i>	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente

Ecart	$N25$
$Max(K_{tge} - K_{pert})$	1.1 E-11

## 4 Synthèse des résultats

---

Les résultats sont satisfaisants et valident l'interface entre *Code\_Aster* et UMAT en petites déformations.

- les résultats sont valides lors d'un changement d'unité physique du problème ( *Pa* en *Mpa* ), ou bien suite à une rotation ou une symétrie du chargement
- les résultats convergent correctement avec le pas de temps, et les schémas d'intégration sont robustes, puisqu'ils permettent d'utiliser de grands pas de temps. Signalons toutefois pour ces modèles mettant en œuvre une viscosité une plus grande sensibilité au pas de temps que pour les modèles élasto-plastiques.
- les matrices tangentes sont correctes car similaires aux matrices tangentes calculées par perturbation.