

---

## Opérateur CALC\_G

---

### 1 But

---

Cet opérateur calcule les grandeurs de mécanique de la rupture suivantes, en 2D et en 3D :

- le taux de restitution d'énergie par la méthode thêta dans le cas d'un problème thermo-élastique linéaire ou non linéaire [R7.02.01] et [R7.02.03], en statique ou en dynamique [R7.02.02], et en élastoplasticité [R7.02.07]
- les facteurs d'intensité de contraintes  $K1$ ,  $K2$  et  $K3$  par la méthode des déplacements singuliers dans le cas d'un problème thermo-élastique linéaire [R7.02.05],
- la forme bilinéaire  $g$ , fonction d'une série de déplacements, telle que  $g(u, u) = G(u)$ ,
- la maximisation de  $G$  et de  $K1$  sous des contraintes bornes.

Cet opérateur peut être utilisé aussi bien pour des fissures maillées (approche classique) que pour des fissures non maillées (méthode X-FEM).

Avant une première utilisation, il est conseillé de se référer aux documents de référence et de conseils d'utilisation correspondants, notamment le document [U2.05.01].

Cet opérateur génère un concept de type `table_sdaster`.

## 2 Syntaxe

```
[table_sdaster] = CALC_G
(
# Récupération du résultat du calcul mécanique
  ♦ RESULTAT = resu, / [evol_elas]
                    / [evol_noli]
                    / [dyna_trans]
                    / [mode_meca]
                    / [mult_elas]

# Si RESULTAT de type evol_elas, evol_noli ou dyna_trans
  ♦ / TOUT_ORDRE = 'OUI', [DEFAULT]
    / NUME_ORDRE = l_ordre, [l_I]
    / LIST_ORDRE = lis, [listis]
    / INST = l_inst, [l_R]
    / LIST_INST = l_reel, [listr8]

# Si RESULTAT de type mode_meca
  ♦ / TOUT_MODE = 'OUI', [DEFAULT]
    / NUME_MODE = l_ordre, [l_I]
    / LIST_MODE = lis, [listis]
    / FREQ = l_inst, [l_R]
    / LIST_FREQ = l_reel, [listr8]

  ♦ CRITERE = / 'RELATIF', [DEFAULT]
              ♦ PRECISION = / prec, [R]
                  / 1.E-6, [DEFAULT]
              / 'ABSOLU',
              ♦ PRECISION = prec, [R]

# Récupération ou création du champ thème

  ♦ THETA =_F(
    ♦ / ♦ FOND_FISS = ff, [fond_fiss]
        ♦ / R_INF = r, [R]
          / R_INF_FO = rz, [fonction]
        ♦ / R_SUP = r, [R]
          / R_SUP_FO = rz, [fonction]
        ♦ / MODULE = / m, [R]
                  / 1, [DEFAULT]
          / MODULE_FO = mz, [fonction]
        ♦ DIRECTION = (d1,d2,d3), [l_R]
        ♦ DIRE_THETA = chamno [cham_no_sdaster]

    / ♦ FISSURE = ffx, [fiss_xfem]
        ♦ / R_INF = r, [R]
          / R_INF_FO = rz, [fonction]
        ♦ / R_SUP = r, [R]
          / R_SUP_FO = rz, [fonction]

        ♦ NUME_FOND = / 1, [DEFAULT]
                  / n, [I]
        ♦ NB_POINT_FOND = n, [I]

    / ♦ THETA = theta, [cham_no_sdaster]
        ♦ SYME = / 'NON', [DEFAULT]
```

```

/ 'OUI',
),

# Chargement
# Si RESULTAT de type mult_elas
  ◊ NOM_CAS = nom, [l_Kn]

# Sinon
  ◊ EXCIT = _F ( ◊ CHARGE = charge, [char_meca]
                ◊ FONC_MULT = fmult, [char_cine_meca]
                ), [fonction]
                [formule]

# Finsi

# Comportement
  ◊ / COMPORTEMENT = _F (
    ◊ RELATION = / 'ELAS',
                 / 'ELAS_VMIS_LINE',
                 / 'ELAS_VMIS_TRAC',
                 / 'ELAS_VMIS_PUIS',
                 / 'VMIS_ISOT_TRAC',
                 / 'VMIS_ISOT_LINE',
    ◊ DEFORMATION = / 'PETIT', [DEFAULT]
                   / 'GROT_GDEP',
                   / 'PETIT_REAC',
    ◊ / TOUT = 'OUI', [DEFAULT]
      / | GROUP_MA = lgrma, [l_gr_maille]
      | MAILLE = lma, [l_maille]
    ),
# si relation='ELAS'
  ◊ ETAT_INIT = _F (SIGM = siefelga, [cham_elem, cham_no]
                    ),

# Méthode de discrétisation de thêta en fond de fissure (3D local)
  ◊ LISSAGE = _F (◊ LISSAGE_THETA = / 'LEGENDRE' [DEFAULT]
                 / 'LAGRANGE'
                 / 'LAGRANGE_REGU'
    ◊ LISSAGE_G = / 'LEGENDRE' [DEFAULT]
                 / 'LAGRANGE'
                 / 'LAGRANGE_NO_NO'
                 / 'LAGRANGE_REGU'
    # Si LISSAGE_THETA = 'LEGENDRE' ou LISSAGE_G = 'LEGENDRE':
    ◊ DEGRE = / 5 [DEFAULT]
              / 0,1,2,3,4,6,7,
    ),

# Option demandée
  ◊ OPTION = / 'CALC_G' ,
             / 'CALC_GTP' ,
             / 'CALC_G_GLOB' ,
             / 'CALC_K_G' ,
             / 'G_MAX' ,
             / 'G_MAX_GLOB' ,
             / 'CALC_K_MAX' ,
```

```
        / 'G_BILI' ,
        / 'G_BILI_GLOB' ,

# Si OPTION = 'G_MAX' ou 'G_MAX_GLOB'
  ◊ BORNES =_F ( ◊ NUME_ORDRE = num , [I]
                ◊ VALE_MIN = qmin , [R]
                ◊ VALE_MAX = qmax , [R]
                ),
# Si OPTION = 'CALC_K_MAX'
  ◊ SIGNES =_F ( ◊ CHARGE_S = listS , [l_I]
                ◊ CHARGE_NS = listNS , [l_I]
                ),
# Si OPTION = 'CALC_G' , 'CALC_GTP' ou 'CALC_G_GLOB'
  ◊ CALCUL_CONTRAINTES = 'NON',

  ◊ TITRE = titre, [l_Kn]

# Impression d'informations

  ◊ INFO = / 1 , [DEFAULT]
           / 2 ,
)

```

## 3 Opérandes

### 3.1 Opérande RESULTAT

/ RESULTAT = resu

Nom d'un concept résultat de type `evol_elas`, `evol_noli`, `dyna_trans`, `mode_meca` ou `mult_elas`. Cet opérande permet de récupérer le champ de déplacement (et de vitesse et d'accélération pour un calcul en dynamique).

Le modèle et le champ de matériau, nécessaires au calcul, sont également extrait de la structure de données résultat. Les options de calcul possibles pour chaque type de modélisation sont rappelées dans le tableau ci-dessous.

	Calcul de <i>G</i>	Calcul de <i>K</i>
<b>D_PLAN / C_PLAN,</b> <b>D_PLAN_INCO_UPG,</b> <b>D_PLAN_INCO_UP</b>	CALC_G	CALC_K_G
<i>Fissure maillée</i>	G_MAX G_BILI	
<b>D_PLAN / C_PLAN</b>	CALC_G	CALC_K_G
<i>Fissure non maillée</i>		
<b>AXIS, AXIS_INCO_UPG,</b> <b>AXIS_INCO_UP</b>	CALC_G	CALC_K_G
<i>Fissure maillée</i>	G_MAX G_BILI	
<b>AXIS</b>	CALC_G	CALC_K_G
<i>Fissure non maillée</i>		
<b>3D, 3D_INCO_UPG,</b> <b>3D_INCO_UP</b>	CALC_G / CALC_G_GLOB	CALC_K_G
<i>Fissure maillée</i>	G_MAX / G_MAX_GLOB G_BILI / G_BILI_GLOB	CALC_K_MAX
<b>3D</b>	CALC_G	CALC_K_G
<i>Fissure non maillée</i>		CALC K MAX

Tableau 3.1 : Disponibilité, par modélisation, des options de calcul.

#### Remarques sur les propriétés matériau :

Les caractéristiques du matériau, récupérées dans la structure de données `resu`, sont les suivantes :

- module d'Young `E`,
- coefficient de Poisson `NU`,
- coefficient de dilatation thermique `ALPHA` (pour un problème thermo-mécanique),
- limite d'élasticité `SY` (pour un problème élastique non linéaire),
- pente de la courbe de traction `D_SIGM_EPSI` (pour un problème élastique non linéaire avec écrouissage isotrope linéaire).

Pour le calcul de restitution d'énergie, ces caractéristiques peuvent dépendre de la géométrie (option 'CALC\_G') et de la température (option 'CALC\_G', 'CALC\_G\_GLOB'). Elles doivent être indépendantes de la température pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes.

Les caractéristiques SY et D\_SIGM\_EPSI ne sont traitées que pour un problème élastique non linéaire avec écrouissage de Von Mises et avec l'option de calcul du taux de restitution d'énergie 'CALC\_G\_GLOB'. Le calcul des coefficients d'intensité de contraintes est traité uniquement en élasticité linéaire.

## Remarque :

Pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes (option 'CALC\_K\_G'), les caractéristiques doivent être définies sur tous les matériaux, y compris sur les éléments de bord, du fait de la méthode de calcul [R7.02.05]. Pour s'assurer de ce fait, il est conseillé de faire un  $AFFE = \_F$  (TOUT = 'OUI') dans la commande  $AFFE\_MATERIAU$  [U4.43.03], quitte à utiliser la règle de surcharge ensuite.

Pour les éléments incompressibles ( $\_INCO\_UPG, \_INCO\_UP$ ), il est conseillé d'utiliser  $STAT\_NON\_LINE$  pour obtenir les résultats.

Les facteurs d'intensité des contraintes obtenus avec l'option  $CALC\_K\_G$  sont calculés en évaluant la forme bilinéaire de  $G$  avec une solution singulière purement mécanique (solution asymptotique de Westergaard). Si on résout un problème thermo-mécanique, on ne prend alors pas en compte la singularité due au champ thermique.

Un indicateur de l'erreur due à cette approximation peut être obtenu en évaluant la différence entre  $G$  et  $G_{irwin}$ . En pratique, on évalue en tout point du fond de fissure la quantité  $\frac{|G - G_{irwin}|}{|G|}$ , et on en fait ensuite la moyenne arithmétique. Si cette moyenne excède les 50 %, on estime alors que l'on sort du périmètre de validité de l'approche, et un message d'alarme est émis.

## Problème du bi-matériau :

**1<sup>er</sup> cas :** On a un bi-matériau mais la pointe de fissure est dans un seul matériau, cf. Figure 3.1-a. Si on est assuré que la couronne, définie entre les rayons inférieur  $R\_INF$  et supérieur  $R\_SUP$ , a comme support des éléments du même matériau, le calcul est possible quelle que soit l'option choisie. Sinon seules les options 'CALC\_G' et 'CALC\_G\_GLOB' sont possibles.

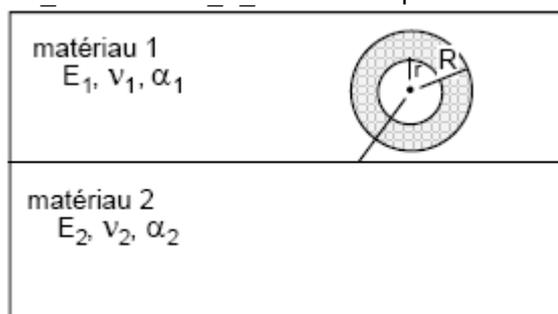


Figure 3.1-a : Bi-matériau : 1<sup>er</sup> cas

**2<sup>nd</sup> cas :** On a un bi-matériau où la pointe de fissure est à l'interface, cf. Figure 3.1-b. À ce jour, seules les options de calcul du taux de restitution d'énergie (options 'CALC\_G\_GLOB' et 'CALC\_G') sont disponibles. Le calcul de coefficients d'intensité de contraintes n'est pas possible dans ce cas.

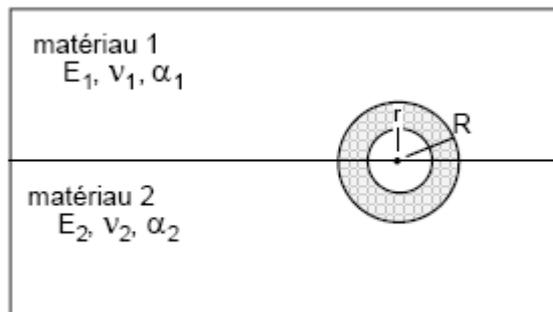


Figure 3.1-b : Bi-matériau : 2<sup>nd</sup> cas

**Calcul de facteurs d'intensité des contraintes équivalents d'un modèle avec forces cohésives :**  
Pour les études de propagation de fissures en présence de forces cohésives, on peut être amené à calculer des facteurs d'intensité des contraintes équivalents, selon une procédure bien spécifique d'intégrales surfaciques sur la zone cohésive, détaillée dans la documentation de référence [R7.02.19]. Quelques aménagements de syntaxe sont alors nécessaires :

- à l'heure actuelle, la fonctionnalité n'est ouverte que pour les fissures non maillées : le mot-clé `FISSURE` doit être renseigné, le type de fissure permettant automatiquement de savoir si des forces cohésives sont présentes ou non dans le modèle ;
  - les mots-clés `R_INF` / `R_SUP` ne doivent pas être renseignés, car il n'est pas nécessaire de définir un tore pour le champ  $\theta$  ;
  - le mot-clé `COMPORTEMENT` ne doit pas être renseigné, toutes les informations sont extraites du résultat ;
  - seuls les lissages `LAGRANGE` et `LAGRANGE_NO_NO` sont disponibles ;
  - seule l'option `CALC_K_G` est disponible.
- Une syntaxe type est proposée à la fin de cette documentation.

## 3.2 Opérandes `TOUT_ORDRE` / `NUME_ORDRE` / `LIST_ORDRE` / `INST` / `LIST_INST` / `TOUT_MODE` / `NUME_MODE` / `LIST_MODE` / `FREQ` / `LIST_FREQ` / `PRECISION` / `CRITERE`

Ces opérandes sont utilisés avec l'opérande `RESULTAT`.

Les opérandes `TOUT_ORDRE`, `NUME_ORDRE`, `LIST_ORDRE`, `INST`, `LIST_INST` sont associés aux résultats de type `evol_elas`, `evol_noli` ou `dyna_trans`. Voir [U4.71.00].

Les opérandes `TOUT_MODE`, `NUME_MODE`, `LIST_MODE`, `FREQ`, `LIST_FREQ` sont associés aux résultats de type `mode_meca`.

## 3.3 Opérande `NOM_CAS`

◇ `NOM_CAS = nom`

L'opérande `NOM_CAS` est associé aux résultats de type `mult_elas` (produit par l'opérateur `MACRO_ELAS_MULT`). Plusieurs cas de charges peuvent être listés derrière cet opérande, à condition bien sûr, d'avoir servis dans la création du résultat de type `mult_elas`. Si `NOM_CAS` n'est pas noté, tous les cas de charge sont traités.

## 3.4 Mot clé `EXCIT` et opérandes `CHARGE/FONC_MULT`

◇ `EXCIT = _F(`    ◆ `CHARGE = charge`  
                  ◇ `FONC_MULT = fmult )`

Le mot clé `EXCIT` permet de récupérer une liste de chargements `charge`, issus des commandes `AFFE_CHAR_MECA` ou `AFFE_CHAR_MECA_F` [U4.44.01], et les éventuels coefficients multiplicateurs associés `fmult`.

**Le mot clé `EXCIT` est facultatif et ne doit pas être renseigné dans le cas général.**

Ce mot-clé est interdit dans le cas d'un résultat de type `mult_elas`, produit par l'opérateur `MACRO_ELAS_MULT`. Le ou les chargements à utiliser sont définis avec l'opérande `NOM_CAS`.

En dehors de ce cas, si le mot clé `EXCIT` est absent de la commande, le chargement pris en compte est celui extrait de `resu`. Si le chargement est fourni via `EXCIT`, alors c'est ce chargement qui sera utilisé dans `CALC_G`. Si le chargement fourni dans `EXCIT` est différent de celui présent dans `resu` (cohérence du nom et du nombre de charges, des couples charge-fonction), une alarme est émise et le calcul se poursuit avec les chargements indiqués par l'utilisateur. Attention, cet usage n'est valide que lorsque le résultat est créé via l'opérateur `CREA_RESU`. En effet, comme `CREA_RESU` ne permet pas d'appliquer de charges, `EXCIT` donne la possibilité de définir le chargement directement dans `CALC_G`.

Les chargements supportés actuellement par les différentes modélisations et pouvant avoir un sens en mécanique de la rupture sont les suivantes :

- Effort volumique : `ROTATION`, `FORCE_INTERNE`, `PESANTEUR`.
- Effort surfacique sur les lèvres de la fissure : `FORCE_CONTOUR` (2D), `FORCE_FACE` (3D), `PRES_REP`.
- Dilatation thermique : la température est transmise via `AFFE_MATERIAU/AFFE_VARC`
- Pré-déformation : `PRE_EPSI` (cas fissure maillée uniquement, en 2D pour toutes les options, et en 3D uniquement pour l'option `CALC_G_GLOB`)

En cas de problème thermo-mécanique, la température est transmise via les propriétés matériau (`AFFE_MATERIAU / AFFE_VARC / EVOL`). La dilatation thermique est donc automatiquement prise en compte dans le calcul avec `CALC_G`.

## Remarque :

*Les chargements non supportés par une option sont ignorés. A ce jour, les chargements suivants pouvant avoir un sens en mécanique de la rupture ne sont pas traités :*

- `FORCE_NODALE`
- `FORCE_ARETE`
- `DDL_IMPO` sur les lèvres de la fissure
- `FACE_IMPO`
- `PRE_EPSI` en 3D pour les options `CALC_G`, `CALC_GTP` et `CALC_K_G`

Il est important de noter que les seuls chargements pris en compte dans un calcul de mécanique de la rupture avec la méthode  $\theta$  sont ceux supportés par les éléments à l'intérieur de la couronne, où le champ de vecteurs  $\theta$  est non nul (entre `R_INF` et `R_SUP` [R7.02.01 §3.3]). Les seuls types de charge susceptibles d'influencer le calcul de  $G$  sont donc les chargements volumiques (pesanteur, rotation), un champ de température non uniforme ou des efforts appliqués sur les lèvres de la fissure.

## Attention :

- Si plusieurs chargements de même nature (par exemple force volumique) apparaissent dans le calcul, ils sont combinés entre eux pour le post-traitement. Il n'est cependant pas possible à ce jour de faire cette combinaison si des chargements de type `FORMULE` sont présents : le calcul se termine alors en erreur.
- On applique aussi une règle d'exclusion lors de la présence simultanée d'un champ de pré-déformations (via '`PRE_EPSI`') et d'un champ de contraintes initiales.
- Il n'est pas possible à ce jour d'associer une charge définie à partir d'une `FORMULE` et un coefficient multiplicateur (`FONC_MULT`). Dans ce cas, le calcul se termine en erreur.
- Les charges cinématiques (`AFFE_CHAR_CINE` et `AFFE_CHAR_CINE_F`), ne peuvent pas être prises en compte dans le calcul.
- Pour l'option `CALC_K_G`, si un chargement est imposé sur les lèvres de la fissure (`PRES_REP` ou `FORCE_CONTOUR`), alors il faut **obligatoirement** orienter correctement les mailles de celles-ci (en utilisant `ORIE_PEAU_2D` ou `ORIE_PEAU_3D`) préalablement au calcul de  $K$  (cas fissure maillée uniquement).

- Si on fait un calcul en grandes transformations (mot clé DEFORMATION = 'GROT\_GDEP' ou 'PETIT\_REAC') les chargements supportés doivent être des charges mortes, typiquement une force imposée et pas une pression [R7.02.03 §2.4]; ces charges doivent avoir été déclarées comme non suiveuses dans STAT\_NON\_LINE.
- On note que le calcul de CALC\_G (et CALC\_GTP) avec la modélisation AXIS n'est pas disponible pour les résultats des calculs thermo-mécaniques en grande déformation et grande rotation.

## 3.5 Mot clé THETA

Le champ thêta est :

- 1) soit calculé préalablement par l'opérateur CALC\_THETA puis transmis par le mot clé facteur THETA (cf §3.3.1),
- 2) soit calculé dans CALC\_G à partir des mots clés R\_INF/R\_INF\_FO, R\_SUP/R\_SUP\_FO, MODULE/MODULE\_FO, FOND\_FISS/FISSURE.

Les différents cas sont décrits dans le tableau ci-dessous selon l'option de calcul, la modélisation (2D ou 3D) et le type de fissure (fissure maillée ou non).

	CALC_G (G_MAX, G_BILI, CALC_GTP)	CALC_K_G	CALC_G_GLOB (G_MAX_GLOB, G_BILI_GLOB)
<b>2D - Fissure maillée</b>	♦ / THETA / ♦ FOND_FISS ♦ R_INF, ..	♦ / R_INF,R_SUP... / THETA ♦ FOND_FISS	-
<b>2D - Fissure non maillée</b>	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	-
<b>3D - Fissure maillée</b>	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FOND_FISS	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FOND_FISS	♦ / THETA / ♦ FOND_FISS ♦ R_INF, ..
<b>3D - Fissure non maillée</b>	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	-

Conseils sur le choix des couronnes (dans CALC\_THETA, CALC\_G ou CALC\_GTP) :

- Éviter d'utiliser un champ thêta défini avec un rayon inférieur R\_INF nul. Les champs de déplacements sont singuliers en fond de fissure et introduisent des résultats imprécis en post-traitement de mécanique de la rupture.
- Il est conseillé d'utiliser successivement la commande CALC\_G avec au moins trois champs thêta de couronnes différentes pour s'assurer de la stabilité des résultats. En cas de variation importante (supérieure à 5-10%) il faut s'interroger sur la bonne prise en compte de toute la modélisation.
- Pour l'option CALC\_K\_G en 2D-axisymétrique, le rayon des couronnes doit être petit devant le rayon du fond de fissure pour avoir la meilleure précision possible. Il est interdit d'avoir des couronnes de rayon plus grand que le rayon du fond de fissure.

### 3.5.1 Opérandes THETA, FOND\_FISS, FISSURE

```
♦ / THETA = theta
/ FOND_FISS = ff,
/ FISSURE = fiss,
```

Ces opérandes permettent de définir le (ou les) champs  $\theta$ .  
Il y a trois possibilités :

1) Si THETA est renseigné :

Le champ  $\theta$  est un champ de vecteur en chaque nœud du maillage. C'est un concept de type `cham_no_sdaster`. Il est généralement issu de la commande spécifique `CALC_THETA` [U4.82.02] qui permet d'affecter le module, la direction du champ  $\theta$  et les rayons de la couronne entourant le fond de fissure. Pour plus de précisions se reporter à [R7.02.01 §3].

2) Si FOND\_FISS est renseigné :

`ff` est le fond de fissure défini par la commande `DEFI_FOND_FISS` [U4.82.01] pour un fond de fissure ouvert ou fermé (fonds doubles interdits dans `CALC_G`).

Ce mot-clé ne peut être utilisé que si la fissure est maillée.

3) Si FISSURE est renseigné :

`fiss` est la fissure définie par la commande `DEFI_FISS_XFEM` [U4.82.08].

Ce mot-clé est obligatoire si la fissure n'est pas maillée.

Ce mot-clé est obligatoire si la fissure n'est pas maillée. Dans les quelques cas où on réalise une étude de propagation avec des éléments cohésifs, cette fissure est de type `COHESIF` (mot-clé `TYPE_DISCONTINUITE` dans `DEFI_FISS_XFEM`), et l'opérateur effectue alors automatiquement un calcul de facteurs d'intensité des contraintes équivalents par une méthode spécifique d'intégrales surfaciques sur la zone cohésive, détaillée dans [R7.02.19], §6.3.

### 3.5.2 Opérandes R\_INF, R\_INF\_FO, R\_SUP, R\_SUP\_FO, MODULE, MODULE\_FO, DIRECTION, DIRE\_THETA

Ces opérandes permettent de calculer le champ  $\theta$  lorsque celui-ci n'a pas été préalablement déterminé. Ils correspondent respectivement aux rayons inférieur et supérieur des couronnes (scalaire ou fonction, en 3D, de l'abscisse curviligne), au module du champ  $\theta$  et à sa direction.

L'utilisation de ces opérandes est décrite dans la documentation de `CALC_THETA` [U4.82.02]. Quelques conseils sont donnés ci-dessus.

En 3D, lorsque les rayons ne sont pas fonction de l'abscisse curviligne, les opérandes `R_INF` et `R_SUP` sont facultatifs. S'ils ne sont pas indiqués, ils sont automatiquement calculés à partir du maximum  $h$  des tailles de mailles connectées aux nœuds du fond de fissure. Ces tailles de mailles en chaque nœud du fond sont calculées dans la commande `DEFI_FOND_FISS`, dans le cas d'une fissure maillée ou `DEFI_FISS_XFEM`, dans le cas d'une fissure non-maillée, et sont présentes respectivement dans le concept `fond_fiss` [D4.10.01] ou `fiss_xfem` [D4.10.01]. Il a été choisi de poser  $R_{SUP} = 4h$  et  $R_{INF} = 2h$ . Si on choisit la valeur automatiquement calculée pour `R_SUP` et `R_INF`, il convient toutefois de s'assurer que ces valeurs (affichées dans le fichier `.mess`) sont cohérentes avec les dimensions de la structure.

Les opérandes `DIRECTION` et `DIRE_THETA` ne sont utilisables que pour des fissures maillées (présence du mot-clé `FOND_FISS`).

Attention, le mot-clé `DIRECTION` est facultatif, il ne doit être utilisé que dans le cas de fond de fissure plan, courbe ou rectiligne ; en effet, il désigne la direction du champ  $\theta$ , qui doit, afin que le calcul soit correct, être dans le plan de propagation (mais pas nécessairement normal au fond). Il est toutefois recommandé de définir plutôt le fond de fissure dans `DEFI_FOND_FISS` en donnant aussi les groupes de mailles des lèvres.

Dans le cas d'un défaut initialement ouvert et dont le fond n'est pas plan, il n'est à l'heure actuelle pas possible de calculer le taux de restitution d'énergie.

### 3.5.3 Opérandes NUME\_FOND et NB\_POINT\_FOND

◇ NUME\_FOND = n,  
◇ NB\_POINT\_FOND = nbnofo,

Cet ensemble de mot clés, facultatifs, ne doit être défini que pour des fissures non maillées (modélisation X-FEM), le mot-clé FISSURE étant donc renseigné.

NUME\_FOND : il peut arriver, pour certaines structures, que le fond de fissure soit discontinu. Dans le cas d'une fissure définie par DEFI\_FISS\_XFEM le fond de fissure est alors découpé en plusieurs parties.

L'opérande NUME\_FOND permet d'indiquer sur laquelle de ces sous-parties du fond de fissure on souhaite réaliser le calcul. Par défaut, le calcul se fait sur le premier fond de fissure.

NB\_POINT\_FOND : par défaut, le calcul se fait sur tous les points du fond de fissure, i.e. tous les points d'intersection entre le fond de fissure et les arêtes du maillage. Les points du fond de fissure peuvent alors être très irrégulièrement espacés, ce qui peut conduire à des oscillations gênantes sur les paramètres  $G(s)$  ou  $K(s)$  calculés.

L'opérande NB\_POINT\_FOND permet de fixer a priori le nombre de points de post-traitement, afin d'améliorer la régularité des résultats. Les *nbnofo* points sont équirépartis le long du fond de fissure. Quelques conseils sont donnés dans le §16.

### 3.5.4 Opérande SYME

```
◇ SYME = / 'NON' , [DEFAULT]
          / 'OUI' ,
```

Le mot clé SYME permet d'indiquer si le chargement est symétrique dans le cas où on ne modélise que la moitié du solide par rapport à la fissure. Sa présence n'est valide que si l'opérande THETA est présent.

Dans le cas SYME = 'OUI' on multiplie par 2 les valeurs du taux de restitution d'énergie  $G$  et sa dérivée éventuelle. De plus, on multiplie par 2 les valeurs de  $K_I$  et on affecte 0 à  $K_{II}$  et  $K_{III}$ . (valable quelque soit l'option).

#### Remarque :

Lorsque FOND\_FISS est présent, l'information sur la symétrie du modèle est récupérée directement dans le concept fond\_fiss. Donc si le mot clé SYME = 'OUI' est renseigné dans la commande DEFI\_FOND\_FISS, CALC\_G prendra automatiquement en compte la symétrie du modèle.

Il n'est pas possible de prendre en compte la symétrie du modèle par rapport à la fissure quand celle-ci n'est pas maillée (cas X-FEM).

## 3.6 Mot clé COMPORTEMENT

```
◇ COMPORTEMENT = _F (
```

Ce mot clé facteur permet de redéfinir le comportement du matériau. Mais l'utilisation de ce mot clé ne **doit pas être systématique** : en effet, par défaut, la loi de comportement utilisée dans CALC\_G est identique à celle utilisée pour le calcul mécanique (via MECA\_STATIQUE ou STAT\_NON\_LINE). Le fait de renseigner le mot clé comportement crée une Alarme, mais le calcul continue, il appartient à l'utilisateur de vérifier que les comportements lors de la résolution mécanique et du calcul de G sont identiques.

Le calcul du taux de restitution d'énergie  $G$  n'a de sens qu'en **élasticité** linéaire ou non linéaire.

Il est cependant possible de calculer un autre paramètre en élastoplasticité :  $G_{TP}$  grâce à l'option 'CALC\_GTP'.

Enfin, la seule variable de commande (voir [U4.43.03] : opérateur AFFE\_MATERIAU, mot-clé AFFE\_VARC) autorisée pour le calcul du taux de restitution d'énergie est la température 'TEMP'.

#### Remarques :

- Rien n'interdit d'affecter un comportement différent lors du calcul des déplacements (par exemple élastoplastique) puis de réaliser ce post-traitement avec une autre relation (par exemple élastique non-linéaire). Une vérification de cohérence est effectuée sur les

comportements utilisés pour le calcul et pour le post-traitement, et un message d'alarme est émis si il y a une différence ; l'utilisateur est responsable de l'interprétation des résultats obtenus [R7.02.03].

- Par exemple, si le chargement est parfaitement radial monotone, les calculs en élasticité non linéaire et en élastoplasticité conduisent aux mêmes résultats.

Pour plus de précisions, se reporter à [U2.05.01].

## 3.6.1 Opérande RELATION pour les lois de comportement élastiques

- RELATION =

Les relations de comportement élastiques possibles ('ELAS', 'ELAS\_VMIS\_LINE', 'ELAS\_VMIS\_TRAC', 'ELAS\_VMIS\_PUIS') sont détaillées dans [U4.51.11].

/ 'ELAS'

Relation de comportement élastique linéaire c'est-à-dire que la relation entre les déformations et les contraintes considérées est linéaire [R7.02.01 §1.1].

Il est possible de définir un état non nul de contraintes initiales (voir mot clé ETAT\_INIT), ce qui conduit à considérer le comportement élastique comme incrémental.

/ 'ELAS\_VMIS\_LINE'

Relation de comportement élastique non linéaire, de Von Mises à écrouissage isotrope linéaire. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI\_MATERIAU (cf. [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20]).

/ 'ELAS\_VMIS\_TRAC'

Relation de comportement élastique non linéaire, de Von Mises à écrouissage isotrope non linéaire. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI\_MATERIAU (cf. [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20]).

/ 'ELAS\_VMIS\_PUIS'

Relation de comportement élastique non linéaire, de Von Mises à écrouissage isotrope non linéaire défini par une loi puissance. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI\_MATERIAU (cf. [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20]).

## 3.6.2 Opérande RELATION pour les lois de comportement incrémentales

- RELATION =

La relation de comportement est élastoplastique associée à un critère de Von Mises avec écrouissage isotrope ou cinématique. Il est possible de calculer en élastoplasticité un paramètre analogue à  $G$ , appelé  $G_{TP}$  et défini alors comme le flux d'énergie total (plasticité et rupture) à travers le défaut. Dans le cas de l'élastoplasticité, le défaut doit être modélisé par une entaille.

◇ RELATION =

/ 'VMIS\_ISOT\_LINE'

Von Mises avec écrouissage isotrope linéaire ([U4.51.11] et [R5.03.20]).

/ 'VMIS\_ISOT\_TRAC'

Von Mises avec écrouissage isotrope donné par une courbe de traction [U4.51.11]. Cette relation de comportement ne peut pas être utilisée dans CALC\_G en présence de thermique

### 3.6.3 Opérande ETAT\_INIT

◇ ETAT\_INIT=\_F(SIGM = siefelga)

Dans le cas d'une relation de comportement élastique incrémentale, il est possible de définir un état de contraintes initiales non nul.

Seules les options CALC\_G, CALC\_K\_G, et CALC\_GTP peuvent prendre en compte cet état de contraintes initiales.

Compte tenu de la difficulté de validation de la formulation implantée, il n'est actuellement pas licite de cumuler une pré-déformation (via le mot clé PRE\_EPSI de l'opérateur AFFE\_CHAR\_MECA) et une contrainte initiale.

Le champ de contrainte initiale fourni peut être de type SIEF\_ELGA, SIEF\_ELNO ou SIEF\_NOEU dans une modélisation FEM, uniquement SIEF\_ELGA pour une modélisation X-FEM (possibilité de les créer à partir de CREA\_CHAMP en particulier).

Dans tous les cas, ce champ de contrainte initiale doit être **auto-équilibré**, en absence de fissure, avec les seules conditions aux limites. L'utilisateur doit vérifier que son champ de contraintes initiales est licite en l'appliquant dans le mot clé ETAT\_INIT de l'opérateur STAT\_NON\_LINE, avec un comportement élastique linéaire (RELATION = 'ELAS'), avec les seules conditions aux limites ; le résultat mécanique doit être le même champ de contrainte sans déformations supplémentaires (voir Figure 3.1).

Les calculs en présence d'un état initial peuvent être effectués avec une fissure maillée (FEM) ou bien une fissure non-maillée (X-FEM).

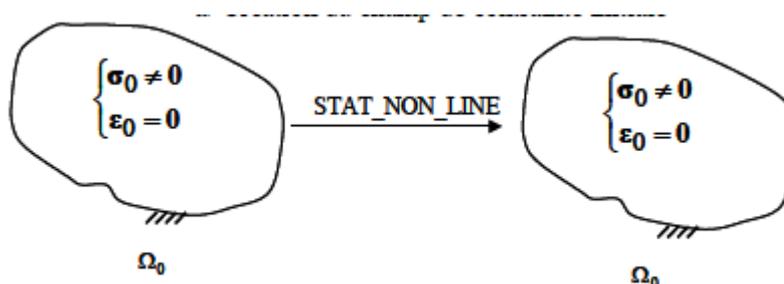


Figure 3.1 : Vérification de la validité du champ de contrainte initiale.

### 3.6.4 Opérande DEFORMATION

Ce mot-clé permet de définir les hypothèses utilisées pour le calcul des déformations. Pour plus de précisions sur les formalismes de déformations, voir le paragraphe DEFORMATION de [U4.51,11].

Pour commencer, les grandeurs calculées par CALC\_G sont définies uniquement en petites déformations. Il n'est donc pas possible d'utiliser pour CALC\_G un autre formalisme que PETIT ou PETIT\_REAC. Si tel est le cas, le calcul s'arrête en erreur.

Ensuite, il faut en théorie une cohérence entre les formalismes de déformations utilisés pour le calcul mécanique lui-même et le post-traitement dont il est question ici. Cela signifierait donc que les calculs mécaniques eux-mêmes doivent être réalisés avec les formalismes PETIT ou PETIT\_REAC uniquement. Toutefois, nous laissons la possibilité de réaliser le post-traitement en petites déformations (PETIT) à partir du résultat d'un calcul mécanique réalisé avec un autre formalisme (par exemple GDEF\_LOG). Dans ce cas, une alarme est émise, et charge à l'utilisateur de décider si le résultat fourni a un sens ou non. Pour réaliser un calcul plus fiable du taux de restitution d'énergie en grandes déformations, on conseille d'utiliser la méthode d'équivalence en ouverture présentée succinctement dans U2.05.01.

◇ DEFORMATION =  
/ 'PETIT' : les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les relations linéarisées. Cela signifie que l'on reste en Hypothèse de Petites Perturbations : petits déplacements, petites rotations et petites déformations. Dans ce cas, les calculs des grandeurs sont licites et validés. Cette option est la seule possible pour les fissures non maillées.

/ 'PETIT\_REAC' : disponible uniquement en comportement incrémental, c'est une approximation des grandes déformations pour laquelle les incréments de déformations sont calculés dans la géométrie actuelle (réactualisée). Elle n'est valable que pour de petits incréments et pour des rotations faibles [U4.51.11].

## 3.6.5 Opérande CALCUL\_CONTRAINTE

◇ CALCUL\_CONTRAINTE = 'NON'

Cet opérande est disponible qu'en élasticité (linéaire ou non) et uniquement pour les fissures maillées, sans état initial et pour les options 'CALC\_G', 'CALC\_GTP' et 'CALC\_G\_GLOB'.

Par défaut, les contraintes sont recalculées dans l'opérateur CALC\_G, à partir du champ de déplacement et de la loi de comportement. Si CALCUL\_CONTRAINTE = 'NON', alors  $G$  est calculé sans recalculer les contraintes à partir des déplacements solution (on utilise directement celles présentes dans la structure de données résultat).

### Remarque :

*Si les lois de comportement utilisées pour le calcul mécanique et pour le post-traitement sont les mêmes - ce qui constitue la pratique normale - alors les résultats avec ou sans recalcul des contraintes sont identiques.*

*Une pratique usuelle pour prendre en compte la plasticité consiste cependant à faire un calcul mécanique élastoplastique, suivi d'un post-traitement élastique non linéaire pour le calcul de  $G$ .*

*Si on reste bien dans le domaine de validité du calcul de  $G$  (chargement radial et monotone), alors les résultats avec ou sans recalcul des contraintes sont identiques. Dès qu'on sort de ce domaine de validité, l'écart croît.*

*Cette option, à réserver aux utilisateurs avertis, permet donc de vérifier a posteriori qu'on reste bien dans les hypothèses de calcul de  $G$ .*

## 3.6.6 Opérandes TOUT / GROUP\_MA / MAILLE

◇ / TOUT = 'OUI',  
/ | GROUP\_MA = lgrma,  
/ | MAILLE = lma,

Spécifie les mailles ou les nœuds sur lesquels la relation de comportement est utilisée.

## 3.6.7 Relation de comportement disponible pour chaque option

COMPORTEMENT	'ELAS'	'CALC_G'	'CALC_K_G'
		'PETIT' 'GROT_GDEP'	'PETIT'
	'ELAS_VMIS_LINE'	'PETIT'	non disp.
	'ELAS_VMIS_TRAC'	'GROT_GDEP'	
	'ELAS_VMIS_PUIS'		
	'VMIS_ISOT_TRAC'	'PETIT'	non disp.
	'VMIS_ISOT_LINE'	'PETIT_REAC'	

Tableau 3.6.4-a : Disponibilité, par option, des relations de comportement.

## 3.7 Opérande OPTION

```
♦ OPTION = / 'CALC_G' ,  
           / 'CALC_GTP' ,  
           / 'CALC_G_GLOB' ,  
           / 'CALC_K_G' ,  
           / 'G_MAX' ,  
           / 'G_MAX_GLOB' ,  
           / 'CALC_K_MAX' ,  
           / 'G_BILI' ,  
           / 'G_BILI_GLOB' ,
```

### 3.7.1 OPTION = 'CALC\_G' [R7.02.01] et [R7.02.03]

Elle permet le calcul du taux de restitution de l'énergie  $G$  par la méthode thêta en 2D ou en 3D local pour un problème thermo-élastique linéaire ou non linéaire.  
En 2D, pour la modélisation `AXIS`, il faut diviser le résultat obtenu par le rayon en fond de fissure, cf. §4.2.

### 3.7.2 OPTION = 'CALC\_GTP' [R7.02.07]

Elle permet le calcul du taux de restitution de l'énergie  $G_{TP}$  par la méthode thêta en 2D ou en 3D local pour un problème élasto-plastique (la méthode  $G_{TP}$  est issue des programmes internes de recherche d'EDF R&D).  
En 2D, pour la modélisation `AXIS`, il faut diviser le résultat obtenu par le rayon en fond de fissure, cf. §4.2.

### 3.7.3 OPTION = 'CALC\_G\_GLOB' [R7.02.01] et [R7.02.03]

Elle permet le calcul du taux de restitution de l'énergie  $G$  par la méthode thêta en 3D global pour un problème thermo-élastique linéaire ou non linéaire. Il faut diviser la valeur brute de  $G$  donnée par `Code_Aster` par la longueur de la fissure, cf. §4.3.

### 3.7.4 OPTION = 'CALC\_K\_G' [R7.02.05]

Cette option calcule en 2D et en 3D le taux de restitution  $G$  et les coefficients d'intensité de contraintes  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$  en thermo-élasticité linéaire plane par la méthode des champs singuliers (utilisation de la forme bilinéaire de  $G$ , [R7.02.05]).

#### Remarques :

- Pour cette option, seuls les calculs élastiques linéaires sans état initial ou élastique linéaire avec contrainte initiale sont disponibles.
- Pour cette option en 2D, si `INFO` vaut 2, on génère le calcul et l'impression (dans le fichier `MESSAGE`) de l'angle de propagation de la fissure. Cet angle, calculé selon 3 critères ( $K1$  ou  $G$  maximal,  $K2$  minimal) d'après les formules d'AMESTOY, BUI et DANG-VAN [R7.02.05 §2.5], est donné à 10 degrés près.
- Dans le cas où la fissure est maillée (i.e. si le mot-clé `FOND_FISS` est renseigné), le calcul de cette option n'est possible que si les lèvres sont initialement collées (`CONFIG_INIT='COLLEE'` dans `DEFI_FOND_FISS` [U4.82.01]).

### 3.7.5 OPTION = 'G\_BILI' ou 'G\_BILI\_GLOB' [R7.02.01]

Pour une série de déplacements  $(U_1, \dots, U_n)$ , cette option permet le calcul de la forme bilinéaire  $g(U_i, U_j)$  pour  $i \geq j$ ; si  $i = j$  alors  $g(u, u) = G(u)$ . Les résultats sont stockés dans une table comportant deux indices  $i$  et  $j$  en référence aux déplacements  $U_i$  et  $U_j$  ordonnés dans la liste contenue dans la structure de données résultat sous le mot clé `RESULTAT`.

L'option 'G\_BILI' correspond aux calculs 2D et 3D local ; l'option 'G\_BILI\_GLOB' correspond au calcul du taux de restitution d'énergie 3D global.

### Attention :

*En 3D local, seules les combinaisons de discrétisation  $G(s)$  de et du champ  $\theta$  cf. [§] :  
LEGENDRE-LEGENDRE ou LAGRANGE-LAGRANGE sont disponibles pour cette option.*

*Cette option de calcul n'est valable que pour des calculs élastiques linéaires où la superposition de chargement par combinaison linéaire est possible.*

### 3.7.6 OPTION = 'G\_MAX' OU 'G\_MAX\_GLOB' [R7.02.05]

Cette option concerne la maximisation de  $G$  en 2D et en 3D local (option 'G\_MAX') ou en 3D global ('G\_MAX\_GLOB') sous des contraintes bornes [R7.02.05]. Il faut fournir la valeur des contraintes bornes derrière le mot clé BORNES, cf. § 3.9. Attention, cette option ne permet pas de distinguer les chargements conduisant à une ouverture ou à une fermeture de la fissure, contrairement à l'option CALC\_K\_MAX.

### 3.7.7 OPTION = 'CALC\_K\_MAX'

Cette option concerne la maximisation de  $K_1$  en 3D local en présence de chargements signés et non signés. Il faut fournir le signe des chargements derrière le mot clé SIGNES, cf. §3.10. Contrairement aux options G\_MAX et G\_MAX\_GLOB, cette option permet bien de distinguer ouverture et fermeture de la fissure.

### Remarque :

*dans le cas où la fissure est maillée (i.e. si le mot-clé FOND\_FISS est renseigné), le calcul de cette option n'est possible que si les lèvres sont initialement collées (CONFIG\_INIT='COLLEE' dans DEFI\_FOND\_FISS [ U4.82.01 ]).*

## 3.8 Mot clé LISSAGE

Le domaine d'application de ce mot clé se limite au cas 3D local.

### 3.8.1 Opérande LISSAGE\_THETA

◇ LISSAGE\_THETA = / 'LEGENDRE' [DEFAULT]  
/ 'LAGRANGE'  
/ 'LAGRANGE\_REGU'

La trace du champ  $\theta$  sur le fond de fissure peut être discrétisée soit suivant la base des  $N$  premiers polynômes de Legendre ('LEGENDRE'), soit suivant les fonctions de forme associées à la discrétisation du fond de fissure ('LAGRANGE' ou 'LAGRANGE\_REGU') [R7.02.01].

LISSAGE\_THETA = 'LEGENDRE' :  $\theta(s)$  est discrétisé sur une base de polynômes de Legendre  $\gamma_j(s)$  de degré  $j$  ( $0 < j < Deg_{max}$ ) où  $Deg_{max}$  est le degré maximal donné sous le mot clé DEGRE (entre 0 et 7).

LISSAGE\_THETA = 'LAGRANGE' :  $\theta(s)$  est discrétisé sur les fonctions de forme du nœud  $k$  du fond de fissure :  $\varphi_k(s)$ .

LISSAGE\_THETA = 'LAGRANGE\_REGU' : forme régularisée du lissage de LAGRANGE, consistant à prendre systématiquement des fonctions de forme linéaires et à étendre le support de chaque champ  $\theta$  sur 4 mailles consécutives (contre 2 avec 'LAGRANGE').

### 3.8.2 Opérande LISSAGE\_G

```
LISSAGE_G = / 'LEGENDRE' , [DEFAULT]
            / 'LAGRANGE' ,
            / 'LAGRANGE_NO_NO' ,
            / 'LAGRANGE_REGU'
```

$G(s)$  peut être discrétisé soit suivant les polynômes de Legendre ('LEGENDRE'), soit suivant les fonctions de forme des nœuds du fond de fissure ('LAGRANGE'). La méthode 'LAGRANGE\_NO\_NO' est issue de la méthode LAGRANGE-LAGRANGE mais elle est simplifiée [R7.02.01]. De même, 'LAGRANGE\_REGU' est une version régularisée de la méthode LAGRANGE, qui peut être utile pour les fonds de fissure maillés irrégulièrement ou avec des éléments quadratiques.

Si le lissage de  $\theta$  par polynômes de Legendre a été retenu au mot clé précédent, alors le lissage de  $G$  doit lui aussi être de type Legendre. De même, si un lissage de  $\theta$  de type 'LAGRANGE\_REGU' a été retenu au mot clé précédent, alors le lissage de  $G$  doit lui aussi être de type 'LAGRANGE\_REGU'.

Les options disponibles dans Aster sont résumées dans le tableau suivant :

		Théta	
		Polynômes de LEGENDRE	Fonctions de forme
$G(s)$	<b>Polynômes de LEGENDRE</b>	LISSAGE_THETA= 'LEGENDRE' LISSAGE_G = 'LEGENDRE'	LISSAGE_THETA='LAGRANGE' LISSAGE_G= 'LEGENDRE'
	<b>Fonctions de forme</b>		LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE' LISSAGE_G = 'LAGRANGE' ou 'LAGRANGE_NO_NO'  LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE_REGU' LISSAGE_G = 'LAGRANGE_REGU'

Avec X-FEM, le couple LISSAGE\_THETA='LAGRANGE'/LISSAGE\_G= 'LEGENDRE' est impossible.

### 3.8.3 Opérande DEGRE

◇ DEGRE = n

$n$  est le degré maximal des polynômes de Legendre utilisés pour la décomposition du champ  $\theta$  en fond de fissure [§3.12] (lorsque LISSAGE\_THETA = 'LEGENDRE').

Par défaut  $n$  est affectée à 5. La valeur de  $n$  doit être comprise entre 0 et 7.

Si on retient les discrétisations LISSAGE\_THETA = 'LAGRANGE' et LISSAGE\_G = 'LEGENDRE', on doit avoir  $n < NNO$ , où  $NNO$  est le nombre de nœuds en fond de fissure [R7.02.01 §2.3].

#### Conseils sur le lissage :

- *il est difficile de donner une préférence à l'une ou l'autre méthode de lissage. En principe les deux donnent des résultats numériques équivalents. Néanmoins le lissage de type 'LAGRANGE' est peu plus coûteux en temps CPU que le lissage de type 'LEGENDRE' ;*
- *le lissage de type 'LEGENDRE' est sensible au degré maximal des polynômes choisis. Le degré maximal doit être défini en fonction du nombre de nœuds en fond de fissure  $NNO$ . Si  $n$  est trop grand au regard de  $NNO$  les résultats sont médiocres [U2.05.01 §2.4] ;*

- des oscillations peuvent apparaître avec le lissage de type 'LAGRANGE', en particulier si le maillage comporte des éléments quadratiques ou si la fissure n'est pas maillée. Si le maillage est rayonnant en fond de fissure (fissure maillée), il est alors recommandé de définir des couronnes  $R\_INF$  et  $R\_SUP$  coïncidant avec les frontières des éléments. Un lissage de type 'LAGRANGE\_NO\_NO' ou 'LAGRANGE\_REGU' permet de limiter ces oscillations ;
- pour les fissures non maillées (méthode X-FEM), lorsque l'on utilise un lissage de type 'LAGRANGE' il est recommandé d'utiliser l'opérande  $NB\_POINT\_FOND$  pour garantir une équi-répartition des points de calculs en fond de fissure. Le choix d'un rapport de l'ordre de 5 entre le nombre de points total en fond de fissure (à chercher dans les informations imprimées dans le fichier message par la commande  $DEFI\_FISS\_XFEM$ ) et le nombre de points de calcul semble approprié pour limiter les oscillations ;
- l'utilisation d'au moins deux types de lissage avec plusieurs couronnes d'intégration et la comparaison des résultats est **indispensable** afin de vérifier la validité du modèle.

## 3.9 Mot-clé BORNES

◇ BORNES =

Ce mot clé facteur est obligatoire si on utilise les options 'G\_MAX' et 'G\_MAX\_GLOB'. Sinon il n'est pas utilisé. Il permet de définir des couples de contraintes bornes  $(q_i^-, q_i^+)$  pour chaque numéro d'ordre de la structure de données `resultat`. On cherche alors à définir la combinaison de chargement la plus pénalisante en terme de taux de restitution d'énergie :

$$\max_{q_i^- \leq q_i \leq q_i^+} G(\sum_i q_i Q_i) = \max_{i,j=1}^N G_{ij} q_i q_j$$
 où  $Q_i$  sont les  $N$  chargements unitaires associés aux différents déplacements  $U_i$  contenus dans la structure de données `resultat`, et  $G_{ij} = g(U_i, U_j)$  la forme bilinéaire de  $G$ .

◆ NUME\_ORDRE = num

Numéro d'ordre dans la structure de données `resultat` associé aux valeurs de contraintes bornes.

◆ VALE\_MIN = qmin

Valeur minimal du coefficient appliqué au chargement associé au résultat stocké dans le numéro d'ordre `num` de la structure de données `resu`.

◆ VALE\_MAX = qmax

Valeur maximale du coefficient appliqué au chargement associé au résultat stocké dans le numéro d'ordre `num` de la structure de données `resu`.

### Remarques :

- L'utilisateur doit donner autant de couples de bornes que de numéros d'ordre contenus dans la structure de données `resultat` sous peine d'erreur fatale.
- Cette option de calcul n'est valable que pour des calculs élastiques linéaires où la superposition de chargement par combinaison linéaire est possible.
- Un exemple d'utilisation de cette option pour maximiser  $G$  en présence de chargements signés et non signés est donné dans le §5.3.

## 3.10 Mot-clé SIGNES

◇ BORNES =

Ce mot clé facteur est obligatoire si on utilise l'option 'CALC\_K\_MAX'. Sinon il n'est pas utilisé. Il permet de définir, pour chaque numéro d'ordre de la structure de données `resultat`, le type de chargement, i.e. si le chargement est signé ou non signé.

◆ `CHARGE_S = listS`

Liste des numéros d'ordre de la structure de données `resultat` associés à des chargements signés.

◆ `CHARGE_NS = listNS`

Liste des numéros d'ordre de la structure de données `resultat` associés à des chargements non signés.

Cette option permet de distinguer ouverture et fermeture de la fissure :

$$K^{max} = \sum_{CHARGE\_S} K(u_i) + \sum_{CHARGE\_NS} K(u_i) \cdot \text{sign}(K_I(u_i))$$

Un exemple d'utilisation de cette option est donné dans le 5.3.

## 3.11 Opérande TITRE

◇ `TITRE = titre`

[U4.03.01].

## 3.12 Opérande INFO

◇ `INFO = /1, [DEFAULT]`  
`/2,`

Niveau de messages dans le fichier 'MESSAGE'.

## 3.13 Table produite

La commande `CALC_G` génère un concept de type `table`.

Celle-ci contient :

- en 2D ou 3D global : le taux de restitution d'énergie puis éventuellement, selon les options, sa dérivée ou les facteurs d'intensité des contraintes.
- en 3D local : pour l'option `CALC_G`, cette table contient, pour chaque nœud du fond de fissure :
  - le nom du nœud,
  - son abscisse curviligne le long du fond de fissure,
  - la valeur de  $G$  local au nœud.

Pour l'option `CALC_K_G`, la table contient :

- (en 3D) le numéro du point du fond de fissure,
- (en 3D) son abscisse curviligne le long du fond de fissure,
- la valeur des facteurs d'intensité des contraintes  $K_I$ ,  $K_2$ , ( $K_3$ ) et du  $G$  local en chaque point
- (en 3D), la valeur  $BETA$  de l'angle de propagation de la fissure.
- la valeur du taux de restitution d'énergie  $G_{IRWIN}$  calculé à partir des facteurs d'intensité des contraintes.

$G_{IRWIN}$  est obtenu à partir des facteurs d'intensité des contraintes  $K_I$  et  $K_2$  (et  $K_3$ ) avec les formules suivantes :

$$G_{IRWIN} = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \text{ en contraintes planes}$$

$$G_{IRWIN} = \frac{(1-\nu^2)}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \text{ en déformations planes et axi-symétrique}$$

$$G_{IRWIN} = \frac{(1-\nu^2)}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \text{ en 3D}$$

avec  $E$  module de Young et  $\nu$  coefficient de Poisson et  $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ . La comparaison entre  $G$  et  $G_{IRWIN}$  permet de s'assurer de la cohérence des résultats : un écart trop important doit conduire à vérifier les paramètres du calcul (raffinement du maillage, choix des couronnes pour  $\theta$ , lissage en 3D...).

L'angle  $BETA$  de propagation en 3D est calculé selon la formule suivante (cf. [R7.02.12]) :

$$BETA = 2 \operatorname{atan} \left( \frac{1}{4} \left( \frac{K_I}{K_{II}} - \operatorname{sign}(K_{II}) \sqrt{\left( \frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \right)$$

En 2D, l'angle de propagation de la fissure est indiqué dans le fichier message si `INFO=2` (cf. exemple dans le paragraphe 5.1).

La commande `IMPR_TABLE` [U4.91.03] permet d'imprimer les résultats au format voulu.

## 4 Normalisation du taux de restitution global G

### 4.1 2D contraintes planes et déformations planes

En dimension 2 (contraintes planes et déformations planes), le fond de fissure est réduit à un point et la valeur  $G(\theta)$  issue de la commande CALC\_G est indépendante du choix du champ  $\theta$  :

$$G = G(\theta) \quad \forall \theta \in \Theta$$

### 4.2 Axisymétrie

En axisymétrie il faut normaliser la valeur  $G(\theta)$  obtenue avec Aster pour les options CALC\_G, G\_MAX et G\_BILI :

$$G = \frac{1}{R} G(\theta)$$

où  $R$  est la distance du fond de fissure à l'axe de symétrie [R7.02.01 §2.4.4].

Pour l'option CALC\_K\_G, les valeurs de  $G$  et de  $K$  fournies dans le tableau résultat sont directement les valeurs locales, il ne faut donc pas les normaliser.

### 4.3 3D

En dimension 3, la valeur de  $G(\theta)$  pour un champ  $\theta$  donné est telle que :

$$G(\theta) = \int_{\Gamma_0} G(s) \theta(s) \cdot \mathbf{m}(s) ds$$

Par défaut, la direction du champ  $\theta$  en fond de fissure est la normale au fond de fissure dans le plan des lèvres. En choisissant un champ  $\theta$  unitaire au voisinage du fond de fissure, on a alors :

$$\theta(s) \cdot \mathbf{m}(s) = 1$$

et :

$$G(\theta) = \int_{\Gamma_0} G(s) ds$$

Soit  $G$  le taux de restitution de l'énergie global, pour avoir la valeur de  $G$  par unité de longueur, il faut diviser la valeur obtenue par la longueur de la fissure  $l$  :

$$G = \frac{1}{l} G(\theta) .$$

### 4.4 Symétrie du modèle

Si on ne modélise que la moitié du solide par rapport à la fissure :

- soit préciser le mot clé SYME = 'OUI' dans les commandes concernées ;
- soit ne pas oublier de multiplier par 2, les valeurs du taux de restitution d'énergie  $G$  ou  $G(s)$  et par 4 celles de  $G_{Irwin}$ . De plus les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes correspondantes au mode de symétrie doivent aussi être multipliées par 2.

## 5 Exemples

### 5.1 Exemple d'utilisation en 2D

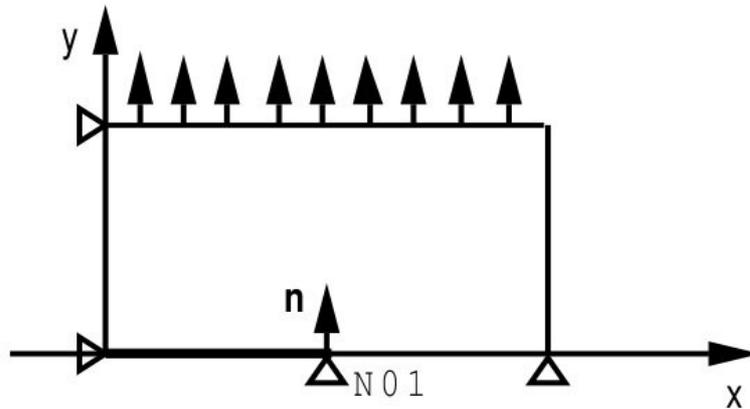


Figure 5.1-a : Calcul des facteurs d'intensités de contraintes.

```

ma = LIRE_MALLAGE ( )
mo = AFFE_MODELE (MAILLAGE = ma,
                  AFFE = _F( TOUT = 'OUI', PHENOMENE = 'MECANIQUE',
                             MODELISATION = 'D_PLAN'))

ff = DEFI_FOND_FISS ( NOEUD      = 'N01',
                     SYME       = 'OUI'
                     NORMALE    = (0. 1.),)

theta = CALC_THETA ( MODELE = mo,
                    THETA_2D = _F( NOEUD      = 'N01',
                                   MODULE     = 1.,
                                   R_INF      = 2.0,
                                   R_SUP      = 3.0),
                    DIRECTION = (1. 0.),)

G0 = CALC_G ( RESULTAT = resu,
             THETA     = _F( THETA = theta,
                             SYME  = 'OUI', ),
             OPTION    = 'CALC_G'
             INFO = 2,)

GK0 = CALC_G ( RESULTAT = resu,
              THETA     = _F( THETA = theta,
                              FOND_FISS = ff, ),
              OPTION    = 'CALC_K_G'
              INFO = 2,)

IMPR_TABLE ( TABLE = G4)

```

On calcule les facteurs d'intensité de contraintes  $K_1$  et  $K_2$  sur le modèle  $mo$ , avec le déplacement  $depl$  solution du problème élastique avec :

- le champ de matériau *chma* produit par *AFPE\_MATERIAU*,
- la charge *ch* produite par la commande *AFPE\_CHAR\_MECA*.

On récupère le nœud de fond de fissure *N01* et la normale à la fissure par le concept *fond\_fiss*. Dans *G0*, on précise que le chargement global est symétrique par rapport à la fissure grâce au mot clé *SYME*. Il n'est pas nécessaire d'ajouter *SYME* dans *GK0* car le concept *fond\_fiss* détient déjà l'information sur la symétrie grâce au mot clé *SYME* dans *DEFI\_FOND\_FISS*.

Comme *INFO* vaut 2, l'angle de propagation de la fissure est également calculé, et le résultat est imprimé dans le fichier *MESSAGE* avec le format suivant :

Nœud de fond de fissure : *N01*

Coordonnées du nœud de fond de fissure : 0. 0.

Coordonnées de la normale à la fissure : 0. 1.

$K_1$	$K_2$	$G$ (IRWIN)
2.14364E+01	0.0000E+00	1.14880E-03

Taux de restitution d'énergie  $G$  : 1.14907E-03

Direction de la déviation de la fissure (en degrés) :

**Selon le critère  $K_1$  maximum** : 0 avec  $K1$  max : 2.14364E+01  
**Selon le critère  $K_2$  nul** : 0 avec  $K2$  nul : 0.0000E+00  
**Selon le critère  $G$  maximum** : 0 avec  $G_{max}$  : 1.1488E-03

A partir des facteurs d'intensité de contraintes  $K_1$  et  $K_2$ , on peut en effet calculer les coefficients  $K_1^*$  et  $K_2^*$  correspondant à une propagation de fissure donnée (d'après les travaux d'AMESTOY, BUI et DANG-VAN [R7.02.05 §2.5]).

La direction de la déviation de la fissure est calculée d'après ces résultats et selon 3 critères  $K_1^*$  maximum,  $K_2^*$  nul et  $G^*$  maximum. L'angle de propagation, donné en degré, est calculé par rapport au prolongement de la fissure.

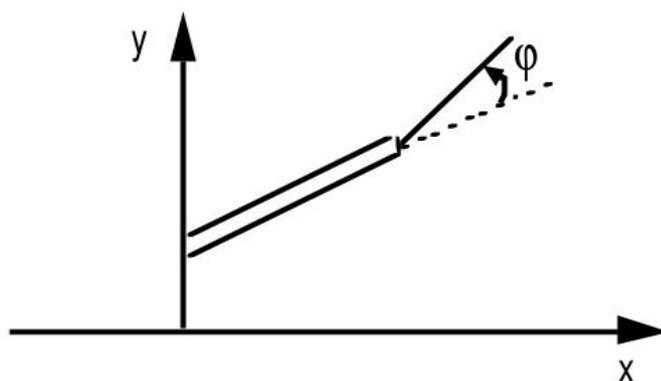


Figure 5.1-b : Angle de propagation

**Remarques :**

- Pour un chargement thermique, les coefficients caractéristiques du matériau ( $E, \nu, \dots$ ) doivent être indépendants de la température.
- Attention à l'orientation de la normale à la fissure.

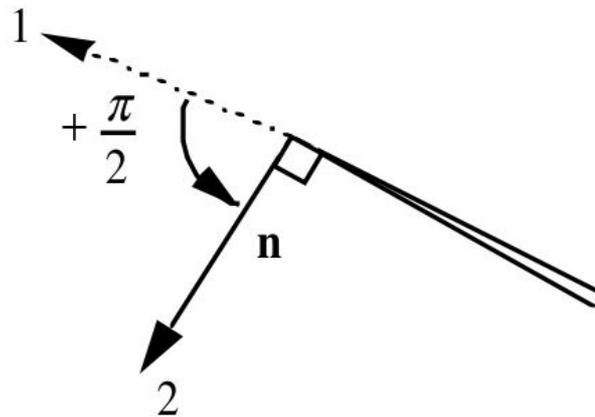


Figure 5.1-c : Orientation de la normale à la fissure

## 5.2 Exemple d'utilisation en 3D

Prenons le cas d'une fissure maillée :

Le fond de fissure est défini dans DEFI\_FOND\_FISS :

```
ff=DEFI_FOND_FISS( MAILLAGE=MA,
                   FOND_FISS=_F(GROUP_MA = 'LFF'),
                   )
```

Exemples de calcul du taux de restitution de l'énergie en 3D (local ou global) :

```
G1LOC = CALC_G ( OPTION      = 'CALC_G',
                 RESULTAT    = resu,
                 THETA        = _F( FOND_FISS      = ff,
                                     R_INF          = 1.,
                                     R_SUP          = 2.),
                 LISSAGE      = _F( LISSAGE_G     = 'LAGRANGE',
                                     LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE'),
                 )
```

```
G1GLOB = CALC_G ( OPTION      = 'CALC_G_GLOB',
                 RESULTAT    = resu,
                 THETA        = _F( FOND_FISS      = ff,
                                     R_INF          = 1.,
                                     R_SUP          = 2.),
                 )
```

Exemple de calcul des facteurs d'intensité des contraintes en 3D :

```
KLOC = CALC_G ( OPTION      = 'CALC_K_G',
               RESULTAT    = resu,
               THETA        = _F( FOND_FISS      = ff,
                                   R_INF          = 1.,
                                   R_SUP          = 2.),
               LISSAGE      = _F( LISSAGE_G     = 'LAGRANGE',
                                   LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE'),
               )
```

On peut trouver des exemples d'utilisation dans les tests suivants :

SSLV110 [V3.04.110] Fissure semi-elliptique en milieu infini  
SSLV112 [V3.04.112] Fissure circulaire en milieu infini

HPLV103 [V7.03.103] Thermoélasticité avec fissure circulaire en milieu infini\*

Prenons le cas d'une fissure non maillée, et d'un calcul de facteurs d'intensité des contraintes équivalents en présence de forces cohésives.

La fissure a été définie par :

```
fiss=DEFI_FISS_XFEM(MODELE=MO,  
                    TYPE_DISCONTINUITE = 'COHESIF',  
                    DEFI_FISS=_F(FONC_LN = fonc1,  
                                  FONC_LT = fonc2,  
                                  GROUP_MA_BORD = group_ma,))  
);
```

Après le calcul mécanique ayant donné un résultat `res`, le post-traitement pour obtenir les facteurs d'intensité des contraintes équivalents se fait par :

```
table_k=CALC_G(OPTION='CALC_K_G',  
              RESULTAT = res,  
              INST = inst_fin,  
              THETA =_F(FISSURE = fiss,  
                        NB_POINT_FOND = nb_pts,)),  
              LISSAGE = F(LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE',  
                          LISSAGE_G = 'LAGRANGE_NO_NO'),  
              );
```

## 5.3 Maximisation de G et de K en présence de contraintes non signées

Cet exemple a pour but de préciser comment maximiser le taux de restitution de l'énergie pour un problème linéaire avec à la fois des contraintes signées (poids propre, pression interne) et des contraintes dont on ne connaît pas le signe a priori (séisme). Le problème étudié est en modélisation 3D, avec un comportement élastique linéaire. Deux types d'options sont utilisables :

1. soit les options `G_MAX / G_MAX_GLOB` (maximisation du taux de restitution d'énergie) ;
2. soit l'option `CALC_K_MAX` qui, basée sur le calcul de  $KI$ , permet de distinguer ouverture et fermeture de la fissure.

Dans les deux cas, le contact sur les lèvres de la fissure n'est pas pris en compte.

Supposons par exemple, qu'en plus des conditions aux limites de blocage `CHCL`, il y a un chargement de pression signé `CHPRESS`, et deux chargements non signés s'appliquant sur des groupes de mailles distincts du modèle, `CH_NS1` et `CH_NS2` :

```
CHCL=AFFE_CHAR_MECA( MODELE=MO,  
                    DDL_IMPO=( _F( GROUP_NO = 'SSUP_S', DZ = 0.),  
                               _F( GROUP_NO = 'SLAT_S', DX = 0.),  
                               _F( GROUP_NO = 'SAV_S', DY = 0.),),)  
  
CHPRES=AFFE_CHAR_MECA( MODELE=MO,  
                       PRES_REP=_F( GROUP_MA = 'SINF', PRES = -1.E6),)  
  
CH_NS1=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,  
                      FORCE_NODALE=_F( GROUP_NO = 'SLAT', FZ = 1540),)  
  
CH_NS2=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MO,  
                      FORCE_NODALE=_F( GROUP_NO = 'SINF', FX = 2100),)
```

On calcule la solution du problème associée à chacun de ces chargements en définissant des fonctions multiplicatrices :

```
F0=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',  
                 PROL_GAUCHE='LINEAIRE',
```

```
PROL_DROITE='CONSTANT',
VALE=( 1., 1., 2., 0., 3., 0., ),)

F1=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',
PROL_GAUCHE='LINEAIRE',
PROL_DROITE='CONSTANT',
VALE=( 1., 0., 2., 1., 3., 0., ),)

F2=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',
PROL_GAUCHE='LINEAIRE',
PROL_DROITE='CONSTANT',
VALE=( 1., 0., 2., 0., 3., 1., ),)

LIST=DEFI_LIST_REEL( DEBUT=0.E+0,
INTERVALLE=_F(JUSQU_A = 3., NOMBRE = 3),)

RESU=MECA_STATIQUE(MODELE=MO,
CHAM_MATER=CHMAT,
EXCIT=( _F(CHARGE = CHCL),
_F(CHARGE = CHPRES, FONC_MULT = F0),
_F(CHARGE = CH_NS1, FONC_MULT = F1),
_F(CHARGE = CH_NS2, FONC_MULT = F2),),
LIST_INST = LIST,)
```

On définit le fond de fissure et la couronne  $\theta$  pour le calcul de  $G$  :

```
FOND=DEFI_FOND_FISS( MAILLAGE=MA,
FOND_FISS=_F(GROUP_MA = 'LFF'),
)

THETA=CALC_THETA( MODELE=MO,
FOND_FISS=FOND,
THETA_3D=_F( TOUT = 'OUI',
MODULE = 1.,
R_INF = 0.2,
R_SUP = 0.5),)
```

La maximisation de  $G$  se fait par l'option  $G\_MAX\_GLOB$  (en 3D global) ou par l'option  $G\_MAX$  (en 3D local) de  $CALC\_G$ . Le coefficient du chargement signé vaut 1, les coefficients des chargements non signés varient entre  $-1$  et  $1$  :

```
G_MAX_G = CALC_G( THETA = _F(THETA, ),
RESULTAT = RESU,
BORNES = ( _F( NUME_ORDRE = 1,
VALE_MIN = 1., VALE_MAX = 1.),
_F( NUME_ORDRE = 2,
VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.),
_F( NUME_ORDRE = 3,
VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.),),
OPTION='G_MAX_GLOB',)

IMPR_TABLE(TABLE = G_MAX_G)

G_MAX_L = CALC_G( RESULTAT=RESU,
THETA = _F( FOND_FISS=FOND,
R_INF = 0.2,
R_SUP = 0.5,
MODULE = 1.0),)
```

```
BORNES=( _F( NUME_ORDRE = 1,
             VALE_MIN = 1., VALE_MAX = 1.),
         _F( NUME_ORDRE = 2,
             VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.),
         _F( NUME_ORDRE = 3,
             VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.)),
OPTION='G_MAX',)

IMPR_TABLE(TABLE = G_MAX_L)
```

La table produite par CALC\_G option 'G\_MAX\_GLOB' est la suivante :

```
#ASTER 8.02.01 CONCEPT GMAX_G CALCULE LE 21/12/2005 A 15:49:17 DE
TYPE
#TABLE_SDASTER
Q_1      Q_2      Q_3      G      G_MAX
1.00000E+00 1.00000E+00 -1.00000E+00 3.91703E+03 3.91703E+03
1.00000E+00 1.00000E+00 -1.00000E+00 3.91703E+03 3.91703E+03
1.00000E+00 -1.00000E+00 -1.00000E+00 3.63507E+03 -
1.00000E+00 -1.00000E+00 -1.00000E+00 3.63507E+03 -
1.00000E+00 -1.00000E+00 1.00000E+00 2.92029E+03 -
1.00000E+00 -1.00000E+00 1.00000E+00 2.92029E+03 -
1.00000E+00 1.00000E+00 1.00000E+00 2.68007E+03 -
1.00000E+00 1.00000E+00 1.00000E+00 2.68007E+03 -
```

Ainsi, le taux de restitution maximum est obtenu pour la combinaison du chargement de pression avec CH\_NS1 avec un signe '+' et CH\_NS2 avec un signe '-'. Les options G\_MAX / G\_MAX\_GLOB ne permettent pas de distinguer les chargements tendant à ouvrir la fissure de ceux qui tendent à la fermer : il peut donc arriver que le maximum de  $G$  trouvé corresponde à une refermeture de la fissure.

Pour maximiser également les facteurs d'intensité de contrainte on utilise l'option CALC\_K\_MAX :

```
K_MAX = CALC_G ( RESULTAT=RESU,
                 THETA = _F( FOND_FISS =FOND,
                             R_INF =0.2,
                             R_SUP =0.5,
                             MODULE=1.0,)),
                 SIGNES= F( CHARGE_S = (1,),
                             CHARGE_NS = (2,3)),
                 OPTION='CALC_K_MAX',)

IMPR_TABLE(TABLE = K_MAX)
```

Dans le tableau résultat produit par cette option, on trouve successivement :

1. les facteurs d'intensité des contraintes  $K1$ ,  $K2$  et  $K3$  et le  $G$  associés à chacun des chargements (fonctions de l'abscisse curviligne) ;
2. les facteurs d'intensité des contraintes maximum, le  $G$  maximum et les coefficients des charges associés (1 pour les chargements signés,  $\pm 1$  pour les chargements non signés).

```
#K_MAX AVEC R_INF = 0.2 ET R_SUP = 0.5
Q_1    Q_2    Q_3    NUM_PT  ABS_CURV    K1      K2      K3      G
  1     0     0     1  0.00000E+00  8.46799E+05 -3.39509E+05  1.65142E+03  5.85407E+00
  1     0     0     2  3.92069E-01  8.51341E+05 -3.48645E+05  2.89982E+03  5.85097E+00
...
  0     1     0     1  0.00000E+00  5.20948E+05 -2.31674E+05 -2.01759E+04  2.19826E+00
  0     1     0     2  3.92069E-01  5.25149E+05 -2.42255E+05 -7.40016E+03  2.19755E+00
...
  0     0     1     0  0.00000E+00 -1.97960E+05  8.03611E+04 -1.61407E+04  1.52288E+01
  0     0     1     0  3.92069E-01 -1.99557E+05  9.20569E+04 -5.92013E+03  1.52227E+01
...
```

Titre : *Opérateur CALC\_G*  
Responsable : *Samuel GENIAUT*

Date : *16/07/2015* Page : *28/28*  
Clé : *U4.82.03* Révision : *13444*

1	1	-1	1	0.00000E+00	1.56571E+06	-6.59219E+05	-2.38376E+03	7.64144E+01
1	1	-1	2	3.92069E-01	1.57605E+06	-6.82957E+05	1.41979E+03	7.63789E+01
...								

Pour d'autres exemples, on peut se reporter au cas test SSLV134E/F [V3.04.134].