

Réalisation d'une étude de génie civil sous chargement sismique

Résumé :

Ce document a pour but de donner des conseils pour réaliser des études de génie civil sous chargement sismique. On y présente l'utilisation des outils de modélisation des structures en béton armé sous séisme disponibles dans *Code_Aster*.

On rappelle tout d'abord les méthodes de calcul en dynamique transitoire non linéaire. On décrit ensuite les modélisations éléments finis et les modèles de comportement de béton et d'acier disponibles. On présente enfin les différentes étapes à réaliser dans le cadre d'une étude dynamique non linéaire sismique (études préalables, résolution du calcul et post-traitement).

Table des matières

1 Introduction.....	5
2 Méthodes de calcul dynamique non linéaire transitoire.....	5
2.1 Opérateur DYNA_NON_LINE.....	5
2.2 Choix du schéma d'intégration temporelle.....	5
2.3 Choix du pas de temps du calcul.....	6
2.3.1 Schémas implicites :.....	6
2.3.2 Schémas explicites :.....	6
3 Choix de la modélisation éléments finis.....	7
3.1 Introduction.....	7
3.2 Description de la modélisation locale (éléments massifs).....	9
3.2.1 Modélisation du béton.....	9
3.2.2 Modélisation des armatures.....	9
3.2.3 Modélisation de la liaison entre le béton et les armatures.....	9
3.3 Description de la modélisation semi-globale coque multicouche.....	9
3.3.1 Modélisation du béton.....	9
3.3.2 Modélisation des armatures.....	10
3.3.3 Modélisation de la liaison entre le béton et les armatures.....	10
3.4 Description de la modélisation semi-globale poutre multifibre.....	10
3.5 Description de la modélisation globale.....	11
3.5.1 Généralités.....	11
3.5.2 Modélisation de plaque en béton armé.....	11
3.6 Modélisation des liaisons.....	12
3.6.1 Liaison coque – coque.....	12
3.6.2 Liaison 3D – poutre et coque – poutre.....	12
3.6.3 Liaison poteau – plancher.....	13
3.6.4 Liaison 3D – coque.....	13
3.6.5 Modélisation de liaisons non linéaires (nœuds d'ossature ; appareil amortisseur...) à l'aide d'éléments discrets.....	14
3.7 Autres éléments structuraux modélisables.....	14
3.7.1 Modélisation d'un liner.....	15
3.7.2 Modélisation de la précontrainte.....	15
3.8 Quel type de modélisation adopter ?.....	15
3.8.1 Introduction.....	15
3.8.2 Modélisation locale (éléments massifs).....	15
3.8.3 Modélisation semi-globale coque multicouche.....	16
3.8.4 Modélisation semi-globale poutre multifibre.....	16
3.8.5 Modélisation de coque globale	16
4 Choix du modèle de comportement.....	16
4.1 Introduction.....	16
4.1.1 Observations expérimentales.....	17

4.1.2	Spécificités des études sismiques :	18
4.2	Algorithme de De Borst.....	18
4.3	Description des modèles de comportement de l'acier.....	19
4.4	Description des modèles de comportement de béton.....	20
4.4.1	Modèle ENDO_ISOT_BETON.....	20
4.4.2	Modèle ENDO_ORTH_BETON.....	21
4.4.3	Localisation liée à l'endommagement et modèles non locaux.....	22
4.4.4	Modèle GLRC_DM.....	23
4.4.5	Modèle GLRC_DM couplé à l'élastoplasticité (VMIS_CINE_LINE).....	25
4.4.6	Modèle MAZARS.....	26
4.5	Quel type de modèle de comportement adopter ?.....	26
4.5.1	Introduction.....	26
4.5.2	Modèle ENDO_ISOT_BETON :	27
4.5.3	Modèle ENDO_ORTH_BETON :	27
4.5.4	Modèle MAZARS_GC.....	27
4.5.5	Modèle GLRC_DM.....	27
5	Mise en données du problème.....	30
5.1	Maillage.....	30
5.1.1	Conseils généraux.....	30
5.1.2	Modélisation locale massive et coque multicouche.....	30
5.2	Conditions initiales.....	30
5.3	Conditions limites.....	30
5.4	Chargement sismique.....	30
5.4.1	Mono-appui.....	31
5.4.2	Multi-appui.....	31
5.4.3	Précautions générales sur le signal temporel.....	32
5.5	Amortissement.....	32
5.5.1	Définition.....	32
5.5.2	Cas non linéaire.....	33
5.5.3	Autres conseils en non linéaire.....	34
6	Analyses préalables au calcul dynamique transitoire non linéaire.....	35
6.1	Analyse de la masse.....	35
6.2	Analyse modale.....	35
6.3	Calcul dynamique transitoire linéaire élastique.....	36
6.4	Autres analyses.....	37
6.4.1	Analyse push-over (quasi-statique non linéaire monotone).....	37
6.4.2	Analyse statique cyclique.....	37
7	Résolution du calcul dynamique transitoire non linéaire.....	38
7.1	Introduction.....	38
7.2	Aide à la convergence du calcul.....	38
7.2.1	Évolution temporelle du chargement.....	38
7.2.2	Critères de convergence.....	38

7.2.3 Algorithme de Newton.....	38
7.2.4 Non linéarités matériaux.....	39
7.2.5 Schéma d'intégration temporelle.....	40
7.3 Enchaînement des calculs.....	40
8 Post-traitement.....	40
8.1 Analyse du comportement global de la structure.....	41
8.1.1 Déplacements et efforts maximaux.....	41
8.1.2 Détermination du spectre d'oscillateur.....	41
8.1.3 Fréquences propres.....	41
8.1.4 Bilan d'énergies dissipées.....	41
8.2 Analyse du comportement local de la structure.....	41
8.2.1 Introduction.....	42
8.2.2 Modélisation locale (éléments massifs).....	42
8.2.3 Coques multicouches.....	42
8.2.4 Poutres multifibres.....	42
8.2.5 Coque globale.....	43
8.2.6 Éléments discrets porteurs de lois de comportement linéaire ou non.....	43
9 Cas tests et études existants.....	43
9.1 Cas-tests Code_Aster.....	43
9.1.1 Schémas temporels.....	43
9.1.2 Modélisations et modèles de comportement associés.....	44
9.1.3 Chargement.....	44
9.1.4 Amortissement de Rayleigh.....	45
9.1.5 Post-traitement.....	45
9.2 Exemples d'études réalisées.....	45
9.2.1 Plancher de type P4.....	45
9.2.2 Voiles en cisaillement SAFE – T5.....	46
9.2.3 Maquette CAMUS 2000.....	46
10 Conclusions.....	46
11 Bibliographie.....	47

1 Introduction

Dans le cadre de la réévaluation sismique des bâtiments de génie civil, les simulations numériques ont pour objectif de mieux appréhender leur comportement non linéaire. On présente dans ce document les outils disponibles dans *Code_Aster* afin de modéliser des structures en béton armé sous chargement sismique.

Ce document a pour but de fournir à l'utilisateur des conseils de méthodologie et des règles de bonne pratique à suivre lors des différentes étapes de son calcul. On aborde successivement les points suivants :

- les méthodes de calcul en dynamique transitoire non linéaire,
- le choix de la modélisation éléments finis,
- le choix du modèle de comportement,
- la mise en données du problème,
- les analyses préalables au calcul dynamique transitoire non linéaire,
- la résolution du calcul dynamique transitoire non linéaire,
- le post-traitement,
- les études existantes.

Cependant on n'aborde pas dans cette documentation le calcul réglementaire de dimensionnement par méthode spectrale [U2.06.09].

2 Méthodes de calcul dynamique non linéaire transitoire

On ne détaille pas dans ce document les conseils généraux pour la réalisation d'un calcul dynamique transitoire non linéaire. Il est toutefois important d'insister sur la spécificité de tels calculs. L'utilisation de l'opérateur dynamique `DYNA_NON_LINE` ([U4.53.01] et [R5.05.05]) nécessite des précautions supplémentaires par rapport à un calcul statique non linéaire `STAT_NON_LINE` ([U4.51.03] et [R5.03.01]).

Il est notamment important de noter que, l'évolution temporelle à représenter étant de grande taille, on a un problème souvent coûteux en temps CPU. On est donc amené à mettre en place des modélisations qui ne sont pas trop volumineuses.

Par ailleurs, certaines options disponibles en statique non linéaire ne sont pas licites en dynamique. C'est le cas notamment du pilotage du chargement qui permet d'aider la convergence d'un calcul statique. En dynamique, l'historique de chargement étant « réel », on ne peut plus utiliser ce type de méthode tel quel.

2.1 Opérateur `DYNA_NON_LINE`

L'opérateur `DYNA_NON_LINE` ([U4.53.01] et [R5.05.05]) permet de calculer l'évolution dynamique d'une structure dont le matériau et/ou la géométrie a un comportement non linéaire.

On résout les équations de la dynamique avec :

- une discrétisation par éléments finis sur le maillage en base « physique »,
- des méthodes d'intégration temporelle implicites ou explicites pour la résolution du problème temporel,
- des méthodes d'intégration de Newton-Raphson pour la résolution du problème incrémental non linéaire associé à l'équilibre mécanique. Cette méthode consiste à itérer sur la résolution avec un opérateur tangent.

En dynamique, contrairement à la statique, il ne peut exister d'opérateur de résolution strictement non inversible. Ceci est dû à la présence de la matrice de masse dans cet opérateur. Cependant, ceci ne garantit en rien la convergence du calcul. Les problèmes les plus fréquents concernent la résolution du comportement.

On donne au paragraphe 7.2 des conseils d'utilisation de l'opérateur `DYNA_NON_LINE` permettant d'améliorer la convergence des algorithmes.

2.2 Choix du schéma d'intégration temporelle

L'utilisateur peut actuellement choisir dans `DYNA_NON_LINE` entre quatre schémas temporels :

Schémas implicites :

- un schéma implicite non dissipatif : schéma d'accélération moyenne (ou règle du trapèze),
- un schéma implicite dissipatif : schéma HHT (qui introduit une dissipation numérique haute fréquence),

Schémas explicites :

- un schéma explicite non dissipatif : schéma des différences centrées,
- un schéma explicite dissipatif : le schéma de Tchamwa-Wielgosz (qui introduit une dissipation numérique haute fréquence).

On se reportera à [10] et [R5.05.05] pour connaître en détail les règles d'utilisation de ces différentes méthodes d'intégrations temporelles.

Dans le cadre des études génie civil sous chargement sismique, on préconise d'utiliser le schéma implicite classique d'accélération moyenne qui n'apporte pas de dissipation numérique.

On verra au paragraphe 7.2 qu'on peut être amené, en cas d'instabilité numérique des calculs (oscillations hautes fréquences), à utiliser un schéma de type HHT.

De plus, en cas de non convergence sévère, on pourra essayer de poursuivre le calcul en utilisant un schéma explicite. Cependant l'opérateur `DYNA_NON_LINE` est orienté vers les approches implicites. Il n'est pas optimisé (vectorisé) pour les résolutions explicites. Il est donc actuellement recommandé d'utiliser un schéma explicite avec la plus grande prudence.

2.3 Choix du pas de temps du calcul

2.3.1 Schémas implicites :

Le pas de temps à choisir doit respecter un certain nombre de conditions [R5.05.05] :

- le pas de temps doit être suffisamment petit pour représenter correctement l'échantillonnage temporel du chargement ;
- on conseille de choisir pour des raisons de précision (critère de type « Shannon » sur la fréquence de coupure), un pas de temps tel que : $\Delta t \leq \frac{1}{(10 * f_{max})}$, avec f_{max} la plus haute fréquence à représenter ;
- par ailleurs, il peut être intéressant de déterminer une approximation de la condition CFL (Courant-Friedrichs-Lewy, [4]) du problème afin d'avoir une borne inférieure du pas de temps à utiliser. Le pas de temps de stabilité de la condition CFL est donné par : $t_c = L/c$ avec L la longueur caractéristique du plus petit élément du maillage et c la célérité des ondes élastiques de compression unidimensionnelles donnée par $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. L'utilisation d'un pas de temps nettement inférieur (plus d'un ordre de grandeur) à la condition CFL n'a pas de sens physique et peut être source d'oscillations numériques hautes fréquences. On veillera notamment, lors de redécoupages du pas de temps, à ce que le pas de temps utilisé reste proche de la condition CFL (il est à noter que le pas de temps de stabilité est généralement très faible).

En pratique, il est nécessaire en régime non linéaire de s'assurer de la faible sensibilité de la réponse obtenue pour des calculs avec différents pas de temps.

Lorsqu'on dispose d'un résultat convergé pour un pas de temps Δt_1 , on s'assurera de la stabilité de ce résultat en prenant un pas de temps inférieur ou égal à $0,1 \times \Delta t_1$. Si la réponse est identique, le pas de temps Δt_1 est satisfaisant.

2.3.2 Schémas explicites :

Ces schémas, contrairement aux schémas implicites, sont conditionnellement stables. On doit impérativement utiliser un pas de temps inférieur au pas de temps de stabilité (condition CFL). Dans le cas contraire, le calcul risque de diverger (on observe par exemple des accélérations anormalement

élevées). Le pas de temps de stabilité est déterminé au début de l'opérateur `DYNA_NON_LINE`. L'option `'STOP_CFL'=OUI` permet de s'assurer qu'on ne dépasse jamais la condition CFL.

Remarque

Le calcul de la CFL n'est pas programmé pour tous les éléments (en particulier les éléments discrets sont ignorés); la CFL estimée par Code_Aster peut donc être plus grande (moins pénalisante) que la CFL réelle, avec les risques de divergence brutale qui en découlent.

3 Choix de la modélisation éléments finis

3.1 Introduction

On cherche à représenter deux grandes familles d'éléments structuraux en béton armé présents dans les bâtiments classiques de génie civil :

- les poutres et les poteaux,
- les planchers et les voiles.

On distingue trois grandes catégories de représentations éléments finis :

Représentation locale (éléments massifs)

Dans cette approche éléments finis classique, les matériaux constitutifs (acier et béton) sont modélisés séparément. On utilise des éléments finis massifs pour le béton et les modèles de comportements associés sont écrits en 3D. Ce type d'approche permet d'obtenir une description détaillée des phénomènes non linéaires en jeu mais son application à la totalité d'une structure de type industrielle peut s'avérer difficile (temps CPU et taille mémoire prohibitifs). De plus, l'utilisation de modèles de comportement locaux entraîne des problèmes de non convergence importants.

Représentation semi-globale

Les modélisations utilisées sont de types poutres et coques multicouches et une intégration est réalisée dans l'épaisseur de l'élément. Les matériaux constitutifs sont toujours modélisés séparément. On peut distinguer :

- les coques multicouches supportées par des éléments finis de type coque. Des hypothèses simplificatrices associées à la théorie des coques sont adoptées (les champs de déplacements varient linéairement dans l'épaisseur de la coque, la contrainte transversale σ_{zz} est nulle). Les modèles de comportements associés sont écrits en 2D contraintes planes ;
- les poutres multifibres supportées par des éléments finis de type poutre. Des hypothèses simplificatrices associées à la théorie des poutres d'Euler sont adoptées (les sections restent droites et perpendiculaires à la fibre moyenne). Les modèles de comportements associés sont écrits en 1D.

L'intérêt principal de ce type de modélisation est d'être beaucoup moins coûteuse en temps CPU et en taille mémoire qu'une représentation classique locale. Elle permet de plus de représenter de manière relativement réaliste la structure à étudier.

Représentation globale

Dans cette approche, le comportement global du béton armé est modélisé (les éléments constitutifs ne sont plus considérés séparément). Les éléments finis supports sont des éléments de structures (poutres, coques) à une seule couche. Les modèles de comportement spécifiques associés sont écrits en variables globales (efforts généralisés, déformations généralisées). Les modélisations globales sont généralement développées pour des applications spécifiques (pour un type d'élément constitutif d'une structure, pour un type de sollicitation,...). Ce type de représentation est très peu coûteux en temps CPU et en taille mémoire, mais les données de la modélisation nécessitent une identification qui doit être réalisée avec soin. De plus, cette identification est généralement valide uniquement pour une classe de chargements.

La Figure 3.1-a suivante illustre les types de modélisations disponibles dans *Code_Aster*.

Eléments de poutre et de poteau	 Modélisation 3D (éléments massifs pour le béton + GRILLE_MEMBRANE / BARRE pour les armatures)	 Modélisation poutre multifibre (éléments POU_D_EM pour le béton et les armatures)	Modélisation globale Non disponible dans Code_Aster
Eléments structuraux de voiles et de planchers	 Modélisation 3D (éléments massifs pour le béton + GRILLE_MEMBRANE / BARRE pour les armatures)	 Modélisation coque multicouche (éléments DKT pour le béton + GRILLE_EXCENTRE pour les armatures)	Modélisation coque globale (élément spécifique DKTG)
Type de loi de béton associée disponible dans Code_Aster	Modèles locaux : - ENDO_ISOT_BETON - ENDO_ORTH_BETON	Modèles locaux : - 3D dégénérés en 2D par ALGO_C_PLAN ('DEBORST') (ENDO_ISOT_BETON, ENDO_ORTH_BETON) pour les coques multicouches - écrits directement en 1D (LABORD_1D) pour les poutres multifibres	Modèles globaux : - GLRC_DM - GLRC_DM + VMIS_CINE_LINE

Figure 3.1-a : récapitulatif des types de modélisations disponibles.

3.2 Description de la modélisation locale (éléments massifs)

3.2.1 Modélisation du béton

La modélisation à l'aide d'éléments finis massifs classiques n'est pas abordée dans ce document étant donnée qu'elle ne présente pas de spécificités propres dans le cas du béton. On se reportera à la documentation générale de *Code_Aster* pour tout problème de modélisation.

3.2.2 Modélisation des armatures

On peut utiliser les deux types de modélisation suivants pour représenter les armatures du ferrailage :

- les éléments de barre (`BARRE`, [U3.11.01]). Ces éléments finis 3D linéiques transmettent uniquement des efforts et déformations axiales. Par contre, en dynamique, les efforts d'inertie apparaissent dans toutes les directions. L'utilisation des éléments `BARRE` implique de modéliser toutes les armatures une à une. Cette modélisation est à utiliser lorsque le ferrailage est compliqué et lorsqu'on cherche à représenter de manière très fine la position géométrique des armatures ;
- les éléments de grille en membrane (`GRILLE_MEMBRANE`, [U3.12.04]). Cette modélisation `GRILLE_MEMBRANE` permet de représenter les nappes de ferrailage à une seule direction d'armature travaillant en membrane uniquement. Les éléments finis supports sont des éléments de surface (`TRIA3`, `QUA4`,...). La notion d'excentrement n'existe pas pour cette modélisation. Il est donc nécessaire de positionner les armatures au bon endroit lors du maillage de la structure. Pour représenter un lit d'armature complet (ferrailage dans deux directions orthogonales), on duplique le premier lit de `GRILLE_MEMBRANE` et on définit un second lit orthogonal au premier.

Remarque

Il a été montré que le mélange d'éléments massifs (béton) et barre (acier) peut introduire des singularités source de non convergence (application d'un chargement ponctuel) [14]. Il est donc préférable, si le problème le permet, d'utiliser les éléments de grille pour représenter les armatures.

3.2.3 Modélisation de la liaison entre le béton et les armatures

On préconise de faire coïncider les nœuds des mailles aciers et béton. Ceci permet de ne pas alourdir la taille du problème car on évite ainsi d'introduire des relations de liaisons entre les mailles aciers et béton pour assurer l'adhérence. Il est nécessaire de bien faire correspondre tous les nœuds béton situés le long de l'armature avec un nœud acier.

La structure en béton armé est alors représentée par la superposition des éléments `BARRE` ou `GRILLE_MEMBRANE` utilisés pour les aciers et des éléments 3D massifs utilisés pour le béton.

Il est à noter que cette stratégie de modélisation implique que la liaison acier-béton est parfaite. Une modélisation plus réaliste de la liaison entre les aciers et le béton est disponible en 2D dans *Code_Aster* (`JOINT_BA` , [R7.01.21]). Celle-ci n'est pas adaptée à nos applications sismiques. Elle peut être utilisée pour étudier localement une liaison acier-béton (essai d'arrachement, par exemple).

3.3 Description de la modélisation semi-globale coque multicouche

3.3.1 Modélisation du béton

On modélise le béton à l'aide d'éléments de plaques ou de coques de *Code_Aster* (`DKT`, `DST`, `Q4G`, `COQUE_3D`). On ne revient pas dans ce document sur la formulation de ces éléments. On se reportera à [U2.02.01] pour leur utilisation.

On rappelle simplement qu'étant donné que les calculs réalisés sont non linéaires, on utilise une méthode d'intégration par couche pour ces éléments. Pour chaque couche, on utilise une méthode de Simpson à trois points d'intégration, au milieu de la couche et en peaux supérieure et inférieure de couche. Pour N couches le nombre de points d'intégration dans l'épaisseur est de $2N + 1$. Pour la rigidité tangente, on calcule pour chaque couche, en contraintes planes, la contribution aux matrices

de rigidité de membrane, de flexion et de couplage membrane-flexion ainsi que la contribution aux efforts généralisés internes. Ces contributions sont ajoutées et assemblées pour obtenir la matrice de rigidité tangente totale.

Pour traiter les non-linéarités matériau, on préconise d'utiliser de 3 à 5 couches dans l'épaisseur pour un nombre de points d'intégration valant 7, 9 et 11 respectivement.

3.3.2 Modélisation des armatures

On peut utiliser les deux types de modélisation suivants pour représenter les armatures du ferrailage :

- les éléments de barre (`BARRE` , cf. § 3.2.2) ;
- les éléments de grille (`GRILLE_EXCENTRE` , [U3.12.04]). Cette modélisation `GRILLE_EXCENTRE` permet de représenter les nappes de ferrailage à une seule direction d'armature avec excentrement. On définit ainsi la position du lit d'armatures par rapport à la fibre neutre de la coque en béton armé. Pour représenter un lit d'armature complet (ferrailage dans deux directions orthogonales), on duplique le premier lit de `GRILLE_EXCENTRE` et on définit un second lit orthogonal au premier. On maille uniquement une coque que l'on duplique dans *Code_Aster* afin de créer les groupes de mailles correspondant aux armatures (opérateur `CREA_MAILLAGE`). Tous les groupes de mailles s'appuient sur les mêmes nœuds.

Remarque

Dans cette représentation semi-globale de coque multicouche, il n'est pas possible de modéliser les armatures transverses.

3.3.3 Modélisation de la liaison entre le béton et les armatures

Comme au §3.2.3 , on préconise de faire coïncider les nœuds des mailles aciers et béton. Ceci permet de ne pas alourdir la taille du problème car on évite ainsi d'introduire des relations de liaisons entre les mailles aciers et béton pour assurer l'adhérence. Si on utilise des éléments `GRILLE_EXCENTRE` pour les armatures, les nœuds aciers et béton coïncident naturellement car les mailles sont dupliquées et s'appuient de fait sur les mêmes nœuds.

La structure en béton armé est représentée par la superposition des modélisations `GRILLE_EXCENTRE` utilisée pour les armatures et coque utilisée pour le béton.

3.4 Description de la modélisation semi-globale poutre multifibre

La modélisation poutre multifibre (élément `POU_D_EM` , [U3.11.07] et [R3.08.08]) est basée sur la résolution d'un problème de poutre dont la section hétérogène est divisée en plusieurs fibres. Chaque fibre est dotée d'un comportement uniaxial correspondant au matériau la constituant, tandis que la cinématique est définie par l'extension provenant de l'extension propre (déformation axiale) et de la variation de courbure de la poutre elle-même. La section peut être de forme quelconque et est décrite à l'aide d'un maillage 2D.

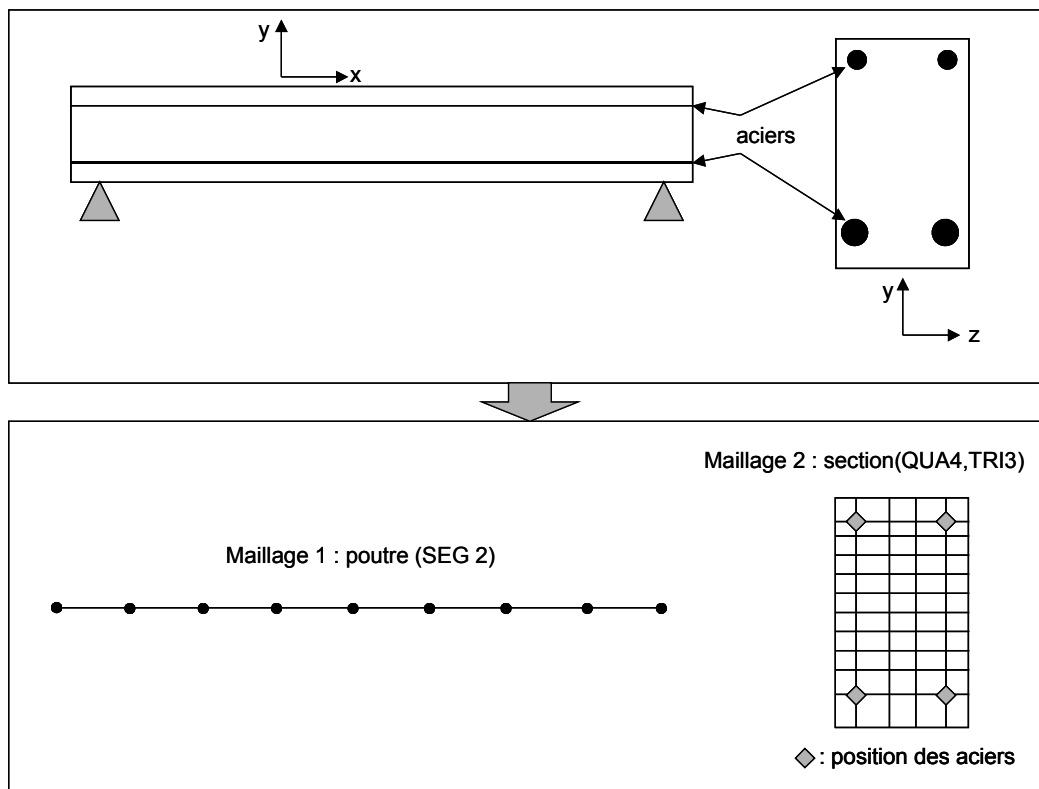


Figure 3.4-a : modélisation poutre multifibre d'une poutre en béton armé.

Remarques

Dans cette représentation semi-globale de poutre multifibre, il n'est pas possible de modéliser les armatures transversales.

Le comportement d'une poutre en béton armé est défini par les données matériau des fibres de béton et les données matériau des fibres d'armatures en acier.

3.5 Description de la modélisation globale

3.5.1 Généralités

Dans ce type de représentation, les éléments de structures mis en œuvre ne disposent que d'une seule fibre ou couche dans la section. Les modèles de comportement homogénéisés associés sont écrits en variables globales (efforts généralisés, déformations généralisées) sans passage par des lois locales. La plupart des développements existant dans la littérature concernent les poutres. Dans *Code_Aster*, ce type d'éléments globaux de poutre en béton armé n'est cependant pas développé.

Il est à noter que ces modélisations globales sont très spécifiques (à un type d'élément constitutif d'une structure, à un type de sollicitation,...) et permettent difficilement de représenter de manière suffisamment fine le comportement de structures industrielles complexes. Par ailleurs, les données de la modélisation nécessitent une identification qui doit être réalisée avec soin.

3.5.2 Modélisation de plaque en béton armé

La modélisation de plaque en béton armé disponible dans *Code_Aster* est similaire à celle qui a dans un premier temps été développée dans le code de calcul *EUROPLEXUS* [6] afin de traiter les problèmes de dynamique rapide pour les structures de génie civil.

Les éléments supports sont des *DKT* dégénérés à un seul point d'intégration dans l'épaisseur (éléments *DKTG*). Cette modélisation (Figure 3.5.2-a) utilise des variables globales (N , efforts membranaires ; M , moments de flexion ; ϵ , déformations généralisées et κ , courbures) issues d'un modèle de comportement global (pour le béton armé, modèle *GLRC_DM*). Ce modèle permet de simuler le comportement de plaques en béton armé sous chargement cyclique.

On décrit le modèle de comportement *GLRC_DM* plus en détail au paragraphe 4.4.

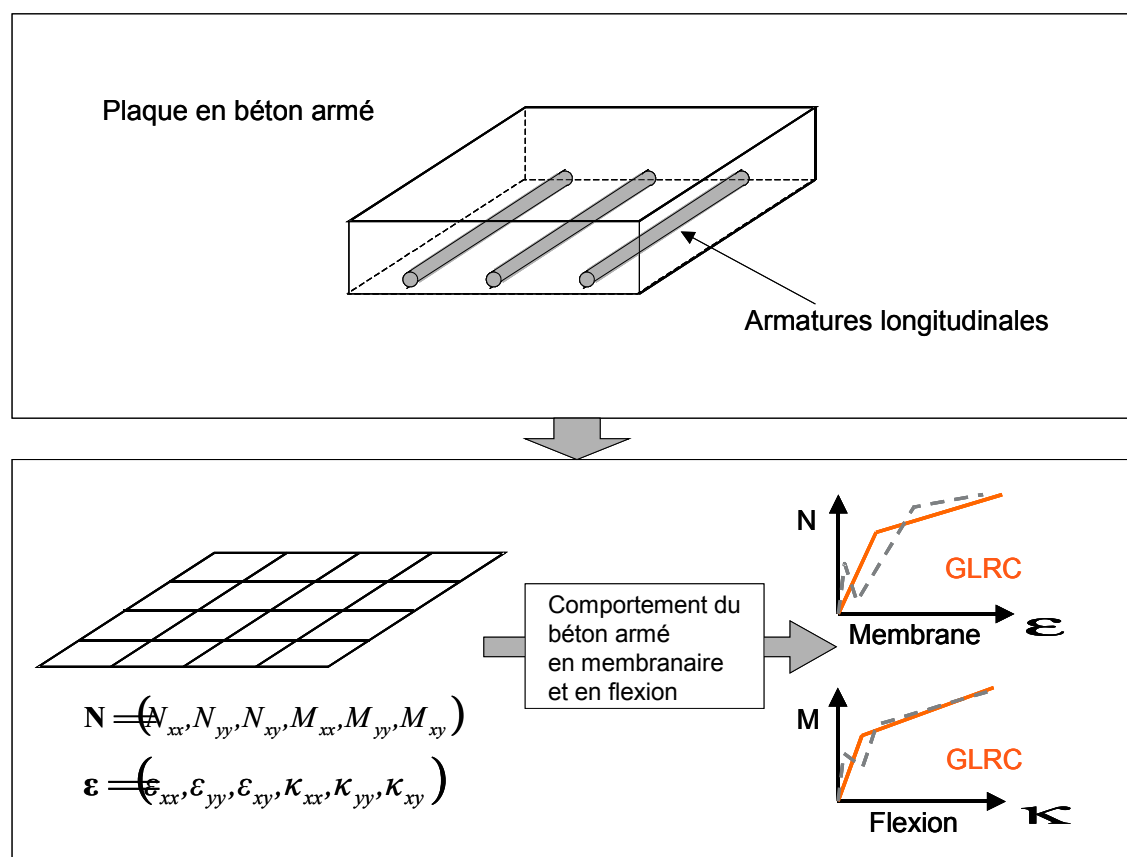


Figure 3.5.2-a : modèle de plaque globale en béton armé.

3.6 Modélisation des liaisons

Il est possible de raccorder différentes modélisations entre elles selon les zones de la structure. On ne décrit pas ici en détail les différentes démarches de modélisation envisageables. On précise toutefois quelques points de modélisation.

3.6.1 Liaison coque – coque

Le raccord entre deux coques perpendiculaires peut être réalisé directement même si, en toute rigueur, la transmission des efforts de torsion n'est pas exacte (le degré de liberté de rotation engendrant la torsion n'est pas transmis).

Si on souhaite représenter le raccord entre deux coques perpendiculaires de manière plus précise, il est possible de le faire au moyen de relations linéaires (afin de ne pas compter deux fois le volume à l'intersection des deux coques). Pour cela, on doit utiliser l'opérateur `AFFE_CHAR_MECA`, `LIAISON_COQUE`, [U4.44.01] et [U2.02.01].

La liaison coque multicouche – coque globale est naturelle car les éléments finis concernés ont les mêmes degrés de liberté.

3.6.2 Liaison 3D – poutre et coque – poutre

Il existe dans `Code_Aster` un opérateur permettant de raccorder une partie massive à une poutre (`AFFE_CHAR_MECA`, `LIAISON_ELEM`, `OPTION='3D_POU'`, [R3.03.03] et [U4.44.01]), ou une coque à une poutre (`AFFE_CHAR_MECA`, `LIAISON_ELEM`, `OPTION='COQ_POU'`, [R3.03.06], [U4.44.01] et [U2.02.01]).

Ces liaisons (`3D_POU` et `COQ_POU`) permettent de raccorder deux parties de maillages se prolongeant. Il n'est pas prévu de modéliser par exemple un raccord entre une coque et une poutre venant se

raccorder perpendiculairement. On voit donc que **les liaisons poteau – plancher ne sont pas modélisables de cette manière.**

Dans le cas d'une liaison poteau - plancher, si on cherche à transmettre correctement les efforts de torsion, on préconise de réaliser la liaison à l'aide de coques uniquement (cf. §3.6.1, ci-dessus) et éventuellement de prolonger le poteau avec des poutres à l'aide d'un raccord coque-poutre (Figure 3.6.2-a).

Une autre possibilité, utilisée en statique, consiste à ajouter des poutres fictives dans le plan de la coque pour transmettre les efforts provenant du poteau. Cette solution est à utiliser avec précaution en dynamique car on doit imposer aux poutres fictives des masses très faibles. Si des nœuds de ces poutres ne sont pas rattachés à la coque, on risque d'avoir une perturbation de la solution (matrice de masse mal conditionnée).

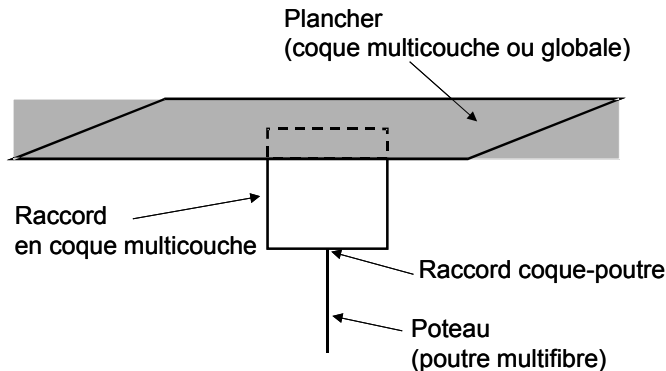


Figure 3.6.2-a : liaison poteau – plancher.

Si les efforts de torsion ne sont pas prépondérants, on pourra raccorder directement la poutre et la coque (nœud commun). Cependant avec un comportement non linéaire du plancher, cela peut provoquer une forte dépendance au maillage voire des difficultés de convergence à cause des concentrations d'efforts locales.

3.6.3 Liaison poteau – plancher

On préconise d'utiliser l'option 'PLAQ_POUT_ORTH' du mot-clé `LIAISON_ELEM` de l'opérateur `AFFE_CHAR_MECA`, [U4.44.01]. On doit avoir prévu au préalable la définition de la trace de la section de poutre dans le maillage du plancher avec un groupe de mailles nommé. On recommande de placer le nœud extrémité du poteau au centre de gravité géométrique de la trace de la section de poutre dans le plancher. On pourra consulter le cas-test `SDLX301` [V2.05.301] : bâtiment à plancher-colonnes.

En effet, procéder ainsi permet de respecter au mieux les hypothèses de validité tant de la théorie des poutres que celle des plaques. La théorie des plaques n'autorise pas l'application d'un effort ponctuel (cela crée une singularité certes gérable en élasticité mais créant des difficultés en non linéaire).

3.6.4 Liaison 3D – coque

On préconise généralement de prolonger fictivement la coque dans le massif 3D afin d'assurer les conditions cinématiques entre les deux parties.

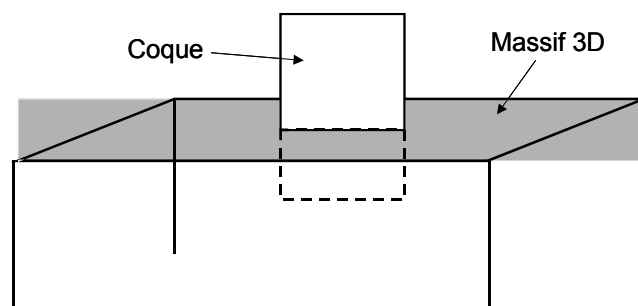


Figure 3.6.4-a : liaison 3D – coque.

3.6.5 Modélisation de liaisons non linéaires (nœuds d'ossature ; appareil amortisseur...) à l'aide d'éléments discrets

On peut représenter le comportement d'une liaison poteau-poutre, poteau-plancher ou autre par des éléments discrets `DIS_T` (translation) et `DIS_TR` (translation et rotation) [U3.11.02] et des modèles de comportement linéaire (caractéristiques linéaires données dans l'opérateur `AFFE_CARA_ELEM` [U4.42.01]) ou de comportement non linéaire (paramètres matériaux définis avec l'opérateur `DEFI_MATERIAU` [U4.43.01], et appelés via l'opérande `RELATION` dans l'opérateur `COMPORTEMENT` [U4.51.11]).

Pour assurer une protection anti-sismique, il est proposé de disposer des appareils amortisseurs au sein de la structure de Génie Civil ou entre deux bâtiments. Ces appareils sont conçus pour exercer des efforts unidirectionnels sur des liaisons que l'on peut considérer comme ponctuelles. Cependant comme leur ancrage est en général réparti, on pourra tirer profit des diverses liaisons structurales présentées aux paragraphes ci-dessus. On choisira des éléments discrets à deux nœuds en translation `DIS_T`. Par exemple, on pourra employer :

- `DIS_ECRO_CINE` [R5.03.17] : permet de modéliser de façon globale (limite élastique, écrouissage non linéaire, charge ultime) le comportement non linéaire de nœuds d'ossature dans les portiques en béton armé ou en acier (liaison poutre-poteau, poutre-poutre, poutre-plancher, ou même voile-plancher sur l'ensemble des nœuds d'intersection entre les maillages plaques du voile et du plancher...), mais en supposant un total découplage entre points le long de la ligne d'arête. On pourra consulter le cas-test SSND102 [V6.08.102].
- `DIS_VISC` [R5.03.17] : permet de modéliser des amortisseurs à efforts unidirectionnels avec comportement du type Zener généralisé non linéaire, avec loi puissance. On pourra consulter le cas-test SSND101 [V6.08.101].

Ces modélisations sont utilisables au sein d'une analyse statique ou dynamique transitoire sur base « physique ».

Il est possible aussi de faire référence directement à une loi de comportement spéciale affectée à une paire de nœuds liés (non-linéarités localisées), au sein d'une analyse dynamique transitoire sur base modale (opérateurs `DYNA_TRAN_MODAL` [U4.53.21] et `DYNA_VIBRA` [U4.53.03]). Par exemple, on pourra employer :

- `DIS_VISC` [R5.03.17] : amortisseurs à efforts unidirectionnels avec comportement du type Zener généralisé non linéaire, avec loi puissance. On pourra consulter le cas-test SDND107 [V5.01.107].
- `ANTI_SISM` [U4.53.21] : amortisseurs à efforts unidirectionnels avec comportement couplé déplacement-vitesse non linéaire. Cette loi résulte d'une formulation issue de la référence [bib22] ; on pourra consulter le cas-test SDND120 [V5.01.120].

3.7 Autres éléments structuraux modélisables

3.7.1 Modélisation d'un liner

Le liner est une coque métallique placée en peau interne de l'enceinte garantissant l'étanchéité en cas de fuite accidentelle. Afin de le modéliser, il existe deux possibilités :

- lorsque le béton est modélisé par des éléments massifs (représentation 3D locale), le liner est modélisé directement par une coque à la position réelle,
- lorsque le béton est modélisé par des coques (multicouches ou globales), le liner est modélisé par une coque excentrée par rapport au feuillet moyen de la coque en béton.

3.7.2 Modélisation de la précontrainte

Les câbles de précontrainte en acier sont mis en tension afin de comprimer le béton de la structure de génie civil. On ne présente pas ici la méthodologie de mise en œuvre de la précontrainte dans *Code_Aster*. On se reportera à [U2.03.06] qui décrit en détail la réalisation d'une étude avec des câbles de précontrainte. On notera simplement qu'on peut utiliser `DEFI_CABLE_BP` [U4.42.04] avec soit une modélisation massive 3D soit une modélisation coque de type `DKT` ou `DKTG` (`GLRC`). De plus, il n'est pas nécessaire de faire coïncider les nœuds des câbles et les nœuds de béton. La commande `DEFI_CABLE_BP` permet en effet de créer également des liaisons cinématiques qui vont lier les nœuds du câble avec les nœuds du béton de la maille environnante. Par contre, cela génère un grand nombre de multiplicateurs de Lagrange qui vont alourdir le calcul. Il y a donc un compromis à trouver entre facilité de réaliser le maillage et coût du calcul. L'introduction d'un trop grand nombre de relations cinématiques peut devenir problématique pour une étude sismique transitoire déjà coûteuse en temps.

3.8 Quel type de modélisation adopter ?

3.8.1 Introduction

Le choix de la modélisation par éléments finis est étroitement lié aux modèles de comportement qui lui sont associés. Il est donc nécessaire d'étudier les modèles utilisables (béton en particulier) pour les études sismiques avant de répondre entièrement à cette question. Dans le chapitre 4 suivant, on décrit les modèles d'acier et de béton disponibles dans *Code_Aster* et on dresse le bilan (Tableau 4) des différentes stratégies de modélisation possibles.

Afin de choisir une modélisation adaptée à un problème donné, il est nécessaire de répondre aux questions suivantes :

- **quel type de structure cherche-t-on à modéliser ?**
 - poutre, poteau / dalle, voile,
 - géométrie simple / complexe,
- **quelle est la taille du problème ?**
- **quel type de chargement impose-t-on ?**
 - membrane (traction / compression),
 - flexion,
 - cisaillement,
- **quels types de résultats cherche-t-on à analyser ?**
 - grandeurs globales (déplacements, efforts aux appuis, spectres de plancher, ...),
 - grandeurs locales (contraintes dans le béton, déformations dans les aciers, ...).

On présente ci-dessous les avantages et les inconvénients liés à chaque type de modélisation. On répond à ces questions pour chaque type de modélisation.

Remarque

Il est possible de raccorder différentes modélisations entre elles selon les zones de la structure (coques multicouches, coques globales, poutres multifibres,...).

3.8.2 Modélisation locale (éléments massifs)

Avantages :

- elle permet de représenter finement des géométries complexes du type nœuds d'ossatures ou zones que l'on cherche à modéliser avec précision (y compris l'ensemble du ferrailage longitudinal et transverse),
- elle permet de représenter tous les types de chargement,
- elle permet d'accéder aux grandeurs globales et locales.

Inconvénients :

- elle est plus coûteuse en temps CPU et en taille mémoire que les modélisations semi-globales et globales,
- le mélange éléments massifs (béton) et barre (acier) peut introduire des singularités source de non convergence,
- la délocalisation n'est pas disponible avec `DYNA_NON_LINE` (cf. § 4.4.3).

3.8.3 Modélisation semi-globale coque multicouche

Avantages :

- elle est adaptée à la modélisation des structures minces de type coque (dalle et voile),
- elle permet de représenter tous les types de chargement,
- elle permet de réduire la taille du problème par rapport à une modélisation en éléments massifs.

Inconvénients :

- elle ne permet pas de représenter finement le ferrailage transverse,
- certaines fonctionnalités ne sont pas disponibles pour ce type de modélisation (grandes transformations, délocalisation (cf. § 4.4.3), ...).

3.8.4 Modélisation semi-globale poutre multifibre

Avantages :

- elle est adaptée à la modélisation des structures minces de type poutre,
- elle permet de réduire la taille du problème par rapport à une modélisation en éléments massifs,
- elle est peu coûteuse en temps CPU et en taille mémoire,
- elle peut être combinée à l'emploi d'autres éléments de structure (coques multicouches, ...).

Inconvénients :

- elle ne permet pas de représenter le ferrailage transverse,
- elle n'est pas adaptée aux chargements de type cisaillement,
- elle est plutôt adaptée aux structures relativement simples. Cependant on peut envisager de simuler le comportement global de structures en béton armé relativement complexes (voir le benchmark CAMUS 2000, §9.2.3).

3.8.5 Modélisation de coque globale

Avantages :

- elle est adaptée à la modélisation des structures minces de type coque (dalle et voile),
- elle est peu coûteuse en temps CPU et en taille mémoire,
- elle peut être combinée à l'emploi d'autres éléments de structure (coques multicouches, ...).

Inconvénients :

- elle ne permet pas de représenter finement les phénomènes mécaniques et les réponses locales (contraintes, ...). Le comportement de la structure est « homogénéisé ».
- la mise en œuvre de modèles de comportement globaux nécessite une identification des paramètres pouvant être difficile.

4 Choix du modèle de comportement

4.1 Introduction

Le béton est un matériau complexe constitué de grains d'échelles très différentes : centimètres pour les granulats, millimètres pour les sables, dizaines de microns pour les ciments... Chacun de ces composants a des propriétés mécaniques différentes et les interfaces entre composants entraînent d'importantes hétérogénéités dans le matériau. De plus, la mise en œuvre du béton lors de la construction est susceptible d'engendrer des distributions spatiales des constituants non uniformes.

Par ailleurs, bien que ces phénomènes ne soient pas pris en compte ici, il est important de noter que le béton est un matériau multiphasique (présence d'eau et de vapeur dans les interstices) et vieillissant. Il subit au cours du temps des phénomènes de thermohydratation, de séchage et de fluage par exemple.

4.1.1 Observations expérimentales

Traction

Le comportement en traction est de type fragile. On observe une diminution brusque de la contrainte lorsqu'on atteint la résistance à la rupture en traction (Figure 4.1.1-a). L'ordre de grandeur de la résistance en traction est d'environ 10 fois inférieur à celui de la résistance en compression. Le

comportement est quasi linéaire et réversible jusqu'à la rupture. La fissuration se développe dans la direction orthogonale au chargement.

Pour le comportement cyclique en traction, on observe :

- une perte de rigidité au cours des cycles (diminution du module élastique en cas de recharge),
- une apparition de déformations irréversibles lorsqu'on décharge à partir d'un état non linéaire.

Compression

Le comportement du béton en compression est de type ductile. L'observation de la courbe de contrainte - déformation en compression (Figure 4.1.1-b) permet de distinguer 3 phases :

- jusqu'à des niveaux de contraintes atteignant environ 40 % de la contrainte maximale au pic (σ_c), le comportement est quasi élastique ;
- de 40 à 100 % de σ_c , le comportement devient progressivement non linéaire. A proximité du pic le comportement est fortement anélastique. La fissuration se développe dans la direction parallèle au chargement. On observe un phénomène de dilatation volumique (augmentation du coefficient de Poisson). En cas de décharge, des déformations irréversibles apparaissent ;
- au-delà du pic, le comportement observé devient adoucissant : la pente post-pic devient négative.

Pour le comportement cyclique en compression, on observe :

- une perte de rigidité au cours des cycles (diminution du module élastique en cas de recharge) ;
- une apparition de déformations irréversibles lorsqu'on décharge à partir d'un état non linéaire ;
- des hystérésis des cycles de charge - décharge.

Cyclique

L'observation de la courbe de contrainte - déformation en traction - compression cyclique (Figure 4.1.1-c) met en évidence deux aspects importants :

- la dissymétrie des seuils en traction et en compression ($\sigma_c = 10 \sigma_t$ environ) ;
- la refermeture des fissures. On reprend de la rigidité en compression lorsque les fissures sont refermées (effet unilatéral).

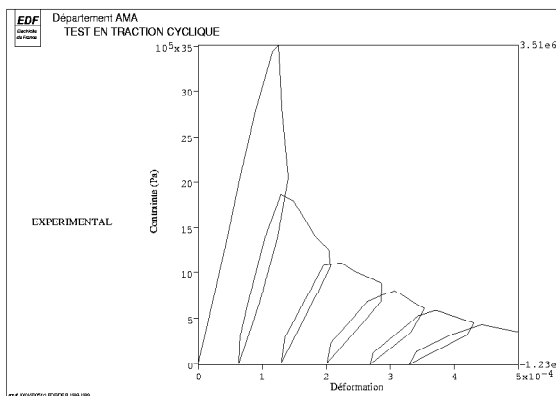


Figure 4.1.1-a : réponse expérimentale du béton en traction cyclique (issue de [8]).

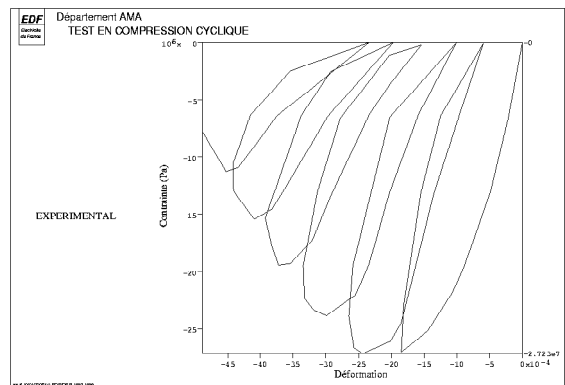


Figure 4.1.1-b : réponse expérimentale du béton en compression cyclique (issue de [12]).

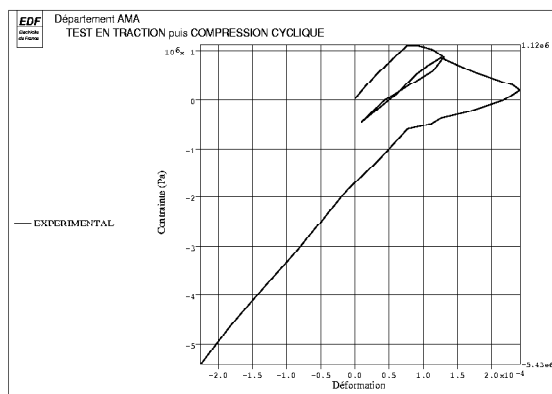


Figure 4.1.1-c : réponse expérimentale du béton en traction – compression (issue de [21]).

4.1.2 Spécificités des études sismiques :

Dans les études sismiques, il est tout d'abord impératif de représenter correctement la fissuration du béton en traction :

- diminution brusque de la contrainte post-pic,
- diminution du module de décharge,
- apparition de déformations irréversibles.

Étant donné l'aspect cyclique des chargements sismiques, il est ensuite primordial de prendre en compte l'aspect unilatéral du béton :

- dissymétrie des seuils,
- refermeture des fissures (reprise de rigidité).

Enfin, en fonction du niveau de contrainte atteint en compression dans l'étude, il est nécessaire de représenter correctement le comportement non linéaire ductile du béton en compression :

- accroissement non linéaire de la contrainte jusqu'au pic puis adoucissement,
- diminution du module de décharge,
- apparition de déformations irréversibles.

Les modèles capables de représenter (plus ou moins précisément) ces phénomènes sont les suivants :

- ENDO_ISOT_BETON [R7.01.04],
- ENDO_ORTH_BETON [R7.01.09],
- MAZARS_GC [R7.01.08],
- GLRC_DM [R7.01.32].

D'autres modèles de béton existent dans *Code_Aster* mais leur utilisation n'est pas préconisée. C'est le cas par exemple des modèles de Mazars [R7.01.08], Double Drucker-Prager [R7.01.03] et *BETON_REGLE_PR* [U4.43.01] (élastique non linéaire et donc non dissipatif). Ces modèles ne permettent pas de simuler la refermeture des fissures et ne sont de ce fait pas adaptés au cas de chargement cyclique.

4.2 Algorithme de De Borst

Avant de détailler les différents modèles disponibles, on rappelle qu'il existe dans *Code_Aster* une méthode générale d'intégration des modèles de comportements non linéaires 3D en contraintes planes (méthode de Deborst, [R5.03.03]). Celle-ci consiste à rendre nulle la contrainte σ_{zz} dans la résolution du problème.

La méthode de De Borst a de plus été généralisée aux modèles 1D. On impose une hypothèse de contrainte uniaxiale ($\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = 0$). De ce fait les modèles de comportements 3D peuvent être utilisés pour les modélisations de poutres multifibres.

Le mot-clé `RESI_CPLAN_RELA` permet de relâcher le critère de convergence de la méthode (vérification de la condition de contraintes planes). On conseille pour les études sismiques de conserver `RESI_CPLAN_RELA` à 10^{-6} (valeur par défaut). De plus, il est préconisé de prendre une valeur de `RESI_CPLAN_RELA` identique à celle du résidu relatif sur l'équilibre `RESI_GLOB_RELA`. Si le critère de convergence n'est pas respecté, le calcul s'arrête (ou il y a redécoupage du pas de temps).

On peut utiliser le mot-clé `ITER_CPLAN_MAXI` afin de mieux satisfaire la condition de contrainte plane. Par défaut ce paramètre est fixé à 1 (valeur suffisante pour les modèles non adoucissants). Si on observe des problèmes de convergence au cours des itérations dus à l'algorithme de De Borst, on recommande d'augmenter la valeur de ce paramètre. On pourra prendre par exemple '`ITER_CPLAN_MAXI`' égal 5 ou 10. Si le critère de convergence n'est pas respecté après le nombre d'itérations défini, le calcul s'arrête (ou il y a redécoupage du pas de temps).

Le choix de la valeur de `ITER_CPLAN_MAXI` dépend de l'opérateur de résolution utilisé dans la méthode de Newton (cf. §7.2.3) :

- si on utilise la matrice tangente, on peut prendre d'abord la valeur par défaut `ITER_CPLAN_MAXI=1`. En cas de non convergence, on pourra tester une valeur supérieure ;
- si on utilise la matrice élastique ou la matrice de décharge il est préconisé de prendre directement une valeur de `ITER_CPLAN_MAXI` supérieure (on conseille de faire entre 5 et 10 itérations) sinon la condition de contraintes planes risque de ne pas être respectée.

4.3 Description des modèles de comportement de l'acier

On présente brièvement dans ce paragraphe les modèles de comportement utilisables pour représenter le matériau acier dans le cadre des études sismiques. On résume dans le Tableau 1 les différents modèles disponibles en fonction de la modélisation utilisée.

	Modélisation BARRE	Modélisation multifibres POU_D_EM	Modélisation GRILLE_MEMBRANE GRILLE_EXCENTRE
VMIS_ISOT_LINE	X	X	
VMIS_CINE_LINE	X	X	
PINTO_MENEGOTTO	X	X	
GRILLE_ISOT_LINE			X
GRILLE_CINE_LINE			X
GRILLE_PINTO_MEN			X

Tableau 1 : modèles de comportement de l'acier.

On ne détaille pas dans ce document les modèles de comportement des aciers. Ces modèles sont décrits dans [R5.03.09] et [U4.51.11].

Notons simplement que :

- le modèle de Von Mises avec écrouissage isotrope linéaire symétrique (`VMIS_ISOT_LINE`) et le modèle de Von Mises avec écrouissage cinématique linéaire symétrique (`VMIS_CINE_LINE`) sont des modèles élastoplastiques classiques ;
- le modèle `PINTO_MENEGOTTO` permet de représenter le comportement élastoplastique uniaxial des armatures du béton armé. Ce modèle traduit la non linéarité de l'écrouissage des barres sous chargement cyclique et prend en compte l'effet Bauschinger. Il permet de plus de simuler le flambement des armatures en compression.

Dans les études sismiques, les niveaux de déformation dans les aciers restent la plupart du temps relativement faibles. L'utilisation d'un modèle de comportement élastoplastique de Von Mises avec écrouissage cinématique est suffisant. Lorsqu'on souhaite représenter de manière plus fine le comportement plastique des aciers, on peut utiliser le modèle de Pinto - Menegotto.

4.4 Description des modèles de comportement de béton

On présente dans ce paragraphe les modèles de comportement utilisables pour représenter le matériau béton dans le cadre des études sismiques. On résume dans le Tableau 2 les différents modèles disponibles en fonction de la modélisation utilisée.

	3D massif	2D Contraintes planes	2D Global	1D Fibre
ENDO_ISOT_BETON	X	X(De Borst)		X (De Borst)
ENDO_ORTH_BETON	X	X(De Borst)		X (De Borst)
MAZARS	X	X	X	X
GLRC_DM			X	

Tableau 2 : modèles de comportement de béton.

4.4.1 Modèle ENDO_ISOT_BETON

Ce modèle tridimensionnel ([R7.01.04] et [1]) est basé sur la théorie de l'endommagement (Figure 4.4.1-a et Figure 4.4.1-b), la variable d'endommagement étant scalaire (endommagement isotrope). Les intérêts principaux de ce modèle sont sa simplicité (deux ou trois paramètres d'entrée) et son écriture théorique thermodynamiquement fondée.

Détermination des paramètres du modèle :

On a 3 paramètres pour le modèle ENDO_ISOT_BETON [U4.43.01] en plus des paramètres élastiques classiques E (module d'Young) et ν (coefficient de Poisson) :

- **SYT** est la contrainte maximale en traction simple. La valeur de ce paramètre est une donnée expérimentale classique du béton. SYT est en général de l'ordre de 1 à 4 MPa (Figure 4.4.1-a) ;
- **D_SIGM_EPSI** est la pente de la courbe post-pic en traction (Figure 4.4.1-a). Ce paramètre joue un rôle prépondérant dans la réponse de la structure. Il est nécessaire d'utiliser une pente post-pic suffisamment raide afin que la propagation de l'endommagement soit correctement représentée par le calcul. Cependant l'utilisation d'une pente post-pic réaliste entraîne des problèmes de convergence importants. En effet, plus le comportement du matériau est adoucissant plus la convergence devient difficile. La valeur de ce paramètre est approximativement de -0.2 à -0.6 fois le module d'Young. En pratique, on doit souvent diminuer la valeur de ce paramètre afin de ne pas avoir une non convergence du calcul ;
- **SYC** est la limite élastique en compression simple. On rappelle que le modèle ENDO_ISOT_BETON est quasi-linéaire en compression (pas de non linéarité en compression). L'utilisation de ce paramètre optionnel permet de rendre le seuil d'endommagement dépendant du confinement [R7.01.04]. Pour des contraintes inférieures à SYC, on a un comportement du béton linéaire réaliste. Au-delà de SYC (limite élastique), le modèle n'est plus représentatif du comportement du béton. SYC vaut environ 10 fois la contrainte au pic de traction SYT, en valeur absolue. Si on n'utilise pas ce paramètre, la limite élastique en compression est prise de l'ordre de SYT, ce qui est trop faible. L'utilisation de ce paramètre est donc conseillée d'autant plus qu'il n'aggrave pas à priori les problèmes de convergence.

Variables internes :

- $V1$: valeur de l'endommagement,
- $V2$: indicateur d'endommagement (0 pour le régime élastique (endommagement nul), 1 si endommagé, 2 si rompu (endommagement égal à 1)).

ENDO_ISOT_BETON permet de modéliser :

- le comportement fragile du béton en traction ;
- le comportement unilatéral du béton (refermeture des fissures par une reprise de rigidité).

ENDO_ISOT_BETON ne permet pas de modéliser :

- le comportement non linéaire en compression ;
- l'anisotropie du matériau ;
- les déformations irréversibles en compression et en traction ;
- les boucles d'hystérésis en charge - décharge.

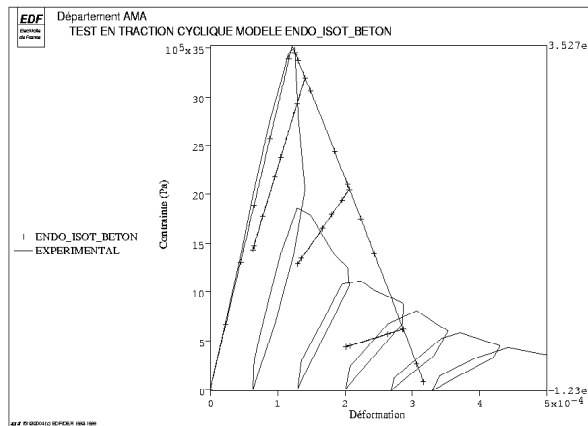


Figure 4.4.1-a : relation $(\sigma - \epsilon)$ en traction cyclique ENDO_ISOT_BETON .

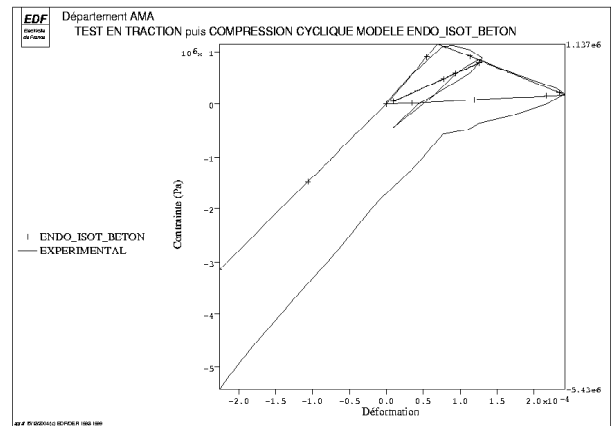


Figure 4.4.1-b : relation $(\sigma - \epsilon)$ en traction - compression cyclique ENDO_ISOT_BETON .

4.4.2 Modèle ENDO_ORTH_BETON

Ce modèle tridimensionnel [R7.01.09] est basé sur la théorie de l'endommagement (Figure 4.4.2-a et Figure 4.4.2-b). On choisit d'introduire deux variables d'endommagement :

- un tenseur D d'ordre 2 relatif à l'endommagement créé en traction. Ceci permet de décrire l'orientation privilégiée des fissures orthogonalement à la direction de plus grande traction (endommagement anisotrope) ;
- un scalaire d relatif à l'endommagement créé en compression (endommagement isotrope).

On a 6 paramètres pour le modèle ENDO_ORTH_BETON [U4.43.01] (TABLEAU 3) , en plus des paramètres élastiques classiques E (module d'Young) et ν (coefficient de Poisson).

	Code_Aster	Définition	Dimension
α	ALPHA	Paramètre de couplage	sans
k_0	K0	Partie constante du seuil	MPa
k_1	K1	Paramètre du seuil	MPa
k_2	K2	Paramètre du seuil	sans
γ_B	ECROB	Energie volumique bloquée relative à la traction	MPa
γ_d	ECROD	Energie volumique bloquée relative à la compression	MPa

Tableau 3 : paramètres du modèle ENDO_ORTH_BETON .

Détermination des paramètres du modèle :

- pour le paramètre α , une valeur entre 0,85 et 0,9 est préconisée ;

- les paramètres k_0 et γ_B doivent être identifiés simultanément sur un essai de traction simple ;
- les paramètres γ_d , k_1 et k_2 doivent être identifiés simultanément sur un essai de compression simple.

On se reportera impérativement à la documentation [R7.01.09] et aux cas-tests [V6.04.176] dans lesquels on discute en détail du choix des paramètres du modèle.

Variables internes :

- $V1$ à $V6$: tenseur d'endommagement de traction ;
- $V7$: endommagement de compression.

ENDO_ORTH_BETON permet de modéliser :

- le comportement fragile du béton en traction ;
- le comportement non linéaire en compression ;
- le comportement unilatéral du béton (refermeture des fissures par une reprise de rigidité) ;
- l'anisotropie du matériau.

ENDO_ORTH_BETON ne permet pas de modéliser :

- les déformations irréversibles en compression et en traction ;
- les boucles d'hystérésis en charge - décharge.

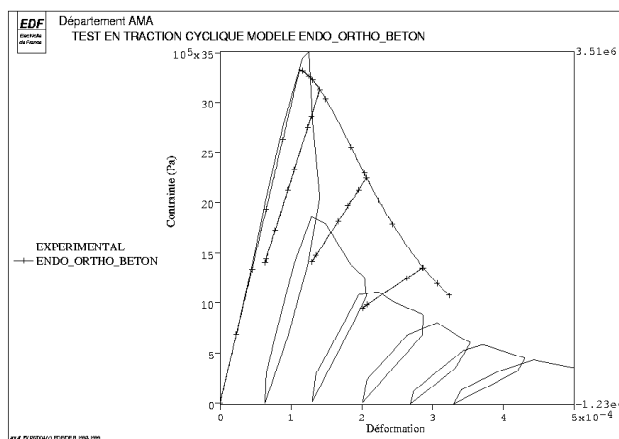


Figure 4.4.2-a : relation $(\sigma - \epsilon)$ en traction cyclique ENDO_ORTH_BETON.

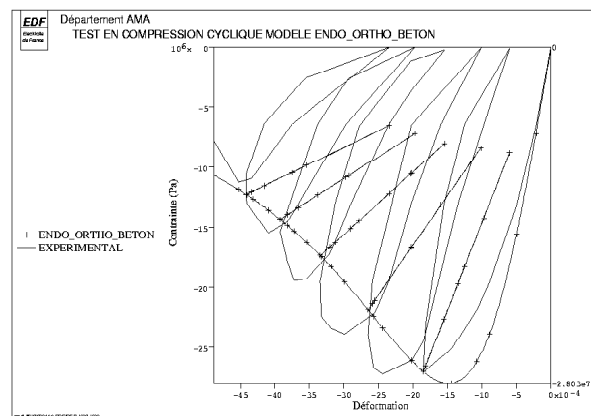


Figure 4.4.2-b : relation $(\sigma - \epsilon)$ en compression cyclique ENDO_ORTH_BETON.

4.4.3 Localisation liée à l'endommagement et modèles non locaux

Les modèles de comportement locaux d'endommagement ENDO_ISOT_BETON et ENDO_ORTH_BETON peuvent conduire à une localisation des déformations. On observe dans ce cas une concentration de l'endommagement dans une bande d'épaisseur une maille. De plus l'énergie dissipée par l'endommagement devient nulle quand la largeur de cette bande tend vers 0. Le phénomène de localisation implique une dépendance de la réponse de la structure au maillage.

Afin d'être fixé sur la présence ou non de localisation, il est donc conseillé, si on observe des concentrations importantes d'endommagement, de reprendre le calcul en remaillant plus finement la zone suspectée. Si on constate que l'endommagement se concentre toujours sur la première bande d'éléments (réduction de la zone endommagée), il y a bien un problème de localisation.

Par ailleurs, des méthodes de délocalisation des modèles de comportements permettent d'éviter ces problèmes de dépendance de la solution au maillage. Il existe dans Code_Aster une méthode de délocalisation disponible pour les modèles ENDO_ISOT_BETON et ENDO_ORTH_BETON : la modélisation GRAD_EPSI ([R5.04.02] et [U3.14.11]). Dans cette modélisation non locale, le modèle de comportement est régularisé sur la déformation. On définit un champ de déformation régularisée, liée à la déformation locale par un opérateur de type moindres carrés avec pénalisation du gradient de déformation régularisée qui a pour objectif de limiter les concentrations de déformations.

Cette modélisation non locale n'est actuellement pas disponible dans Code_Aster en dynamique non linéaire (DYNA_NON_LINE) car l'opérateur d'inertie n'est pas calculé. De plus, il n'est pas non plus disponible pour les coques multicouches (uniquement pour les modélisations 3D ou 2D_PLAN).

4.4.4 Modèle GLRC_DM

Le modèle GLRC_DM [R7.01.32] est basé sur une formulation par homogénéisation pour les plaques et coques en béton armé. Il s'agit d'un modèle d'endommagement global formulé en terme de relations déformations/contraintes généralisées (extension membranaire, courbure, distorsion et efforts membranaires, moments fléchissants, efforts tranchants). Il possède 2 variables d'endommagement couplées décrivant l'endommagement par flexion-extension (une pour chaque face de la plaque).

Comme on homogénéise le comportement du béton et de l'acier, le modèle global n'est pas adoucissant. De ce fait, on évite la plupart des problèmes de non convergence. De plus, on évite ainsi les problèmes de localisation de l'endommagement. On se reportera à [R7.01.32] pour la description détaillée du modèle.

Les paramètres du modèle sont les suivants [U4.43.01] :

Paramètres élastiques :

	Définition	Dimension
E	Module d'Young équivalent en traction (homogénéisé)	Pa
NU	Coefficient de Poisson équivalent en traction (homogénéisé)	sans
EF	Module d'Young équivalent en flexion (homogénéisé)	Pa
NUF	Coefficient de Poisson équivalent en flexion (homogénéisé)	sans

Paramètres non linéaires

	Définition	Dimension
SYT	(Contrainte * épaisseur) correspondant au seuil d'endommagement en traction simple du matériau homogénéisé ⁽¹⁾	N/m
SYF	Seuil d'endommagement en flexion simple du matériau homogénéisé	N
SYC	(Contrainte * épaisseur) correspondant au seuil d'endommagement en compression simple du matériau homogénéisé	N/m
GAMMA_T	Paramètre gérant la pente endommageante (post-élastique) définie par rapport à la pente élastique en traction simple	sans
GAMMA_F	Paramètre gérant la pente endommageante (post-élastique) définie par rapport à la pente élastique en flexion simple	sans
GAMMA_C	Paramètre gérant la pente endommageante (post-élastique) définie par rapport à la pente élastique en compression simple	sans

(1) : SYT est défini par : $SYT = \sigma_{\text{élas}} \times h$, avec $\sigma_{\text{élas}}$ la contrainte élastique limite et h l'épaisseur de la coque en béton armé.

Contrairement aux modèles locaux ENDO_ISOT_BETON et ENDO_ORTH_BETON, les pentes post-élastiques du modèle GLRC_DM ($P_{p\text{trac}}$ et $P_{p\text{flex}}$) sont positives car elles représentent le comportement global du béton endommagé et des aciers élastoplastiques.

Détermination des paramètres du modèle :

Les quatre paramètres principaux à identifier sont :

- le seuil élastique SYT et la pente post-élastique en membrane GAMMA_T ;

- le seuil élastique SYF et la pente post-élastique en flexion $GAMMA_F$.

Afin de recaler plus finement le modèle, on pourra de plus prendre un module d'Young et un coefficient de Poisson en flexion (EF et NUF) différents de ceux pris en membrane. En effet, comme le béton armé n'est pas un matériau homogène, la valeur effective de EF peut être différente de E (rigidité apparente en flexion). Par conséquent, on laisse à l'utilisateur la possibilité d'introduire une valeur de EF (sous le mot clé $GLRC_DM$) indépendante de E .

Pour l'identification deux méthodologies existent. La première méthodologie d'identification consiste à recaler les paramètres $GLRC_DM$ par rapport au modèle $DKT - ENDO_ISOT_BETON$ (béton) + $GRILLE - VMIS_CINE_LINE$ (armatures) sur un test élémentaire en traction – compression, puis sur un test élémentaire en flexion.

Traction – compression :

Il est conseillé d'exploiter le cas-test SSNS106A [V6.05.106] qui traite le cas de la traction-compression cyclique pour identifier les paramètres SYT et $GAMMA_T$. On obtient une courbe de réponse présentée Figure 4.4.4-a.

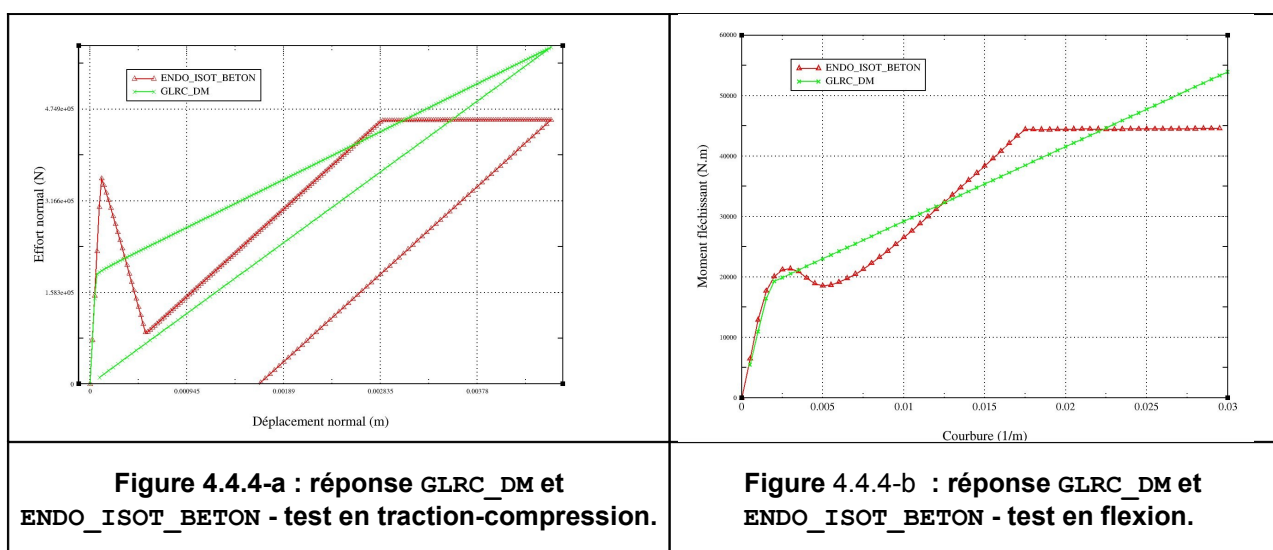
Flexion :

Il est conseillé d'exploiter le cas-test SSNS106B [V6.05.106] qui traite le cas de la flexion cyclique pour identifier les paramètres SYF et $GAMMA_F$. On peut de plus éventuellement recaler les paramètres EF et NUF (paramètres élastiques de la plaque en béton armé en flexion). On obtient une courbe de réponse présentée Figure 4.4.4-b.

Afin de recaler les paramètres du modèle $GLRC_DM$, l'utilisateur peut souhaiter conserver dans l'approche globale par rapport à une modélisation plus réaliste :

- la raideur élastique initiale (et donc la fréquence propre initiale),
- la limite d'élasticité,
- la dissipation d'énergie (ou amortissement) définie par l'aire de la courbe de réponse sur un cycle,
- la déformation maximale atteinte,
- la dégradation de la raideur.

Sur les Figure 4.4.4-a et Figure 4.4.4-b, on a réalisé le recalage de manière à avoir approximativement l'aire sous les deux courbes ($ENDO_ISOT_BETON$ et $GLRC_DM$) identique dans la gamme de chargement ($\epsilon - \sigma$) visée dans l'analyse sismique (équivalente à l'énergie dissipée). On a cherché, de plus, à garder des limites élastiques proches dans les deux modèles.



Cette méthodologie est la plus précise. Cependant elle pose des problèmes de temps de mise en oeuvre. En effet, il devient vite fastidieux de réaliser ce recalage quand il est nécessaire d'étudier des dizaines de voiles et de planchers. Pour s'affranchir de cette difficulté, la commande $DEFI_GLRC$ [U4.42.06], initialement développé pour déterminer de manière automatique les paramètres de la loi de

comportement `GLRC_DAMAGE`, a été enrichie. Elle permet l'identification des paramètres de `GLRC_DM` à partir de la connaissance des données géométriques et matériaux des différents constituants de la dalle en béton armé.

Variables internes :

- *V1* : endommagement du côté de la face supérieure,
- *V2* : endommagement du côté de la face inférieure,
- *V3* : indicateur d'évolution de l'endommagement *V1*. *V3* vaut 1, lorsque *V1* évolue et 0 sinon,
- *V4* : indicateur d'évolution de l'endommagement *V2*. *V4* vaut 1, lorsque *V2* évolue et 0 sinon.
- *V5* : affaiblissement relatif de raideur en traction
- *V6* : affaiblissement relatif de raideur en compression
- *V7* : affaiblissement relatif de raideur en flexion

4.4.5 Modèle `GLRC_DM` couplé à l'élastoplasticité (`VMIS_CINE_LINE`)

Afin de prendre en compte la phénoménologie élastoplastique du comportement et ainsi mieux représenter les hystérésis de la réponse cyclique d'une structure en béton armé, on dispose dans `Code_Aster` d'une plate-forme numérique de couplage de modèles endommageants et élastoplastiques [15]. Le modèle `GLRC_DM` est couplé avec un modèle de Von Mises (`VMIS_CINE_LINE`) pour la partie membrane uniquement (il est complété par un modèle élastique en flexion) [R7.01.19].

Pour résumer, le modèle de comportement `GLRC_DM` + `VMIS_CINE_LINE` permet de représenter l'endommagement en membrane-flexion et la plasticité en membrane.

On préconise de procéder par étape dans l'utilisation du modèle `GLRC_DM` couplé à l'élastoplasticité membranaire : on réalisera d'abord un calcul avec le modèle `GLRC_DM` simple et ensuite on mettra en œuvre ce modèle plus complexe.

Dans l'opérateur `DYNA_NON_LINE`, on utilise l'opérande `RELATION_KIT`. Le mot-clé associé aux couplages de comportements du béton est '`KIT_DDI`'. Ce mot-clé permet d'additionner les deux termes de déformations anélastiques définis par les lois de comportement `GLRC_DM` et `VMIS_CINE_LINE` existantes dans `COMPOTEMENT` :

```
COMPOTEMENT = _F( RELATION = 'KIT_DDI'  
                  RELATION_KIT = ('GLRC_DM', 'VMIS_CINE_LINE'))
```

Les données nécessaires du champ matériau doivent être fournies dans l'opérateur `DEFI_MATERIAU`. On se reportera au cas test `SSNS106` [V6.05.106] pour plus de détails sur la syntaxe.

Détermination des paramètres du modèle

La méthodologie actuellement mise en œuvre consiste à identifier les paramètres `GLRC_DM` + `VMIS_CINE_LINE` en membrane par rapport au modèle `DKT-ENDO-ISOT-BETON` (béton) + `GRILLE-VMIS_CINE_LINE` (armatures) sur un test élémentaire en traction – compression.

Il est conseillé d'exploiter le cas-test `SSNS106F` qui traite le cas de la traction-compression cyclique pour le modèle `GLRC_DM` + `VMIS_CINE_LINE`. On obtient une courbe de réponse présentée Figure 4.4.5-a.

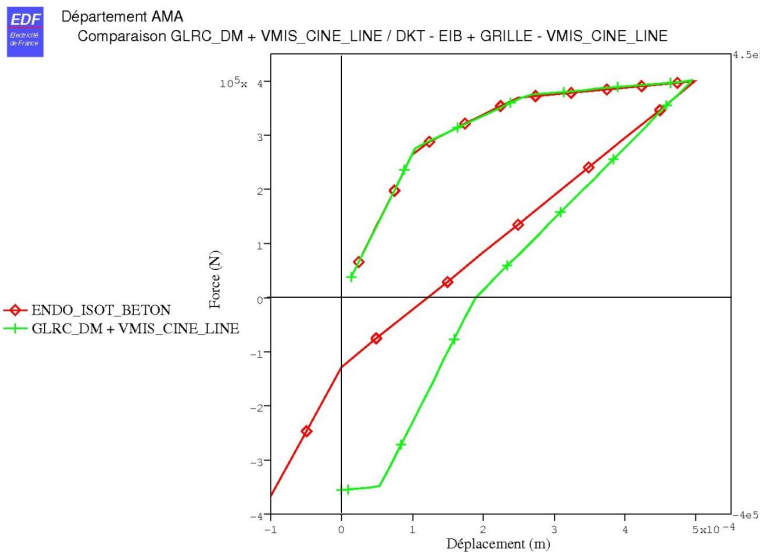


Figure 4.4.5-a : réponse élémentaire – test en traction-compression.

Variables internes

Les variables internes de chaque loi sont cumulées dans le tableau des variables internes, et restituées loi par loi (4 variables internes pour GLRC_DM puis 7 variables internes pour VMIS_CINE_LINE).

4.4.6 Modèle MAZARS

Ce modèle est basé sur la théorie de l'endommagement [R7.01.08]. Écrit en tridimensionnel, il est disponible dans Code_Aster en 1D, 2D, 3D, AXIS, contraintes planes. Une déclinaison de ce modèle a été développée spécifiquement pour les études de génie civil : MAZARS_GC. Deux variables CRITSIG et CRITEPS correspondent aux critères ELS et ELU classiquement utilisés en génie civil. On associe un comportement MAZARS_GC à chaque fibre de béton de la poutre.

Les principales caractéristiques de ce modèle sont les suivantes :

- utilisation de deux variables scalaires d'endommagement (l'une en traction, et l'autre en compression);
- gestion de l'ouverture des fissures et de leur refermeture en introduisant une restauration de la raideur endommagée.

Détermination des paramètres du modèle :

Les paramètres du modèle doivent être identifiés à partir des caractéristiques matériaux classiques du béton. On se reportera à [R7.01.08] qui donne les éléments nécessaires au calage des paramètres.

En pratique, l'utilisation de la commande defi_mater_gc permet de définir rapidement les paramètres matériaux à partir des caractéristiques classiquement obtenues lors d'un essai de compression.

MAZARS_GC permet de modéliser :

- le comportement fragile du béton en traction ;
- le comportement non linéaire en compression ;
- le comportement unilatéral du béton (refermeture des fissures par une reprise de rigidité) ;
- les boucles d'hystérésis en charge - décharge.

4.5 Quel type de modèle de comportement adopter ?

4.5.1 Introduction

Le choix du modèle de comportement est étroitement lié à la modélisation adoptée. Dans le Tableau 4, on résume les différentes stratégies de modélisation possibles.

Afin de choisir le modèle de comportement adapté à notre problème, il est nécessaire de répondre aux questions suivantes :

- **quel est le niveau de sollicitation maximal que l'on veut appliquer à la structure (niveau d'endommagement) et quelle est la robustesse du modèle de comportement du béton ?**
 - faible endommagement : peu de risques de non convergence ;
 - endommagement élevé : risques de non convergence devenant élevés ;
- **quels phénomènes mécaniques veut-on représenter ?**
 - endommagement du béton (traction / compression) ;
 - endommagement du béton et plasticité des aciers et du béton.

On présente ci-dessous les avantages et les inconvénients liés à chaque type de modèle de comportement. On répond à ces questions pour chaque type de modèle.

4.5.2 Modèle ENDO_ISOT_BETON :

Avantages :

- c'est un modèle 3D simple,
- l'identification des paramètres est immédiate.

Inconvénients :

- on représente l'endommagement du béton en traction uniquement,
- on constate des problèmes importants de non convergence lorsque l'endommagement devient élevé.

Remarque

Le modèle ENDO_ISOT_BETON utilisé en contraintes planes via la méthode de Deborst pour les coques multicouches est en principe plus robuste que sa version tridimensionnelle. En pratique, on observe toutefois des problèmes de convergence lorsque l'endommagement devient trop élevé dans la structure.

4.5.3 Modèle ENDO_ORTH_BETON :

Avantages :

- c'est un modèle 3D permettant de représenter finement l'endommagement du béton en traction et en compression.

Inconvénients :

- on constate des problèmes importants de non convergence lorsque l'endommagement devient élevé,
- la détermination des paramètres nécessite un calage préliminaire relativement complexe.

Remarque

Le modèle ENDO_ORTH_BETON utilisé en contraintes planes via la méthode de Deborst pour les coques multicouches est en principe plus robuste que sa version tridimensionnelle. En pratique, on observe toutefois des problèmes de convergence lorsque l'endommagement devient trop élevé dans la structure.

4.5.4 Modèle MAZARS_GC

Avantages :

- En 1D :
 - comme le modèle est écrit en 1D, les problèmes de non convergence sont réduits de manière importante,
 - il permet de représenter finement les phénomènes mécaniques dans la direction longitudinale (traction – compression et flexion),
- En 2D
 - permet de représenter les phénomènes de cisaillement.

4.5.5 Modèle GLRC_DM

Avantages :

- le comportement adoucissant du béton n'est plus modélisé. De ce fait, on évite la plupart des problèmes de non convergence ;
- de même, comme on homogénéise le comportement du béton et de l'acier, on évite les problèmes de localisation ;
- le modèle `GLRC_DM` + plasticité permet de modéliser les déformations résiduelles (en membrane uniquement).

Inconvénients :

- l'identification des paramètres nécessite un travail de recalage par comparaison à un modèle plus précis de type `ENDO_ISOT_BETON`.

	3D Massif + EIB	3D Massif + EOB	Coque multicouche + EIB	Coque multicouche + EOB	Poutre multifibre + LABORD_++D	Coque globale + GLRC_DM	Coque globale + GLRC_DM + plasticité
Type de structure	poutre, poteau	++	++	+	+++	+	+
	dalle, voile	++	++	+++	+	+++	+++
	structure simple	++	++	++	++	++	++
	structure complexe	+++	+++	+	+	+	+
Type de chargement	membrane	+++	+++	+++	+++	++	++
	flexion	+++	+++	+++	+++	++	++
	cisaillement	++	++	++	++	++	++
Représentation des phénomènes mécaniques	endommagement	oui (traction)	oui	oui (traction)	oui	oui	oui
	plasticité	non	non	non	non	non	oui (membrane)
Facilité de convergence	chargement faible	++	++	++	++	+++	+++
	chargement élevé	+	+	+	+	+++	+++
Coût en temps CPU et taille mémoire		+	+	++	++	+++	+++
Type de résultats	globaux	+++	+++	++	++	+++	+++
	locaux	+++	+++	++	++	+++	+++
++ : non pertinent ++ : pertinent +++ : pertinent et optimisé							

Tableau 4 : récapitulatif du choix de la modélisation et du modèle de comportement associé.

5 Mise en données du problème

5.1 Maillage

5.1.1 Conseils généraux

La discrétisation du maillage doit être adaptée à la longueur d'onde des phénomènes que l'on désire représenter. Une fréquence de coupure et donc une taille d'élément peuvent être établies au moyen d'une analyse modale préalable de la structure.

Dans de nombreuses études, les calculs non linéaires sont réalisés à la suite d'une étude linéaire. Dans ce cas il est nécessaire d'adapter le maillage linéaire en raffinant les zones qui deviennent non linéaires. Afin de remailler, on pourra utiliser le logiciel HOMARD par l'intermédiaire de la macro-commande `MACR_ADAP_MAIL` [U7.03.01]. Il est notamment possible de remailler une partie d'un maillage en indiquant simplement le groupe de maille que l'on veut raffiner.

Il est fortement conseillé de réaliser une étude de sensibilité des résultats au maillage. En pratique, il est conseillé lors de la création du maillage de prévoir plusieurs raffinements de maillage.

5.1.2 Modélisation locale massive et coque multicouche

Il est conseillé de faire coïncider les nœuds acier et béton pour réduire la taille du problème. Les éléments `BARRE`, `GRILLE_MEMBRANE` ou `GRILLE_EXCENTRE` représentant les armatures doivent avoir leurs nœuds confondus avec ceux des éléments massifs ou coques de béton (cf. §3.2.3 et 3.3.3).

Concernant la modélisation des liaisons, on se reportera au §3.6.

5.2 Conditions initiales

Le préchargement de la structure en béton armé (poids propre et autres chargements statiques...) est nécessaire dans le cas de l'utilisation de l'opérateur `DYNA_NON_LINE`. Il se fait au moyen de l'opérateur `STAT_NON_LINE` en imposant uniquement le chargement dû au poids propre et aux autres chargements. Le chargement dynamique est appliqué en reprise du calcul statique de poids propre, en conservant ce dernier chargement.

Par ailleurs, on peut éventuellement tenir compte du phasage de construction de la structure. La prise en compte de ce phasage permet de simuler une préfissuration apparaissant au cours de la construction. De plus il peut être nécessaire, même en élasticité linéaire, afin de représenter un état de contraintes initiales non nulles dans la structure (obtenu lors de la construction par modification des hyperstatismes).

Ces méthodes sont actuellement peu utilisées pour le calcul des ouvrages de génie civil. On préconise cependant d'exploiter les travaux réalisés sur la problématique de l'excavation [U2.04.06] et de la construction par couche d'une digue ([U2.04.07]).

5.3 Conditions limites

Les conditions aux limites sont à définir classiquement comme dans n'importe quelle étude.

L'analyse sismique d'un ouvrage de génie civil posé sur fondation souple peut cependant nécessiter la prise en compte de l'interaction entre le sol et la structure (ISS). On se reportera à [U2.06.07] pour la description des méthodes de prise en compte de l'ISS. On pourra notamment représenter l'ISS à l'aide d'impédances de fondation recalées autour d'un comportement linéaire de la structure fondée sur le sol.

5.4 Chargement sismique

On reprend dans ce paragraphe les éléments détaillés dans [U2.06.09].

On rappelle que la structure est dite mono-appuyée si tous les appuis sur lesquels repose la structure sont soumis à la même excitation. La structure est dite multi-appuyée si il existe au moins deux appuis n'étant pas soumis à une excitation sismique identique.

5.4.1 Mono-appui

Dans ce cas, il n'y a pas de contraintes induites par les déplacements différentiels des ancrages. On utilise donc une approche en déplacements relatifs et on applique soit l'accélérogramme (cas 1) soit le déplacement (cas 2) à la structure (opérateur `CALC_CHAR_SEISME`, [U4.63.01]).

1^{er} cas

On dispose du signal sismique $a(t)$, accélération en fonction du temps suivant les trois directions X , Y et Z – Utilisation de `CALC_CHAR_SEISME`.

L'élaboration du concept « chargement » utilisé par `AFFE_CHAR_MECA` se déroule comme suit :

- assemblage de la matrice de masse assemblée M_{ass} : opérateur `ASSEMBLAGE` ;
- élaboration des vecteurs assemblés (V_{ass_x} , V_{ass_y} et V_{ass_z}), servant de base au chargement (1 par direction du séisme) : opérateur `CALC_CHAR_SEISME` avec le mot-clé `MONO_APPUI` = 'OUI' ;
- élaboration du concept « chargement » (1 par direction du séisme) : opérateur `AFFE_CHAR_MECA` avec le mot-clé `VECT_ASSE`.

Ce cas est le plus courant dans les études d'ouvrage de génie civil sous séisme.

2^{ème} cas

On dispose du signal sismique $d(t)$, déplacement en fonction du temps suivant les trois directions X , Y et Z .

L'élaboration du concept « chargement » utilisé par `AFFE_CHAR_MECA` est immédiate : opérateur `AFFE_CHAR_MECA` avec le mot-clé `DDL_IMPO`.

5.4.2 Multi-appui

Dans ce cas, les déplacements différentiels des ancrages induisent des contraintes secondaires. Il n'est plus possible d'utiliser une approche en déplacements relatifs. On doit donc effectuer la résolution dans le repère absolu. Le chargement doit être imposé sous forme de déplacements aux ancrages de la structure.

Par rapport au calcul mono-appui, la 1^{ère} méthode proposée n'est plus adaptée. L'utilisation de `CALC_CHAR_SEISME` en multi-appuis et en non linéaire transitoire (`DYNA_NON_LINE`) fournit des résultats dont la validité n'est pas assurée car `CALC_CHAR_SEISME` opère par relèvement élasto-statique (modes statiques).

1^{er} cas

On dispose du signal sismique $a(t)$, accélération en fonction du temps suivant les trois directions X , Y et Z – Utilisation des transformées de Fourier.

Il est nécessaire de construire $d(t)$, déplacement en fonction du temps à partir de $a(t)$. La méthode proposée consiste à utiliser les transformées de Fourier pour intégrer le signal :

- calcul de l'accélération $a(\omega)$ en fonction de la pulsation : réalisation d'une transformée de Fourier de $a(t)$ suivant chaque direction ;
- calcul du déplacement $d(\omega)$ en fonction de la pulsation : multiplication de $a(\omega)$ par ω^2 ;
- calcul du déplacement $d(t)$ en fonction du temps : réalisation d'une transformée de Fourier inverse de $d(\omega)$;
- élaboration du concept « chargement » utilisé par `AFFE_CHAR_MECA` : opérateur `AFFE_CHAR_MECA` avec le mot-clé `DDL_IMPO`.

Remarque

On se reportera à [10] pour les précautions à prendre dans la réalisation des transformées de Fourier : vérification du principe de causalité (retour à zéro du signal pour effectuer la FFT) et absence de dérive des déplacements.

2^{ème} cas :

On dispose du signal sismique $d(t)$, déplacement en fonction du temps suivant les trois directions X , Y et Z .

L'élaboration du concept « charge » utilisé par AFPE_CHAR_MECA est immédiate : opérateur AFPE_CHAR_MECA avec le mot-clé DDL_IMPO.

5.4.3 Précautions générales sur le signal temporel

L'évolution temporelle en fonction du temps $a(t)$ ou $d(t)$ utilisée en entrée du calcul doit être aussi régulière que possible. Il faut donc que le pas de temps qui définit l'échantillonnage soit suffisamment fin. Si l'on appelle f_{max} la fréquence maximale du spectre du signal, il faut avoir au moins une fréquence d'échantillonnage 5 à 10 fois plus grande que f_{max} .

Initialement, la structure étant considérée uniquement soumise aux chargements permanents (poids,...), il vaut mieux avoir un déplacement, une vitesse et une accélération induits par le séisme imposés nuls aux appuis. Si l'on ne respecte pas ces conditions, on risque d'observer des oscillations initiales de la réponse. En pratique, pour respecter cela, il suffit que le signal sismique imposé aux appuis en déplacement soit nul sur au moins les deux premiers pas de temps. Il conviendra donc d'ajouter manuellement des valeurs nulles au début des fichiers de chargement.

A la fin du calcul, il est recommandé de revenir aussi à des conditions en déplacement imposées nulles sur une certaine période. Cela permet d'assurer le retour au repos de la structure. Celui-ci est indispensable (condition de causalité) si l'on veut faire une analyse spectrale correcte par FFT des réponses.

Remarque

Le guide de l'ASN [11] préconise d'utiliser un jeu de N accélérogrammes ($N=5$ minimum) représentatif du mouvement sismique de dimensionnement pour la conception des ouvrages de génie civil. On réalise donc N calculs transitoires non linéaires afin d'analyser la variabilité des résultats en fonction des accélérogrammes utilisés. On définit la grandeur à retenir pour le dimensionnement en fonction du nombre d'accélérogrammes utilisés, de la moyenne et de l'écart type des valeurs absolues des résultats (on utilise pour cela un estimateur d'intervalle de confiance de type Student-Fischer, [11]).

5.5 Amortissement

5.5.1 Définition

On préconise d'utiliser l'amortissement de Rayleigh [R5.05.04] et [R5.05.05] dans la résolution transitoire directe au moyen de DYNA_NON_LINE.

La matrice d'amortissement élémentaire C_{elem} s'exprime comme combinaison linéaire des matrices élémentaires de masse M_{elem} et de rigidité K_{elem} :

$$C_{elem} = \alpha K_{elem} + \beta M_{elem}$$

avec α et β les coefficients de Rayleigh. La partie βM_{elem} correspond à l'amortissement basse fréquence et la partie αK_{elem} à l'amortissement haute fréquence (Figure 5.5.1-a).

Le facteur d'amortissement ζ_n pour le nième mode du système considéré est défini par :

$$\zeta_n = \frac{\alpha \omega_n}{2} + \frac{\beta}{2 \omega_n}$$

avec la pulsation ω_n associée au nième mode.

Cet amortissement de Rayleigh est calé sur deux modes et facteurs d'amortissement (ω_1, ζ_1) et (ω_2, ζ_2) pertinents pour l'analyse de la structure étudiée. Lorsqu'on connaît les valeurs des amortissements pour ces deux fréquences, on peut calculer α et β :

$$\begin{cases} \alpha &= 2 \frac{\omega_1}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \zeta_1 - 2 \frac{\omega_2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \zeta_2 \\ \beta &= 2 \frac{\omega_1 \omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \zeta_1 - 2 \frac{\omega_1^2 \omega_2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \zeta_2 \end{cases}$$

En pratique, on considère toujours le cas où les deux amortissements sont égaux $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta$, on obtient alors les formules à utiliser pour le calcul de α et β :

$$\begin{cases} \alpha &= \frac{2}{\omega_1 + \omega_2} \zeta \\ \beta &= 2 \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \zeta \end{cases}$$

Il convient alors de rentrer les valeurs α et β au moyen de la commande `DEFI_MATERIAU`, mots-clés `AMOR_ALPHA/AMOR_BETA`.

On présente Figure 5.5.1-a la description graphique de l'amortissement de Rayleigh pour deux fréquences (f_1, ζ) et (f_2, ζ) entre lesquelles l'amortissement est relativement uniforme.

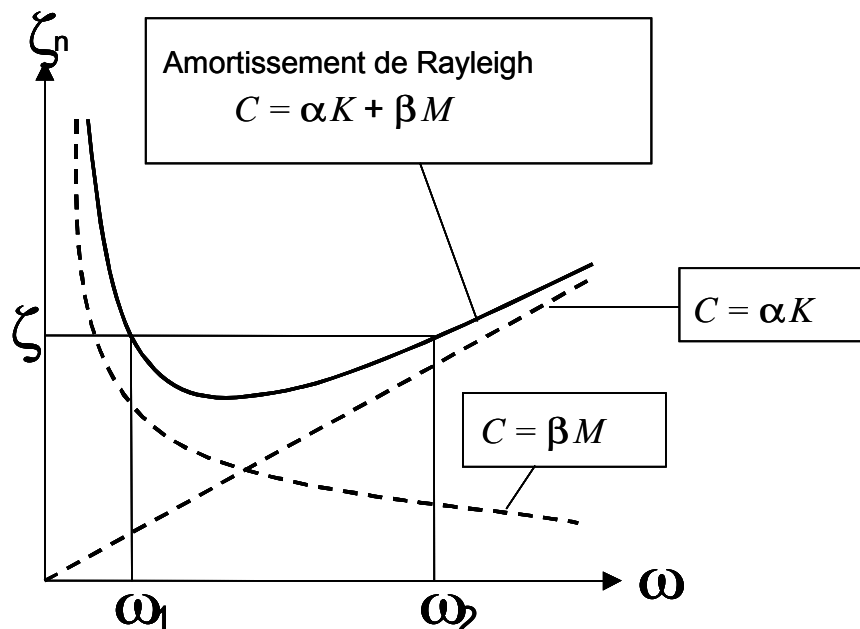


Figure 5.5.1-a : description de l'amortissement de Rayleigh.

5.5.2 Cas non linéaire

Pour le calcul de C_{elem} , on prend la matrice de rigidité utilisée dans la méthode de Newton (RIGI_MECA). Si on utilise la matrice tangente réactualisée K_{elem}^{tan} dans DYNA_NON_LINE (NEWTON=_F (MATRICE='TANGENTE', REAC_ITER=1,),), la matrice d'amortissement est alors définie par :

$$C_{elem} = \alpha K_{elem}^{tan} + \beta M_{elem}$$

La matrice d'amortissement C ne reste alors pas constante au cours du calcul. En effet, lorsque la structure devient fortement endommagée, K^{tan} diminue et peut même devenir négative. De ce fait l'interprétation de l'effet de l'amortissement proportionnel en non linéaire est délicate (variation de la dissipation introduite au cours du temps).

L'utilisateur fixe les paramètres d'amortissement sur la plage où la structure est élastique.

5.5.3 Autres conseils en non linéaire

En non linéaire, les phénomènes dissipatifs sont modélisés par l'intermédiaire des modèles de comportement de béton et d'acier. En toute rigueur, il n'est donc pas nécessaire d'introduire une matrice d'amortissement dans le calcul pour représenter ces phénomènes. Cependant, afin d'assurer la stabilité numérique et représenter d'éventuels phénomènes dissipatifs non modélisés par les matériaux, on est généralement amené à introduire une matrice d'amortissement de type Rayleigh. On préconise d'utiliser une valeur d'amortissement maximale de 2% sur le premier mode (sur ce sujet on pourra se reporter au guide de l'ASN [11]). Cette valeur est bien plus faible que celle de 5 à 7 % utilisée en linéaire pour les calculs de dimensionnement.

Il est à noter qu'en multi-appui (cf. 5.4.2) la résolution du problème s'effectue dans le repère absolu ($U_{absolu} = U_{relatif} + U_{entraînement}$). Dans ce cas, il est indispensable de ne pas introduire d'amortissement sur la partie correspondant à la vitesse d'entraînement. La matrice d'amortissement doit être prise proportionnelle à la matrice de raideur uniquement ($C_{elem} = \alpha K_{elem}$ dans la méthode préconisée par l'ASN [11]). Une autre possibilité consiste à encastrier un des appuis et à décrire le mouvement des autres appuis par rapport à celui-ci (cela revient à annuler le mouvement d'entraînement). Dans ce cas, on peut utiliser un amortissement de Rayleigh classique.

Pour les éléments discrets DIS_T ou DIS_TR [U3.11.02], on définit directement la matrice d'amortissement pour chaque degré de liberté dans AFFE_CARA_ELEM (mot-clé DISCRET [U4.42.01]). Cette remarque est importante dans le cas où l'on modélise des masses ajoutées à l'aide d'éléments discrets. Il est alors indispensable d'y associer une matrice d'amortissement sinon ces masses ajoutées ne sont pas amorties.

Lorsqu'on utilise un schéma d'intégration temporelle explicite (DIFF_CENT ou TCHAMWA), il est impératif d'utiliser un amortissement proportionnel à la matrice de masse uniquement. L'utilisation d'un amortissement de Rayleigh complet entraîne une chute du pas de temps de stabilité et donc une augmentation très importante du temps de calcul.

6 Analyses préalables au calcul dynamique transitoire non linéaire

Avant de réaliser le calcul transitoire non linéaire, on conseille de procéder par étape en augmentant les « difficultés ». Ceci permet de valider indépendamment les différents éléments de la modélisation.

6.1 Analyse de la masse

On conseille, après avoir réalisé la modélisation par éléments finis, de calculer la masse de la structure afin de s'assurer que les caractéristiques géométriques et matériaux (masses volumiques) sont correctes. Ceci est d'autant plus important que la structure est complexe et que le nombre de matériaux différents est élevé.

On utilise l'opérateur `POST_ELEM` [U4.81.22] et le mot-clé `MASSE_INER`.

6.2 Analyse modale

On préconise, avant de mener un calcul transitoire, de réaliser une analyse modale de la structure. Ceci permet de vérifier la qualité de la modélisation (raideur globale, conditions aux limites). Si de plus, on dispose des premières fréquences propres mesurées expérimentalement, on pourra comparer la modélisation éléments finis par rapport à la structure réelle et éventuellement recalculer la modélisation éléments finis.

On ne détaille pas dans ce document le calcul des modes propres d'une structure. Pour cela, on se reportera entre autres à [U4.52.02] (opérateur `CALC_MODES`).

On rappelle toutefois que pour l'analyse sismique d'une structure linéaire, il faut à minima retenir tous les modes dont les fréquences propres sont inférieures à la fréquence de coupure du spectre sismique (généralement de l'ordre de 33 Hz , au-delà de laquelle il n'y a pas d'amplification dynamique significative). Dans la pratique, on se contente souvent de ne conserver que les modes qui contribuent de façon significative à la réponse. On conserve alors uniquement les modes dont la masse effective unitaire dans une direction est supérieure à 1%. Un deuxième critère de sélection consiste à s'assurer également que, pour l'ensemble de ces modes retenus, la masse effective unitaire cumulée dans chaque direction est peu différente de la masse totale de la structure. Un seuil d'admissibilité de 95% est couramment admis pour la méthode spectrale ; il est indiqué un seuil de 90% pour la méthode transitoire. Si ce deuxième critère n'est pas vérifié avec les modes inférieurs à 33 Hz , on étend la base modale au-delà de cette fréquence jusqu'à atteindre ce seuil.

La somme des masses modales effectives vaut en fait la masse totale qui travaille sur la base modale choisie. Autrement dit, cette masse totale travaillante vaut la masse totale moins les contributions en masse qui sont portées par des degrés de liberté encastres (qui ne travaillent donc pas sur la base modale). Ainsi, par exemple, sur un système à 1 degré de liberté masse-ressort avec une masse $M1$ au sommet et une autre masse $M2$ au niveau du radier, alors la masse travaillante vaudra $M1$ et la masse totale $M1 + M2$. Par suite, la masse modale effective unitaire pour le seul mode du système vaudra $M1/(M1 + M2)$. Le cumul total aura donc la même valeur et, suivant le ratio en $M1$ et $M2$, on ne pourra donc pas forcément atteindre 90 % de la masse totale ($M1 + M2$), même en considérant tous les modes (on n'a qu'un seul mode sur cet exemple). En pratique, plus le modèle EF sera fin et réaliste, plus l'écart entre la masse travaillante et la masse totale sera faible.

Il faut donc faire attention aux cas particuliers où une partie non négligeable de la masse est concentrée dans cette zone de degrés de liberté bloqués. En effet, si c'est le cas, les modes dynamiques calculés ne feront jamais travailler cette zone et donc, le cumul de masse modale effective ne pourra jamais atteindre 100 % de la masse totale (qui tient compte de la masse au niveau des degrés de liberté bloqués).

On aura donc tendance à prendre trop de modes ce qui est conservatif, mais au détriment du temps CPU.

Pour contrôler cela, il faut calculer la masse totale en excluant les degrés de liberté bloqués : on peut le faire avec `POST_ELEM` en spécifiant un `GROUP_MA` qui contiendrait tout le bâtiment sauf la surface bloquée.

Ensuite, il suffira de faire une règle de trois entre le cumul de masse effective et le rapport entre masse totale et masse totale dans les degrés de liberté bloqués.

Exemple : $\text{Cumul_corrigé_unitaire} = \text{Cumul_unitaire} \times \text{Mtot} / \text{Mtot_sans_DDL_bloqués}$

Avec des maillages en éléments massifs, la sous-estimation du cumul est faible et diminuera quand on va raffiner plus. Avec des maillages surfaciques de radier ou pire, avec une masse ponctuelle au radier, la sous-estimation peut devenir importante.

Dans le domaine des structures en béton armé, on constate généralement que les modélisations ont une rigidité globale plus importante que celle mesurée expérimentalement. La première fréquence propre calculée peut surestimer la fréquence mesurée de plus de 20 %. Différents phénomènes peuvent être mis en avant afin d'expliquer cet écart :

- des conditions limites (encastrement sur la table vibrante) et des liaisons (encastrement dalle-voile) imparfaites dans les conditions expérimentales ;
- une hétérogénéité importante du matériau béton et une décohésion possible entre les armatures et le béton dans les conditions expérimentales entraînant des variations du module d'Young dans la structure ;
- des défauts géométriques initiaux.

Afin de recalcr les fréquences propres plusieurs méthodes sont généralement utilisées :

- la diminution du module d'Young du béton (l'abaissement par rapport à la valeur expérimentale du module d'Young pouvant atteindre plus de 20%). Ce recalage artificiel entraîne une baisse de l'ensemble des fréquences propres suivantes. Les modes suivants sont donc mal représentés par la modélisation ;
- la modification des conditions limites. La prise en compte d'encastrements non parfaits entre la structure et le bâti ou entre les différents éléments structuraux (liaison voile-plancher, par exemple).

Ces modifications plus ou moins forfaitaires sont peu satisfaisantes. L'impossibilité de modéliser convenablement les modes propres d'une structure en béton armé a des conséquences importantes sur la capacité d'une simulation numérique sismique à prédire des marges de dimensionnement.

6.3 Calcul dynamique transitoire linéaire élastique

On préconise, avant de mener un calcul transitoire non linéaire, de réaliser un calcul transitoire linéaire élastique. Pour cela, il suffit, à partir du fichier de commande du calcul transitoire non linéaire `DYNA_NON_LINE`, de définir des matériaux élastiques : `COMPORTEMENT (RELATION = 'ELAS')`.

Cela permet de voir par exemple si l'amortissement introduit est bien pris en compte pour tous les éléments finis de la modélisation.

6.4 Autres analyses

6.4.1 Analyse push-over (quasi-statique non linéaire monotone)

Il s'agit d'appliquer à la structure un déplacement monotone croissant pour la solliciter de manière équivalente à un chargement sismique (push-over ou poussée progressive). On sollicite la structure jusqu'à la création des fissures et la plastification des armatures qui, à l'extrême, peuvent conduire à la ruine de la structure. Ce cas de chargement constitue une sorte de courbe enveloppe à la réponse non linéaire statique cyclique (Figure 6.4.2-a).

L'intérêt principal de ce calcul est d'analyser le comportement de la structure pour des niveaux élevés de non linéarité (endommagement) et de mettre en évidence d'éventuels problèmes de convergence dans le modèle de comportement de béton utilisé.

Ce calcul nécessite en revanche qu'on puisse définir un chargement de type push-over pertinent. De plus, sa mise en œuvre peut être coûteuse en temps.

6.4.2 Analyse statique cyclique

On peut réaliser un calcul non linéaire statique cyclique en appliquant aux appuis de la structure le déplacement imposé issu du signal sismique (Figure 6.4.2-a).

L'intérêt principal de ce calcul est d'analyser le comportement de la structure pour des niveaux de non linéarité (endommagement) proches de ceux rencontrés dans le cadre du calcul dynamique non linéaire et de mettre en évidence d'éventuels problèmes de convergence dans les modèles de béton utilisés.

Ce calcul nécessite que l'on dispose de cette évolution temporelle en déplacement (cf. §5.4). De plus, sa mise en œuvre peut être coûteuse en temps.

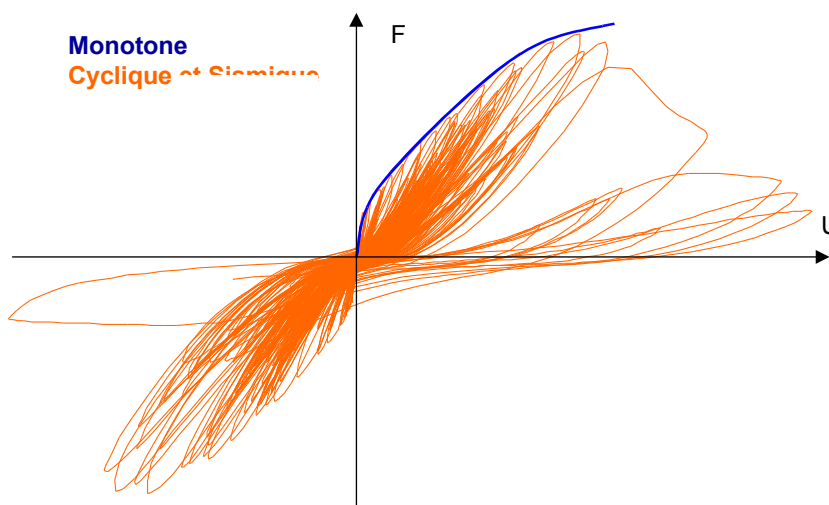


Figure 6.4.2-a : réponse statique non linéaire monotone (push-over) et statique non linéaire cyclique.

7 Résolution du calcul dynamique transitoire non linéaire

7.1 Introduction

Dans ce chapitre, on se place dans le cadre d'un calcul en petites perturbations, sans choc. Les seules non linéarités sont d'origine matériau. Ceci correspond aux études de génie civil les plus fréquentes. On pourrait cependant modéliser des non linéarités géométriques (grands déplacements, grandes déformations) ou du contact-frottement.

L'ensemble des mots-clés cités dans ce chapitre sont attachés à l'opérateur `DYNA_NON_LINE`. On se référera à [U4.53.01] et [U4.51.03] pour plus de détails.

7.2 Aide à la convergence du calcul

7.2.1 Évolution temporelle du chargement

La commande `DEFI_LIST_INST` permet de réaliser un redécoupage automatique du pas de temps lorsque l'algorithme de Newton ne converge pas.

Par ailleurs, on rappelle qu'il est nécessaire, pour un calcul donné, de tester plusieurs pas de temps afin d'analyser la stabilité des résultats en fonction du pas de temps choisi (cf.§2.3).

7.2.2 Critères de convergence

Le mot-clé `CONVERGENCE` permet de définir la valeur du résidu relatif sur l'équilibre (`RESI_GLOB_RELA`). Par défaut, celui-ci est à 10^{-6} . Afin de faciliter la convergence du calcul, on peut relâcher ce critère de convergence. Il faut cependant le faire avec précaution, l'utilisation d'un critère de convergence trop grand pouvant entraîner des résultats éloignés de la solution réelle. On conseille de ne pas utiliser un `RESI_GLOB_RELA` supérieur à 10^{-4} .

Il existe de plus un résidu absolu sur l'équilibre (`RESI_GLOB_MAXI`). Initialement, ce critère est utilisé lorsque le chargement et les réactions d'appui deviennent nuls (par exemple dans le cas d'une décharge totale). Dans ce cas, on passe automatiquement du critère relatif au critère absolu.

Lorsqu'on utilise un modèle de comportement endommageant, on observe dans certains cas une divergence du résidu absolu alors que le résidu relatif reste faible. C'est pourquoi, il est conseillé lors des calculs de vérifier que `RESI_GLOB_MAXI` reste faible. Si celui-ci atteint des valeurs élevées, on préconise de reprendre le calcul en imposant une valeur maximale au résidu global en définissant un `RESI_GLOB_MAXI` pour le calcul. On conseille d'utiliser la valeur par défaut à 10^{-6} .

Sous `ITER_GLOB_MAXI`, on peut modifier le nombre d'itérations maximum effectué pour résoudre le problème global à chaque instant (10 par défaut). Si on voit qu'au cours des itérations de Newton, la convergence du modèle de comportement est lente, on peut augmenter la valeur de ce paramètre.

Sous `ITER_GLOB_ELAS`, on peut modifier le nombre d'itérations maximum effectué avec la matrice de décharge lorsqu'on utilise le mot clé `PAS_MINI_ELAS` du mot clé facteur `NEWTON` (voir §7.2.3) pour résoudre le problème global à chaque instant (25 par défaut).

7.2.3 Algorithme de Newton

Le mot-clé `NEWTON` permet de préciser la matrice utilisée pour les itérations globales de la méthode de Newton (Figure 7.2.3-a). On peut utiliser soit la matrice élastique (`MATRICE='ELASTIQUE'`), soit la matrice tangente (`MATRICE='TANGENTE'`). De plus, dans ce dernier cas on peut passer automatiquement de la matrice tangente à la matrice de décharge lorsque le pas de temps est ou devient (par le redécoupage) inférieur à un pas minimal (`PAS_MINI_ELAS`). Pour les modèles d'endommagement la matrice de décharge s'identifie à la matrice sécante (Figure 7.2.3-a). Cette option peut être utile lorsque le redécoupage automatique du pas de temps ne suffit pas à faire

converger un calcul. Pour les modèles d'endommagement (béton), la matrice tangente peut devenir singulière et il peut être préférable d'utiliser la matrice de décharge pour converger.

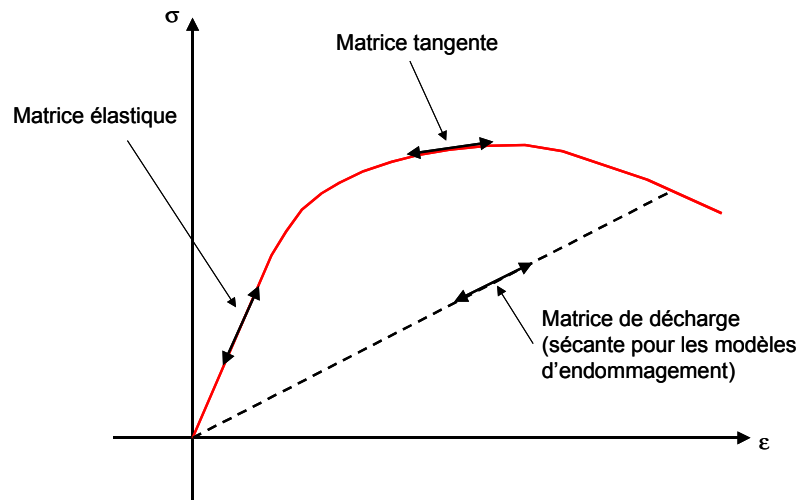


Figure 7.2.3-a : description schématique des opérateurs de résolution de la méthode de Newton dans Code_Aster (pour un modèle de comportement d'endommagement).

Dans un premier temps, on préconise d'utiliser la matrice tangente. Pour optimiser la convergence, il est fortement conseillé de réactualiser cette matrice tangente le plus souvent possible, la meilleure stratégie étant, si la taille du problème le permet, de la réactualiser à toutes les itérations (`MATRICE='TANGENTE'`, `REAC_ITER = 1`, [U4.51.03]). Ceci est d'autant plus conseillé si on a une modélisation utilisant la méthode de Deborst (cf. 4.2).

Si des problèmes de convergence apparaissent (matrice tangente singulière), on peut choisir de basculer sur la matrice de décharge (activation du mot-clé `PAS_MINI_ELAS`). Comme la convergence avec la matrice de décharge est plus lente que celle avec la matrice tangente, le mot clé `ITER_GLOB_ELAS` (cf. §7.2.2) permet de définir un nombre d'itérations maximal spécifique à l'utilisation de la matrice de décharge. Pour les modèles de comportement endommageants, la matrice de décharge (qui correspond à la matrice sécante) dépend de l'état de déformation atteint. Il est donc nécessaire de réactualiser cette matrice par l'intermédiaire du mot-clé `REAC_ITER_ELAS`.

Dans le cas où les problèmes de convergence subsistent, il peut être intéressant de réaliser un calcul avec la matrice élastique pour voir comment se déroulent les itérations de Newton dans ce cas.

Remarque

La recherche linéaire permet théoriquement d'améliorer la convergence de la méthode de Newton [R5.03.01]. Cependant celle-ci n'est pas opérationnelle avec l'opérateur `DYNA_NON_LINE`.

7.2.4 Non linéarités matériaux

Le mot-clé `COMPORTEMENT` permet de définir les modèles de comportements non linéaires mis en œuvre dans `DYNA_NON_LINE`. En cas de non convergence du calcul, on peut être amené à modifier les paramètres associés à l'algorithme de De Borst (cf. §4.2, pour un calcul coque multicouches).

7.2.5 Schéma d'intégration temporelle

On dispose dans `DYNA_NON_LINE` de différents schémas temporels implicites (`NEWMARK` et `HHT`) et explicites (`DIFF_CENT` et `TCHAMWA`) décrits brièvement au §2.2.

Dans les études sismiques, on préconise d'utiliser la méthode implicite d'accélération moyenne car elle n'introduit pas d'amortissement numérique artificiel : `SCHEMA_TEMPS=_F(SCHEMA='NEWMARK', FORMULATION='DEPLACEMENT', ALPHA=0.25, DELTA=0.5,)`.

Si on observe des oscillations parasites hautes fréquences dans la réponse de la structure, on conseille d'utiliser un schéma `HHT` qui permet d'introduire un amortissement numérique important pour les hautes fréquences sans quasiment impacter les basses fréquences : `SCHEMA_TEMPS=_F(SCHEMA='HHT', FORMULATION='DEPLACEMENT', ALPHA=alph, MODI_EQUI='OUI',)`. Par défaut, on conseille de prendre `ALPHA=-0.3`.

En cas de non convergence persistante et si toutes les autres méthodes d'aide à la convergence ont été testées, on pourra essayer de poursuivre le calcul en utilisant le schéma explicite des différences centrées : `SCHEMA_TEMPS=_F(SCHEMA='DIFF_CENT', FORMULATION='ACCELERATION',)`.

Il est cependant recommandé d'opter pour ce schéma explicite avec la plus grande prudence. En effet, un tel calcul possède des spécificités importantes, notamment en ce qui concerne le pas de temps du calcul qui doit respecter la condition CFL [4]. Pour un séisme de plus de 10 secondes, le temps de calcul risque de devenir prohibitif car le pas de temps est en général de l'ordre de 10^{-5} à 10^{-6} seconde.

Cette stratégie de calcul sera plus pertinente lorsqu'on disposera dans *Code_Aster* d'une méthode de bascule de schéma temporel implicite vers explicite (et l'inverse). Cette méthode permettra à terme de changer de schéma d'intégration en temps au cours de la résolution d'un problème dynamique transitoire non linéaire. Lorsque la structure est dans une phase d'évolution relativement régulière on utilise un schéma implicite, qui permet d'avoir des pas de temps relativement grands. Ensuite, lors des phases très perturbées par l'endommagement du béton, on bascule sur un schéma explicite qui pourrait permettre de dépasser les difficultés (snap-back). On peut ensuite rebasculer sur un schéma implicite si la suite de la réponse redevient plus régulière.

7.3 Enchaînement des calculs

A partir de la solution statique sous poids propre, on réalise les calculs sismiques les uns à la suite des autres. L'état final du calcul précédent (n) sert d'état initial au calcul suivant ($n+1$) :

```
ETAT_INIT=_F( CRITERE= 'RELATIF', EVOL_NOLI = chargement de pesanteur,).
```

Avant de poursuivre le calcul $n+1$, il est nécessaire de vérifier que l'état initial fourni par le calcul n correspond bien à la structure au repos : le champ d'accélération doit être très faible dans toute la structure. Lorsque le chargement sismique appliqué termine par une phase faible permettant bien à la structure de revenir au repos (signal non tronqué), on peut enchaîner directement les calculs.

Dans le cas contraire, afin de rendre nul le champ d'accélération dans toute la structure à la fin du calcul n (élimination de champ d'accélération parasite), on conseille de ramener la structure à l'état de repos complet en appliquant sur la structure un amortissement fictif élevé sur un intervalle de temps petit (quelques dixièmes de secondes, par exemple). Pour cela, il est nécessaire de créer des matériaux fictifs possédant un amortissement élémentaire élevé. A la suite du calcul sismique, on réalise un autre calcul dynamique (`DYNA_NON_LINE`) avec le chargement statique uniquement et en utilisant les matériaux à amortissement élevé. A la fin de ce calcul le champ d'accélération est forcément quasi-nul et on peut l'utiliser comme état initial du calcul suivant ($n+1$).

8 Post-traitement

8.1 Analyse du comportement global de la structure

8.1.1 Déplacements et efforts maximaux

L'analyse de l'évolution des déplacements et des réactions aux appuis (efforts tranchants, efforts normaux et moments fléchissants globaux) fournit des éléments importants pour appréhender le comportement global d'une structure.

Remarques

Il est pratique d'utiliser le mot-clé `OBSERVATION` afin de sauvegarder l'ensemble des résultats pour un point donné et non pour toute la structure.

8.1.2 Détermination du spectre d'oscillateur

La détermination du spectre d'oscillateur d'un accélérogramme $a(t)$ est disponible par l'opérateur `CALC_FONCTION` [U6.62.04] avec le mot clé `SPEC_OSCI` : il est obtenu par intégration numérique de l'équation de Duhamel par la méthode de Nigam [R5.05.01]. Cette commande fournit le spectre de pseudo accélération absolue et, sur demande, le spectre de pseudo vitesse ou le spectre de déplacement relatif.

D'une manière générale, l'utilisateur doit toujours vérifier que la plage fréquentielle employé pour le calcul du spectre d'oscillateur est cohérente avec le contenu fréquentiel du signal d'entrée. Cela est d'autant plus crucial si l'on cherche à obtenir, par exemple, la valeur asymptotique de la pseudo-accélération. Dans certains cas, la liste de fréquence par défaut du mot clé `SPEC_OSCI` peut être trop restrictive.

8.1.3 Fréquences propres

L'analyse de l'évolution des fréquences propres d'une structure en cours de chargement permet d'avoir une bonne indication sur l'état d'endommagement de celle-ci. Les phénomènes de fissuration font diminuer la raideur globale de la structure et on observe une chute de fréquence. Si on détermine les fréquences propres et l'amortissement de la structure endommagée, on peut ensuite réaliser un calcul de réponse sismique spectral sur celle-ci.

La détermination des fréquences propres de la structure endommagée est possible à l'aide du mot-clé `MODE_VIBR` de l'opérateur `DYNA_NON_LINE` [U4.53.01]. Il s'agit d'une méthode permettant de réaliser une analyse modale vibratoire (fréquences propres et modes associés) sur les matrices de raideur et de masse globales de `DYNA_NON_LINE`. Comme on doit calculer les fréquences propres de la structure pour une matrice de raideur élastique endommagée, il est nécessaire d'avoir remis la structure au repos avant de réaliser le calcul des fréquences propres par l'opérateur `MODE_VIBR`. On se reportera au cas-test SDNV106 [V5.03.106] pour plus de détails.

Une autre possibilité consiste à réaliser, après le chargement sismique et après la mise au repos de la structure, un chargement de type « bruit blanc » à faible niveau de sollicitations à l'aide de *Code_Aster*. On réalise alors une analyse de Fourier de la réponse obtenue afin de déterminer les fréquences propres de la structure endommagée.

8.1.4 Bilan d'énergies dissipées

Le calcul des énergies se fait par l'opérateur `POST_ELEM` [U4.81.22]. Cependant, l'énergie d'amortissement n'est actuellement pas calculée, ni l'énergie de déformation non élastique pour les lois adoucissantes telles que `ENDO_ISOT_BETON`. De plus, le calcul du travail des efforts extérieurs s'effectue à partir d'une partie des forces nodales et ne tient pas compte des forces d'inertie ou d'amortissement.

Le bilan énergétique est donc actuellement à réaliser avec précaution.

8.2 Analyse du comportement local de la structure

8.2.1 Introduction

Les options de calcul de champs citées dans ce chapitre sont définies dans `CALC_CHAMP` [U4.81.04].

Béton

L'analyse des cartes d'isovaleurs d'endommagement permet d'appréhender le comportement local d'une structure. On peut déterminer les niveaux maximaux de contraintes et de fissuration atteints en certains points de la structure.

Remarque

Si on observe que seuls quelques éléments finis sont très fortement endommagés, il peut s'agir d'un phénomène de localisation de l'endommagement dû au modèle de comportement adoucissant utilisé. Ce phénomène entraîne une dépendance de la réponse au maillage. Afin de déterminer s'il y a localisation ou non, on préconise de reprendre le calcul en remaillant plus finement la zone suspectée. Si on observe que l'endommagement a de nouveau lieu sur une seule bande de maille (réduction de la zone endommagée), c'est qu'on a localisation. Il est à noter que les modèles de délocalisation des lois de comportement par régularisation de la déformation ne sont pas encore actuellement disponibles en dynamique non linéaire dans Code_Aster (cf. § 4.4.3).

Armatures

L'analyse des cartes d'isovaleurs des déformations plastiques cumulées dans les armatures permet de déterminer le niveau de plastification atteint dans les aciers.

8.2.2 Modélisation locale (éléments massifs)

Il n'y a pas de spécificité liée au post-traitement dans ce cas. Il n'est donc pas détaillé ici.

Béton

On calcule directement les contraintes aux nœuds par élément `SIGM_ELNO`.

Armatures

De même, les éléments de grilles membranes (`GRILLE_MEMBRANE`) ou les éléments de barre (`BARRE`) se post-traitent en calculant les contraintes associées `SIGM_ELNO`.

Remarque

En HPP, on calcule directement les déformations aux nœuds par éléments `EPSI_ELNO` à partir des déplacements.

8.2.3 Coques multicouches

Béton

Pour les coques multicouches, on post-traite les contraintes par éléments aux nœuds (`SIGM_ELNO`) à partir des contraintes aux points d'intégration de chaque couche (`SIEF_ELGA`) calculées lors d'un calcul non linéaire. Si l'on souhaite obtenir ces contraintes dans une couche et une position particulière, il faut utiliser l'opérateur `POST_CHAMP`.

Ces contraintes sont calculées dans le repère local de la coque défini par l'utilisateur dans la commande `AFFE_CARA_ELEM`. On peut post-traiter de la même manière les variables internes (`VARI_ELNO`).

Armatures

Les éléments de grilles excentrées (`GRILLE_EXCENTRE`) ou les éléments de barre (`BARRE`), se post-traitent simplement en calculant les contraintes associées `SIGM_ELNO`.

8.2.4 Poutres multifibres

Pour les poutres multifibres, on ne dispose pas actuellement d'option de calcul des contraintes dans les fibres directement dans `CALC_CHAMP`. On peut toutefois récupérer les contraintes dans les fibres en utilisant les opérandes de localisation d'un champ dans l'opérateur `RECU_FONCTION` :

```
/ NOEUD = no, [noeud]
/ GROUP_NO = grno, [gr_noeud]

/ MAILLE = ma, [maille]
/ GROUP_MA = grma, [gr_maille]

/ POINT = nupoint, [I]
/ SOUS_POINT = nusp, [I]
```

L'entier `nupoint` précise le numéro du point de Gauss dont on veut récupérer la valeur (cas des `cham_elem` "aux points de GAUSS").

L'entier `nusp` précise le numéro du sous point, c'est-à-dire de la fibre, sur laquelle on vient relever les contraintes (cf. le maillage de la section §3.4).

On peut ainsi analyser les contraintes et les déformations dans les fibres béton et dans les fibres acier.

8.2.5 Coque globale

Dans cette modélisation, on ne dispose pas directement des contraintes et des déformations dans l'épaisseur de la coque. Il est toutefois possible de reconstruire le champ de déformation (mais pas le champ de contrainte) pour une cote donnée à partir des champs d'efforts et de déformations généralisés.

Comme le champ de déformation est considéré linéaire dans la section, on a :

$$\begin{cases} \varepsilon_x(z) = \varepsilon_x^{tot} + z \kappa_x^{tot} \\ \varepsilon_y(z) = \varepsilon_y^{tot} + z \kappa_y^{tot} \end{cases}$$

avec ε_x^{tot} , ε_y^{tot} , κ_x^{tot} et κ_y^{tot} les déformations généralisées et $\varepsilon_x(z)$ et $\varepsilon_y(z)$ les déformations dans l'épaisseur de la coque globale.

8.2.6 Éléments discrets porteurs de lois de comportement linéaire ou non

Dans cette modélisation, on dispose directement des déplacements (voire rotations) des nœuds extrémité des éléments discrets, mais aussi des efforts qui y transitent. De plus, en cas de loi de comportement non linéaire, cf. [R5.03.17], on a accès aux valeurs de diverses variables internes utiles pour analyser le fonctionnement détaillé (contribution anélastique, énergie dissipée, etc).

9 Cas tests et études existants

9.1 Cas-tests Code_Aster

9.1.1 Schémas temporels

Schéma d'accélération moyenne (§ 2.2)

- SDND102B et SDND102C - Réponse sismique d'un système masse-ressort non linéaire multi-supporté.
- SDNL130 - Réponse sismique d'une poutre en béton armé (section rectangulaire) à comportement non linéaire.

Schéma HHT (§ 2.2)

- SDNL111C - Impact de deux poutres en utilisant `DYNA_NON_LINE`.

Schémas DIFF_CENT et TCHAMWA (§2.2)

- SDND102 - Réponse sismique d'un système masse-ressort non linéaire multi-supporté.

9.1.2 Modélisations et modèles de comportement associés

3D massif + ENDO_ISOT_BETON

- SSNV149 - Test de ENDO_ISOT_BETON .

3D massif + ENDO_ORTH_BETON

- SSNV176 - Identification de la loi ENDO_ORTH_BETON.
- SSNV177 - Test de William.

Coques multicouches + ENDO_ISOT_BETON

- SSNS106 - Plaque plane en béton armé en chargement cyclique (la modélisation coque multicouche sert à identifier les paramètres du modèle GLRC_DM).
- SSNS108 – Simulation d'un essai SAFE.

Coques multicouches + ENDO_ORTH_BETON

Aucun test disponible.

Poutres multifibres + MAZARS_GC

Cas-tests principaux de validation de la modélisation POU_D_EM et POU_D_TGM pour les poutres en béton armé en statique et en dynamique :

- SLL111 - Réponse statique d'une poutre béton armé (section en T) à comportement linéaire
- SDLL130 - Réponse sismique d'une poutre en béton armé (section rectangulaire) à comportement linéaire.
- SSNL119 - Réponse statique d'une poutre en béton armé (section rectangulaire) à comportement non linéaire.
- SDNL130 - Réponse sismique d'une poutre en béton armé (section rectangulaire) à comportement non linéaire.

Cas-test de validation du modèle de comportement MAZARS_GC :

- SSNL120 - Réponse cyclique de la loi de comportement du béton (modèle de La Borderie).

Autres cas-tests simples de validation de la modélisation POU_D_EM :

- SLL102J - Poutre encastree soumise à des efforts unitaires.
- SSNL106G et SSNL106H - Poutre élastoplastique en traction et flexion pure.

Coques globales + GLRC_DM

Cas-tests principaux de validation de la modélisation DKTG et du modèle GLRC_DM pour les plaques en béton armé en statique :

- SSNS106A - Plaque plane en béton armé en chargement cyclique de traction/compression.
- SSNS106B - Plaque plane en béton armé en chargement cyclique de flexion.
- SSNS106C - Plaque plane en béton armé en chargement cyclique de traction/compression + flexion.
- SSNS106D - Plaque plane en béton armé en chargement cyclique de cisaillement dans le plan.
- SSNS106E - Plaque plane en béton armé en chargement cyclique de flexion + cisaillement dans le plan.

Cas-tests principaux de validation de la modélisation DKTG et du modèle GLRC_DM + plasticité pour les plaques en béton armé en statique :

- SSNS106F - Plaque plane en béton armé en chargement cyclique de traction/compression dans le plan. Modèle GLRC_DM + plasticité.
- SSNS106G - Plaque plane en béton armé en chargement cyclique de cisaillement dans le plan. Modèle GLRC_DM + plasticité.

9.1.3 Chargement

Mono-appui avec l'utilisation de CALC_CHAR_SEISME (§5.4.1)

- SDNL113A - Tuyauterie en forme de lyre (ELSA) sous chargement sismique.
- SDNL130 - Réponse sismique d'une poutre en béton armé (section rectangulaire) à comportement non linéaire.

Multi-appui avec l'utilisation de DDL_IMPO (§5.4.2)

- SDNL131 - Calcul de ligne de tuyauterie élastoplastique sous séisme.

9.1.4 Amortissement de Rayleigh

Pour l'utilisation de l'amortissement de Rayleigh (§5.5), on pourra se reporter entre autres à :

- SDLL113B - Sous-structuration dynamique transitoire : poutre en traction simple.
- SDNL130 - Réponse sismique d'une poutre en béton armé (section rectangulaire) à comportement non linéaire.

9.1.5 Post-traitement

Calcul des spectres (SPEC_OSCI, §8.1.2)

- FORMA12C – TP d'analyse sismique d'une ligne de tuyauterie avec DYNA_TRAN_MODAL et COMB_SISM_MODAL.

Calcul des fréquences propres endommagées (MODE_VIBR, § 8.1.3)

- SDNV106 – Analyse aux valeurs propres dans DYNA_NON_LINE (stabilité et modes vibratoires).

Calcul des contraintes dans l'épaisseur d'une coque multicouches (SIGM_ELNO, §8.2.3)

- SSLS115 - Plaque carrée composite sous pression uniforme.
- SSLS118 - Plaque carrée posée soumise à une pression sinusoïdale.

Calcul des contraintes dans une fibre d'une poutre multifibre (TEST_RESU ou RECU_FONCTION avec SOUS_POINT, §8.2.4)

- SSNL120 - Réponse cyclique de la loi de comportement du béton (TEST_RESU).
- SSNL127E - Essai de traction avec le modèle CORR_ACIER (RECU_FONCTION).

9.2 Exemples d'études réalisées

9.2.1 Plancher de type P4

Descriptif de l'essai [2]

Des essais ont été réalisés au CEA / EMSI (Saclay) afin de caractériser le comportement non linéaire des planchers du bâtiment BAS-BL 1300 MWe soumis à un séisme vertical. La maquette conçue a été dimensionnée de manière à être représentative d'un plancher réel. Les essais ont été réalisés sur la table vibrante Azalée du CEA à Saclay. Le programme expérimental est constitué de 9 *runs* de niveaux d'accélération croissants. On étudie le comportement non linéaire de la dalle principale en flexion.

Modélisation réalisée [18] [19]

On adopte une modélisation plaque DKT multicouches pour le béton et une modélisation de type GRILLE pour les armatures du ferrailage. Le modèle ENDO_ISOT_BETON est utilisé en contraintes planes grâce à l'approche de De Borst. A partir de la solution statique sous poids propre, on réalise les calculs sismiques enchaînés les uns après les autres. L'état final du calcul précédent sert d'état initial au calcul suivant. On analyse l'endommagement subi par la dalle en béton armé pour les niveaux d'accélération atteints.

La comparaison avec les résultats expérimentaux montre que la modélisation réalisée permet de représenter correctement le comportement non linéaire de la dalle, notamment l'état de fissuration à la fin des sollicitations. La comparaison des réponses temporelles des déplacements verticaux au centre

de la dalle est très satisfaisante. La flèche résiduelle de la dalle fissurée sous poids propre à la fin des chargements les plus élevés étudiés est bien déterminée par le calcul.

9.2.2 Voiles en cisaillement SAFE – T5

Descriptif de l'essai [20]

Le programme SAFE (Structures Armées Faiblement Élancées, CCR-ISPRA, 1998) concerne une série de 13 tests pseudo-dynamiques sur des murs en cisaillement. Contrairement à un essai dynamique sur table vibrante, la méthode pseudo-dynamique est une méthode hybride numérique/expérimentale qui combine le calcul du déplacement de la structure (ici un degré de liberté de translation horizontale) et la mesure de la force employée par un système de contrôle pour imposer ce déplacement. Les différences entre chaque série d'essais sont essentiellement liées à la proportion de ferrailage des murs, à la fréquence initiale du test (à partir de laquelle on détermine la masse en tête du voile à appliquer) et à la charge verticale moyenne que l'on cherche à maintenir constante pendant le test. Chaque série comprend en général au moins 3 tests, réalisés en variant l'intensité de l'accélérogramme de référence.

Modélisations réalisées [7] [16] [17]

Deux approches de modélisations ont été réalisées : représentation 3D par des éléments finis volumiques (HEXA), et coques multicouches (DKT). 3 études ont été menées : statique monotone (push-over), statique alternée et dynamique transitoire (DYNA_NON_LINE).

L'étude avec une modélisation locale (béton représenté à l'aide d'éléments massifs) montre qu'on rencontre rapidement d'énormes difficultés numériques aussi bien en statique qu'en dynamique non linéaire. Les modèles de comportement mis en œuvre sont peu robustes pour ce type de problème.

La modélisation globale permet de représenter de manière satisfaisante le comportement du voile pour le niveau de sollicitation le plus bas (statique push-over, statique alternée, dynamique sismique). On ne rencontre pas de difficultés numériques. Le modèle GLRC_DM permet de fournir l'enveloppe statique des cycles expérimentaux (push-over). En dynamique, la comparaison des réponses temporelles des déplacements en tête de voile est très satisfaisante. Cependant, les déformations irréversibles ne sont pas modélisées dans cette étude. C'est pourquoi on poursuit actuellement cette étude avec le modèle GLRC_DM couplé à l'élastoplasticité membranaire.

9.2.3 Maquette CAMUS 2000

Descriptif de l'essai [3]

La maquette CAMUS 2000, est une structure à l'échelle 1/3 composée de deux voiles et cinq planchers en béton armé. L'embase de la structure est très fortement renforcée afin d'assurer l'ancrage à la table vibrante. La hauteur totale de la maquette est de 5,10 m. Des systèmes de renforcement latéraux sont rajoutés à la structure afin d'augmenter sa résistance. Des masses additionnelles sont disposées sur les planchers afin de représenter l'état de contraintes requis en pied de la structure. La masse totale de la maquette est de 36 tonnes. Le programme d'essais est composé de 3 runs sismiques de niveaux d'excitation croissants. Le chargement est bidirectionnel horizontal.

Modélisations réalisées [5]

Les calculs ont été réalisés à l'aide de la modélisation poutre multifibre (POU_D_EM) et du modèle de comportement LABORD_1D pour le béton.

Les résultats obtenus par le calcul en termes de grandeurs globales (déplacements, efforts généralisés,...) sont relativement proches de ceux obtenus expérimentalement. La comparaison des moments de flexion dans le plan pour le premier étage du voile de droite et pour les différents niveaux de chargements montre qu'on a une bonne concordance entre le calcul et l'essai. La modélisation poutre multifibre de Code_Aster mise en œuvre est adaptée pour simuler ce type de structure simple sous chargement sismique.

10 Conclusions

On présente la méthodologie de réalisation d'une étude de génie civil sous chargement sismique. On se place dans le cadre de la dynamique transitoire non linéaire (opérateur DYNA_NON_LINE).

On dispose de différents types de modélisations éléments finis pour représenter les éléments structuraux en béton armé (poutre, poteau, dalle, voile,...). On peut utiliser une représentation locale, semi-globale (coque multicouche, poutre multifibre) et coque globale.

On dispose par ailleurs de modèles de comportement non linéaires de béton (ENDO_ISOT_BETON, ENDO_ORTH_BETON, MAZARS_1D, GLRC_DM et GLRC_DM couplé à la plasticité) et d'acier (VMIS_ISOT_LINE, VMIS_CINE_LINE, PINTO_MENEGOTTO) adaptés aux applications sismiques.

La mise en œuvre d'une étude sismique non linéaire est présentée (mise en données du problème, analyses préalables au calcul dynamique non linéaire à réaliser, conseils afin d'améliorer la convergence des calculs et post-traitements disponibles).

Ce document fournit à l'utilisateur, pour chaque étape de son calcul, des conseils de méthodologie et des règles de bonne pratique à suivre.

11 Bibliographie

- [1] Badel P. B., Contribution à la simulation numérique des structures en béton armé. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2001.
- [2] Chaudat T., Rapport des essais sismiques réalisés sur une maquette de plancher EDF type P4 à l'échelle réduite. Rapport CEA/DM2S/SEMT/EMSI/RT/02-048, 2002.
- [3] Combescure D., Ragueneau F. and Mazars J., Camus 2000 benchmark. Experimental results and specifications to the participants. Rapport DM2S, SEMT/EMSI/RT/02-067/A, CEA, 2002.
- [4] Courant R., Friedrichs K. and Lewy H., Über die partiellen Differenzengleichungen der mathematischen Physik, Mathematische Annalen, Vol. 100, No. 1, 32–74, 1928.
- [5] Davenne L., Moulin S., Voldoire F., Camus 2000 benchmark with multifiber beam elements in Code_Aster, AFPS 2003.
- [6] EUROPLEXUS, Code de calcul par éléments finis en dynamique rapide. Manuel de Référence, CCR/CEA/EDF R&D (<http://europlexus.jrc.it/>).
- [7] Ghavamian S., Modélisation de la structure T5 du programme SAFE à l'aide de Code_Aster. Note technique EDF R&D H-T62-2006-04624-FR, 2006.
- [8] Godard V., Modélisation de l'endommagement anisotrope du béton avec prise en compte de l'effet unilatéral : application à la simulation numérique des enceintes de confinement. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 2005.
- [9] Gopalaratnam V.S., Shah S.P., Softening Response of plain concrete in direct tension, ACI Materials Journal, vol. 82, N°3, 1985.
- [10] Greffet N., Vers de nouvelles méthodes numériques pour l'intégration temporelle dans le Code_Aster Rapport EDF R&D HT62/04/016/A.
- [11] Guide de l'ASN, Prise en compte du risqué sismique à la conception des ouvrages de génie civil d'installations nucléaires de base à l'exception des stockages à long terme des déchets radioactifs, ASN/GUIDE/2/01.
- [12] Karsan P., Jirsa J.O., Behaviour of concrete under compressive loading. Journal of Struct. Div. ASCE, vol 95, N°ST12, 1969.
- [13] La Borderie C.L., Phénomènes unilatéraux dans un matériaux endommageable: modélisation et application à l'analyse des structures en béton, Thèse de doctorat Université de Paris 6, 1991.
- [14] Lorentz E., Ill-posed boundary conditions encountered in 3D and plate finite element simulations, Finite Elements in Analysis and Design 41 (2005) 1105–1117.
- [15] Markovic D., Plate-forme numérique des couplages élasto-plastiques endommageables. CR-AMA / 07.049
- [16] Markovic D., Moulin S., Voldoire F., S. Ghavamian, Simulation à l'aide de Code_Aster® du comportement endommageant d'un mur en béton armé sous fort cisaillement du programme SAFE. 7^{ème} colloque national de l'AFPS - Ecole Centrale de Paris, 2007.

- [17] Markovic D., Moulin S., Voldoire F., S. Ghavamian, Reinforced concrete structures under seismic motion safety margin assessment by FEM simulation - COMPDYN 2007, Grèce.
- [18] Moulin S., Étude non linéaire d'une maquette de plancher de type P4 sous chargement sismique Note technique EDF R&D HT-62/03/015/A, Ecole Polytechnique Massy, 2003.
- [19] Moulin S., Étude numérique non linéaire d'une maquette de plancher de bâtiment nucléaire sous chargement sismique vertical. 6^{ème} colloque national de l'AFPS - 2003.
- [20] Pegon P., Magonette G., Molina F. J., Verzeletti G., Dyngeland T., Negro P., Tirelli D., Tognoli P. Programme SAFE: Rapport du test T5. Unité Mécanique des Structures, Institut des Systèmes, de l'Informatique et de la Sécurité, Centre Commun de Recherche, Commission Européenne, 21020 Ispra (Varese), Italie.
- [21] Ramtani S. : Contribution à la modélisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral, Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), 1990.
- [22] G. PEKCAN, J.B. MANDER, M. EERI : The seismic response of a 1 : 3 scale model R.C. structure with elastomeric spring dampers. - Earthquake Spexctra, vol. 11, N°2, p.249-267 - mai 1995.