

## ZZZZ328 – Validation de CALC\_CHAMP / ENEL\_ELEM

---

### Résumé :

L'objectif de ce test est de valider le calcul élémentaire de l'énergie élastique. Pour chaque modélisation, on considère un élément unitaire dont tous les degrés de liberté sont imposés, qui permettent de créer des champs de déformation et de contrainte homogènes sur l'élément. Les résultats sont comparés à la solution analytique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

On considère un élément unitaire de dimension 2 (quadrangle) ou 3 (cube) selon la modélisation. L'épaisseur de l'élément, lorsqu'elle est requise, vaut 1 m.

### 1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique isotrope, dont les propriétés sont :

- $E = 1000 \text{ MPa}$
- $\nu = 0.2$

Pour la modélisation E, le coefficient de Poisson est nul.

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

#### 1.3.1 Modélisation A

Le cube de dimensions unitaires est illustré sur la Figure 1.3.1-1. Le déplacement des différents nœuds est imposé conformément au Tableau 1.3.1-1.

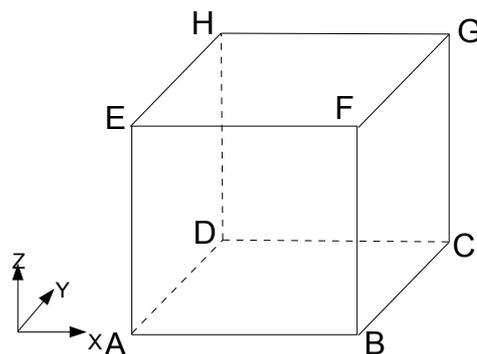


Figure 1.3.1-1: Géométrie de la modélisation A

| nœud | $DX$   | $DY$    | $DZ$    |
|------|--------|---------|---------|
| A    | 0,0    | 0,0     | 0,0     |
| B    | 1,0E-3 | 0,0     | -6,0E-4 |
| C    | 2,0E-3 | -2,0E-3 | -3,0E-3 |
| D    | 1,0E-3 | -2,0E-3 | -2,4E-3 |
| E    | 0,0    | 2,2E-3  | 3,0E-3  |
| F    | 1,0E-3 | 2,2E-3  | 2,4E-3  |
| G    | 2,0E-3 | 2,0E-4  | 0,0     |
| H    | 1,0E-3 | 2,0E-4  | 6,0E-4  |

Tableau 1.3.1-1: Déplacements des nœuds

#### 1.3.2 Modélisations B, C et D

La géométrie du quadrangle de dimensions unitaires correspond à la face  $ABCD$  (Figure 1.3.1-1). Le déplacement des quatre nœuds  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  est imposé conformément au Tableau 1.3.1-1 pour les composantes  $X$  et  $Y$ , la composante  $Z$  étant nulle. Lorsque des degrés de liberté en rotation existent, ceux-ci sont bloqués au point  $A$ .

### 1.3.3 Modélisation E

La géométrie du quadrangle de dimensions unitaires correspond à la face  $ABCD$  (Figure 1.3.1-1). Il s'agit d'une modélisation axisymétrique, dont l'axe est distant de 1m de l'arête  $AD$ . Les déplacements des nœuds sont nuls, excepté la composante  $Y$  des points  $C$  et  $D$  qui vaut  $1,0E-4m$ .

## 1.4 Conditions initiales

Néant

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul

Le champ de déformation s'obtient à partir des déplacements et le champ de contrainte grâce à la loi de Hooke. L'énergie élastique  $E_{elas}$  se calcule alors par la formule suivante :

$$E_{elas} = \int_V \frac{1}{2} \sigma : \epsilon dV$$

équation 2.1-1

#### 2.1.1 Modélisation A

Les champs de déformation et de contrainte homogènes sur l'élément sont indiqués dans le Tableau 2.1.1-1 .

| Composante        | $X$         | $Y$          | $Z$         | $XY$        | $YZ$         | $ZX$    |
|-------------------|-------------|--------------|-------------|-------------|--------------|---------|
| Déformation       | 0,001       | -0,002       | 0,003       | 0,0005      | -0,0001      | -0,0003 |
| Contrainte ( Pa ) | 1,3888889E6 | -1,1111111E6 | 3,0555556E6 | 4,1666667E5 | -8,3333333E4 | -2,5E5  |

Tableau 2.1.1-1: Champ de déformation et de contrainte

#### 2.1.2 Modélisation B : déformations planes

Les champs de déformation et de contrainte homogènes sur l'élément sont indiqués dans le Tableau 2.1.2-1 .

| Composante        | $X$              | $Y$               | $Z$               | $XY$        | $YZ$         | $ZX$   |
|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------|--------------|--------|
| Déformation       | 0,001            | -0,002            | 0,0               | 0,0005      | 0,0          | 0,0    |
| Contrainte ( Pa ) | 5,5555556 E<br>5 | -1, 9444444<br>E6 | -2,7777778 E<br>5 | 4,1666667E5 | -8,3333333E4 | -2,5E5 |

Tableau 2.1.2-1: Champ de déformation et de contrainte

#### 2.1.3 Modélisation C ( contraintes planes ) et D ( éléments de coque et de plaque )

Les champs de déformation et de contrainte homogènes sur l'élément sont indiqués dans le Tableau 2.1.3-1 . Pour les éléments de coque et de plaque, il s'agit de la déformation membranaire, la courbure étant nulle.

| Composante        | $X$      | $Y$        | $Z$      | $XY$        | $YZ$ | $ZX$ |
|-------------------|----------|------------|----------|-------------|------|------|
| Déformation       | 0,001    | -0,002     | -0,00025 | 0,0005      | 0,0  | 0,0  |
| Contrainte ( Pa ) | 6,25 E 5 | -1, 875 E6 | 0,0      | 4,1666667E5 | 0,0  | 0,0  |

Tableau 2.1.3-1: Champ de déformation et de contrainte

#### 2.1.4 Modélisation E : axisymétrique.

Les champs de déformation et de contrainte homogènes sur l'élément sont indiqués dans le Tableau 2.1.4-1 .

|                     |     |        |     |      |
|---------------------|-----|--------|-----|------|
| Composante          | $X$ | $Y$    | $Z$ | $XY$ |
| Déformation         | 0,0 | 0,0001 | 0,0 | 0,0  |
| Contrainte ( $Pa$ ) | 0,0 | 1,0E5  | 0,0 | 0,0  |

**Tableau 2.1.4-1 : Champ de déformation et de contrainte**

L'énergie élastique se calcule d'après l' équation 2.1-1 en exprimant le volume élémentaire  $dV$  dans le repère cylindrique pour une tranche d'épaisseur infinitésimale  $d\theta$  :

$$E_{elas} = \int_V \frac{1}{2} \sigma : \epsilon dV = \frac{1}{2} \sigma : \epsilon \int_{R_1}^{R_2} r dr \int_{H_1}^{H_2} dz$$

Les bornes de l'intégrale sont :  $R_1=1m$  ,  $R_2=2m$  ,  $H_1=0m$  et  $H_2=1m$  .

## 2.2 Grandeurs et résultats de référence

L'énergie élastique calculée de manière analytique pour chacune des modélisations est indiquée dans le Tableau 2.2-1.

| Modélisation      | $A$           | $B$           | $C$           | $D$           | $E$                    |
|-------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|------------------------|
| Énergie élastique | 6680,555556 J | 2430,555556 J | 2395,833333 J | 2395,833333 J | 7,5 J.rad <sup>1</sup> |

**Tableau 2.2-1: Energie élastique**

## 2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune. Il s'agit d'une solution analytique.

## 2.4 Références bibliographiques

## 3 Modélisation A

---

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise successivement les modélisations 3D , 3D\_SI et 3D\_GRAD\_EPSI .

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type HEXA8 pour la modélisation 3D et 1 élément de type HEXA20 pour les modélisations 3D\_SI et 3D\_GRAD\_EPSI .

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste l'énergie élastique emmagasinée par l'élément.

| Identification           | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|--------------------------|-------------------|---------------------|-----------|
| 3D - ENEL_ELEM           | 'ANALYTIQUE '     | 6680,555556         | 0.1%      |
| 3D_SI - ENEL_ELEM        | 'ANALYTIQUE '     | 6680,555556         | 0.1%      |
| 3D_GRAD_EPSI - ENEL_ELEM | 'ANALYTIQUE '     | 6680,555556         | 0.1%      |

## 4 Modélisation B

---

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise successivement les modélisations D\_PLAN , D\_PLAN \_S I , D\_PLAN \_GRAD\_EPSI , D\_PLAN\_GRAD\_SIGM et PLAN\_ELDI .

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type QUAD4 pour les modélisations D\_PLAN, D\_PLAN\_SI et PLAN\_ELDI et 1 élément de type QUAD8 pour les modélisations D\_PLAN\_GRAD\_EPSI et D\_PLAN\_GRAD\_SIGM.

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste l'énergie élastique emmagasinée par l'élément.

| Identification               | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|------------------------------|-------------------|---------------------|-----------|
| D_PLAN - ENEL_ELEM           | 'ANALYTIQUE'      | 2430,555556         | 0.1%      |
| D_PLAN_SI - ENEL_ELEM        | 'ANALYTIQUE'      | 2430,555556         | 0.1%      |
| D_PLAN_GRAD_EPSI - ENEL_ELEM | 'ANALYTIQUE'      | 2430,555556         | 0.1%      |
| D_PLAN_GRAD_SIGM - ENEL_ELEM | 'ANALYTIQUE'      | 2430,555556         | 0.1%      |
| PLAN_ELDI - ENEL_ELEM        | 'ANALYTIQUE'      | 2430,555556         | 0.1%      |

## 5 Modélisation C

---

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise successivement les modélisations C\_PLAN , C\_PLAN\_SI et C\_PLAN\_GRAD\_EPSI .

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type QUAD4 pour les modélisations C\_PLAN et C\_PLAN\_SI et 1 élément de type QUAD8 pour la modélisation C\_PLAN\_GRAD\_EPSI.

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste l'énergie élastique emmagasinée par l'élément.

| Identification               | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|------------------------------|-------------------|---------------------|-----------|
| C_PLAN - ENEL_ELEM           | 'ANALYTIQUE '     | 2395,833333         | 0.1%      |
| C_PLAN_SI - ENEL_ELEM        | 'ANALYTIQUE '     | 2395,833333         | 0.1%      |
| C_PLAN_GRAD_EPSI - ENEL_ELEM | 'ANALYTIQUE '     | 2395,833333         | 0.1%      |

## 6 Modélisation D

---

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise successivement les modélisations DKT , DKTG et Q4GG .

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type QUAD4.

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste l'énergie élastique emmagasinée par l'élément.

| Identification   | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|------------------|-------------------|---------------------|-----------|
| DKT - ENEL_ELEM  | 'ANALYTIQUE '     | 2395,833333         | 0.1%      |
| DKTG - ENEL_ELEM | 'ANALYTIQUE '     | 2395,833333         | 0.1%      |
| Q4GG - ENEL_ELEM | 'ANALYTIQUE '     | 2395,833333         | 0.1%      |



## 7 Modélisation E

---

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise successivement les modélisations `AXIS` , `AXIS_SI` et `AXIS_ELDI` .

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type `QUAD4` pour les modélisations `AXIS` et `AXIS_ELDI` et 1 élément de type `QUAD8` pour la modélisation `AXIS_SI`.

### 7.3 Grandeurs testées et résultats

On teste l'énergie élastique emmagasinée par l'élément.

| Identification        | Type de référence | Valeur de référence | Tolérance |
|-----------------------|-------------------|---------------------|-----------|
| AXIS - ENEL_ELEM      | 'ANALYTIQUE'      | 7,5                 | 0.1%      |
| AXIS_SI - ENEL_ELEM   | 'ANALYTIQUE'      | 7,5                 | 0.1%      |
| AXIS_ELDI - ENEL_ELEM | 'ANALYTIQUE'      | 7,5                 | 0.1%      |

## 8 Synthèse des résultats

---

L'ensemble des modélisations fournit des résultats conformes à la solution analytique. L'option de calcul élémentaire de l'énergie élastique ENEL\_ELEM est ainsi validée.