

---

## WTNV133 – Triaxial non drainé avec la loi de Hujeux

---

### Résumé

Ce test permet de valider l'implantation des mécanismes déviatoires monotones et le mécanisme de consolidation cyclique de la loi de Hujeux. Il s'agit d'un essai triaxial réalisé en condition non drainée. Le couplage hydraulique est pris en compte, l'échantillon est totalement saturé, le squelette et le fluide sont supposés incompressibles.

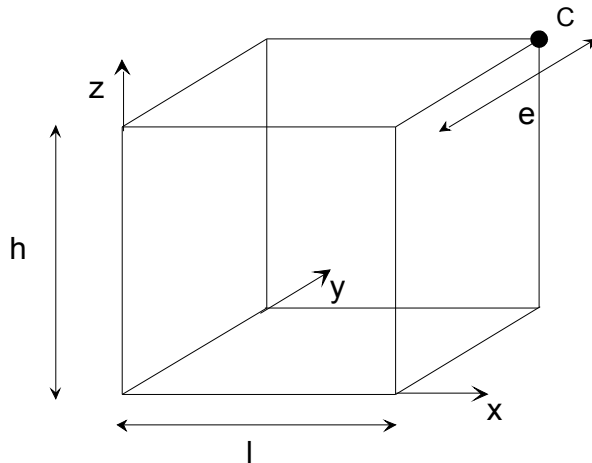
Les niveaux de confinement appliqués sont de  $50\text{ kPa}$  et  $200\text{ kPa}$ .

Les résultats obtenus avec la loi de Hujeux sont comparés à des résultats issus du code éléments finis GEFDYN de l'École Centrale Paris.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Il s'agit d'un échantillon de forme cubique en représentation 1/8 à l'aide d'un élément HEXA20.



hauteur :  $h = 1 \text{ m}$   
largeur :  $l = 1 \text{ m}$   
épaisseur :  $e = 1 \text{ m}$

### 1.2 Propriétés de matériaux

Les propriétés élastiques sont :

- module de compressibilité isotrope :  $K = 516200 \text{ kPa}$  ;
- module de cisaillement :  $\mu = 238200 \text{ kPa}$  ;
- masse volumique <sup>1</sup> :  $\rho_s = 2500 \text{ kg/m}^3$  .

Les propriétés anélastiques de la loi de Hujeux cyclique sont :

- puissance de la loi élastique non-linéaire :  $n_e = 0,4$  ;
- $\beta = 24$  ;
- $d = 2,5$  ;
- $b = 0,2$  ;
- angle de frottement :  $\varphi = 33^\circ$  ;
- angle de dilatance :  $\psi = 33^\circ$  ;
- pression critique :  $P_{c0} = -1 \text{ MPa}$  ;
- pression de référence :  $P_{ref} = -1 \text{ MPa}$  ;
- rayon élastique des mécanismes isotropes :  $r_{ela}^s = 0,001$  ;
- rayon élastique des mécanismes déviatoires :  $r_{ela}^d = 0,005$  ;
- $a_{mon} = 0,008$  ;
- $a_{cyc} = 0,0001$  ;
- $c_{mon} = 0,2$  ;
- $c_{cyc} = 0,1$  ;
- $r_{hys} = 0,05$  ;
- $r_{mob} = 0,9$  ;
- $x_m = 1$  ;
- $dila = 1$  ;

Les propriétés hydrauliques sont :

1 En l'absence de pesanteur, les masses volumiques du sol et de l'eau n'interviennent pas dans le problème.

- coefficient de Biot :  $B=1$  ;
- la masse volumique de l'eau :  $\rho_e=1000\text{ kg/m}^3$  ;
- la viscosité :  $\nu=0,001$  ;
- la perméabilité intrinsèque :  $K^{\text{int}}=1\text{ E}^{-8}\text{ m}^3/\text{kg/s}$  ;
- le module de compressibilité de l'eau :  $K_e=1\text{ E}^{+12}\text{ Pa}$  (coefficient de compressibilité  $1/K_e=1\text{ E}^{-12}\text{ Pa}^{-1}$ )

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

### 1.3.1 Conditions aux limites

Il s'agit des conditions de symétrie sur l'élément, qui représente 1/8 de l'échantillon. Les déplacements sont bloqués sur les faces avant ( $u_y=0$ ), latérale gauche ( $u_x=0$ ) et inférieure ( $u_z=0$ ).

### 1.3.2 Chargement

#### Phase 1 : consolidation de l'échantillon jusqu'à la pression de confinement $p_0$

On amène l'échantillon à un état homogène de contrainte *effective* isostatique  $\sigma_{xx}^0=\sigma_{yy}^0=\sigma_{zz}^0=\sigma_0$ , en imposant la pression  $\sigma_0$  sur les faces arrière, latérale droite et supérieure de l'élément, et en maintenant partout des pressions d'eau *PREI* nulles.

#### Phase 2 : chargement triaxial non drainé

Pour obtenir les conditions non drainées, on impose sur toutes les faces des flux hydrauliques nuls.

En maintenant sur les faces arrière et latérale droite une pression égale à  $\sigma_0$ , on applique un chargement en déplacement d'amplitude  $\Delta u$  égale à  $0,02\text{ m}$  sur la face supérieure, de façon à obtenir une déformation homogène de l'échantillon de 2%.

## 1.4 Résultats

Les solutions sont post-traitées au point  $C$ , en termes de contrainte équivalente de Von Mises  $Q$  ( $=\sqrt{\frac{1}{2}(\sigma^d:\sigma^d)}$ ), de pression isotrope effective  $P$  ( $=\frac{\text{trace}(\sigma')}{3}$ ), de déformation volumique plastique  $\varepsilon_v^p$  et de coefficients d'écrouissage isotropes  $(r_{iso}^m+r_{ela}^{iso,m})$  et  $(r_{iso}^c+r_{ela}^{iso,c})$  et déviatoire  $(r_d^m+r_{ela}^{d,m})$ .

La validation est effectuée par comparaison aux solutions GEFDYN fournies par l'Ecole Centrale Paris.

## 2 Modélisation A

### 2.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D avec un couplage hydro-mécanique en quasi-statique non-linéaire.

Dans la phase 1 de chargement, on amène l'échantillon à la pression de consolidation  $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0 = \sigma_0 = -50 \text{ kPa}$ . Cet état de confinement permet de considérer l'échantillon comme du sable *dense*.

On utilise la loi de Hujeux *cyclique*.

### 2.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20

Nombre de mailles et type : 1 *HEXA20* et 6 *QUAD8*.

### 2.3 Grandeurs testées et résultats

Les solutions sont calculées au point *C* et comparées à des références GEFDYN. Elles sont données en termes de pression isotrope, de déformation volumique plastique  $\varepsilon_v^p$  et de facteurs de mobilisation, et récapitulées dans les tableaux suivants :

$$Q = \sqrt{\frac{1}{2} \sigma_{ij}^d : \sigma_{ij}^d} \text{ (kPa)}$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN ( kPa ) | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|----------------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 3.154E+1       | 3.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 4.013E+1       | 2.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 5.194E+1       | 1.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 6.829E+1       | 1.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 1.032E+2       | 1.0          |

$$3 \cdot P' = \sigma_{ij} \cdot \delta_{ij} \text{ (kPa)}$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN ( kPa ) | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|----------------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -1.389E+2      | 1.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -1.338E+2      | 1.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -1.250E+2      | 1.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | -1.368E+2      | 1.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | -1.860E+2      | 1.0          |

$$\varepsilon_v^p = \text{trace}(\varepsilon^p)$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN   | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|----------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -2.42E-5 | 6.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -3.55E-5 | 4.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -5.56E-5 | 3.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | -2.88E-5 | 5.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 7.437E-5 | 5.0          |

$$(r_{iso}^m + r_{ela}^{s,m})$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|--------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 0.02   | 1.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 0.0248 | 1.0          |

$$(r_{iso}^c + r_{ela}^{s,c})$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN  | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|---------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 1.49E-3 | 2.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 2.18E-3 | 2.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 3.36E-3 | 2.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 1.68E-3 | 3.0          |

$$(r_{dev}^m + r_{ela}^{d,m})$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|--------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 0.353  | 3.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 0.451  | 2.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 0.593  | 1.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 0.699  | 1.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 0.794  | 1.0          |

## 2.4 Remarques

La comparaison entre les solutions *Code\_Aster* et GEFDYN est relativement bonne, avec généralement moins de 1 % d'erreur. Les erreurs relatives supérieures à 1 % apparaissent pour des niveaux de valeurs testées relativement faibles et proches de la précision numérique appliquée durant le calcul.

## 3 Modélisation B

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D avec un couplage hydro-mécanique en quasi-statique non-linéaire.

Dans la phase 1 de chargement, on amène l'échantillon à la pression de consolidation  $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0 = \sigma_0 = -200 \text{ kPa}$ . Cet état de confinement permet de considérer l'échantillon comme du sable *moyennement dense*.

On utilise la loi de Hujeux *cyclique*.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20

Nombre de mailles et type : 1 HEXA20 et 6 QUAD8.

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Les solutions sont calculées au point C et comparées à des références GEFDYN. Elles sont données en termes de pression isotrope, de déformation volumique plastique  $\varepsilon_v^p$  et de facteurs de mobilisation, et récapitulées dans les tableaux suivants :

$$Q = \sqrt{\frac{1}{2} \sigma_{ij}^d : \sigma_{ij}^d} (\text{kPa})$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN ( kPa ) | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|----------------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 1.015E+2       | 3.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 1.343E+2       | 2.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 1.808E+2       | 1.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 2.139E+2       | 1.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 2.495E+2       | 1.0          |

$$3 \cdot P' = \sigma_{ij} \cdot \delta_{ij} (\text{kPa})$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN ( kPa ) | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|----------------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -5.889E+2      | 1.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -5.823E+2      | 1.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -5.638E+2      | 1.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | -5.439E+2      | 1.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | -5.442E+2      | 1.0          |

$$\varepsilon_v^p = \text{trace}(\varepsilon^p)$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN   | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|----------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -1.37E-5 | 8.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -2.19E-5 | 6.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -4.51E-5 | 3.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | -7.03E-5 | 2.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | -7.00E-5 | 2.0          |

$$(r_{iso}^c + r_{ela}^{s,c})$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN  | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|---------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 1.51E-3 | 1.0          |

|        |                |         |     |
|--------|----------------|---------|-----|
| -2.E-3 | SOURCE EXTERNE | 2.40E-3 | 1.0 |
| -5.E-3 | SOURCE EXTERNE | 4.91E-3 | 1.0 |
| -1.E-2 | SOURCE EXTERNE | 7.60E-3 | 1.0 |
| -2.E-2 | SOURCE EXTERNE | 1.16E-3 | 2.0 |

$$(r_{dev}^m + r_{ela}^{d,m})$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|--------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 0.334  | 3.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 0.436  | 2.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 0.583  | 1.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 0.693  | 1.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 0.790  | 1.0          |

## 3.4 Remarques

La comparaison entre les solutions *Code\_Aster* et GEFDYN est relativement bonne, avec généralement moins de 1 % d'erreur. Les erreurs relatives supérieures à 1 % apparaissent pour des niveaux de valeurs testées relativement faibles et proches de la précision numérique appliquée durant le calcul.

## 4 Modélisation C

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est 3D sous-intégrée ( 3D\_HM\_SI ) avec un couplage hydro-mécanique en quasi-statique non-linéaire.

Dans la phase 1 de chargement, on amène l'échantillon à la pression de consolidation  $\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0 = \sigma_0 = -50 \text{ kPa}$ . Cet état de confinement permet de considérer l'échantillon comme du sable *dense*.

On utilise la loi de Hujeux *cyclique*.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20

Nombre de mailles et type : 1 *HEXA20* et 6 *QUAD8*.

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Les solutions sont calculées au point *C* et comparées à des références GEFDYN. Elles sont données en termes de pression isotrope, de déformation volumique plastique  $\varepsilon_v^p$  et de facteurs de mobilisation, et récapitulées dans les tableaux suivants :

$$Q = \sqrt{\frac{1}{2} \sigma_{ij}^d : \sigma_{ij}^d} \text{ (kPa)}$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN ( kPa ) | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|----------------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 3.154E+1       | 3.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 4.013E+1       | 2.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 5.194E+1       | 1.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 6.829E+1       | 1.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 1.032E+2       | 1.0          |

$$3 \cdot P' = \sigma_{ij} \cdot \delta_{ij} \text{ (kPa)}$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN ( kPa ) | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|----------------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -1.389E+2      | 1.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -1.338E+2      | 1.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -1.250E+2      | 1.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | -1.368E+2      | 1.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | -1.860E+2      | 1.0          |

$$\varepsilon_v^p = \text{trace}(\varepsilon^p)$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN   | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|----------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -2.42E-5 | 6.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -3.55E-5 | 4.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | -5.56E-5 | 3.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | -2.88E-5 | 5.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 7.437E-5 | 5.0          |

$$(r_{iso}^m + r_{ela}^{s,m})$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|--------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 0.02   | 1.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 0.0248 | 1.0          |

$$(r_{iso}^c + r_{ela}^{s,c})$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN  | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|---------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 1.49E-3 | 2.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 2.18E-3 | 2.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 3.36E-3 | 2.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 1.68E-3 | 3.0          |

$$(r_{dev}^m + r_{ela}^{d,m})$$

| $\varepsilon_{zz}$ | Type de référence | GEFDYN | tolérance(%) |
|--------------------|-------------------|--------|--------------|
| -1.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 0.353  | 3.0          |
| -2.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 0.451  | 2.0          |
| -5.E-3             | SOURCE EXTERNE    | 0.593  | 1.0          |
| -1.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 0.699  | 1.0          |
| -2.E-2             | SOURCE EXTERNE    | 0.794  | 1.0          |

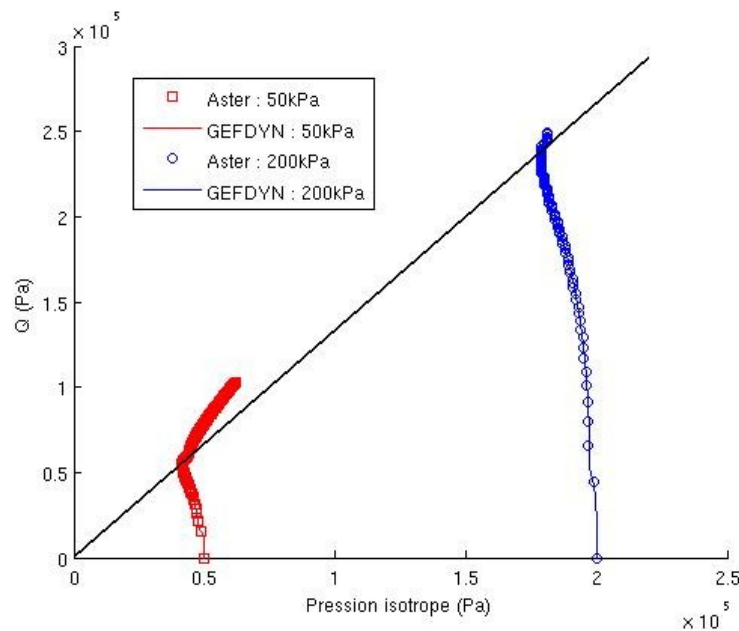
## 4.4 Remarques

La comparaison entre les solutions *Code\_Aster* et GEFDYN est relativement bonne, avec généralement moins de 1 % d'erreur. Les erreurs relatives supérieures à 1 % apparaissent pour des niveaux de valeurs testées relativement faibles et proches de la précision numérique appliquée durant le calcul.

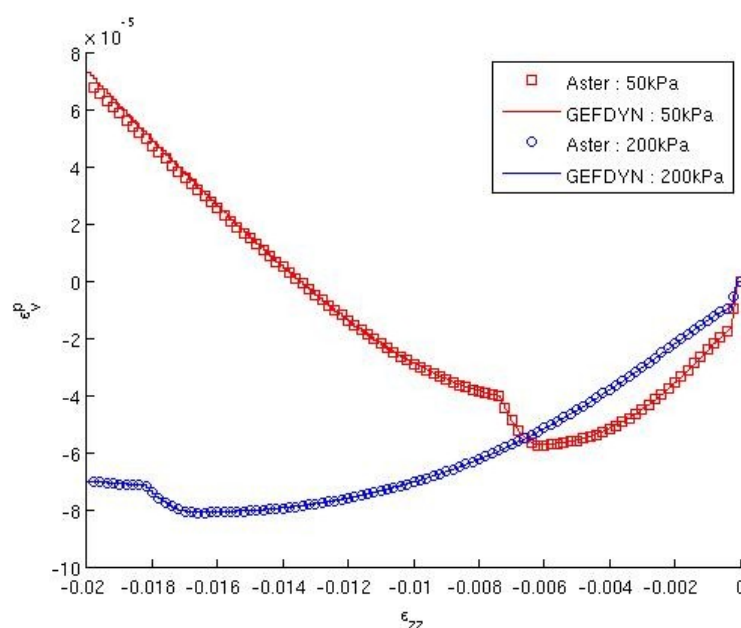
## 5 Synthèse des résultats

On représente dans les courbes suivantes les différentes comparaisons entre *Code\_Aster* et *Lawyer* (programme de calcul de loi de comportement, non éléments finis), en termes de pression isotrope (Figure 5-a), de déformation volumique plastique (Figure 5-b) et de coefficients d'érouissage isotrope monotone et cyclique (figures 5-c et 5-d).

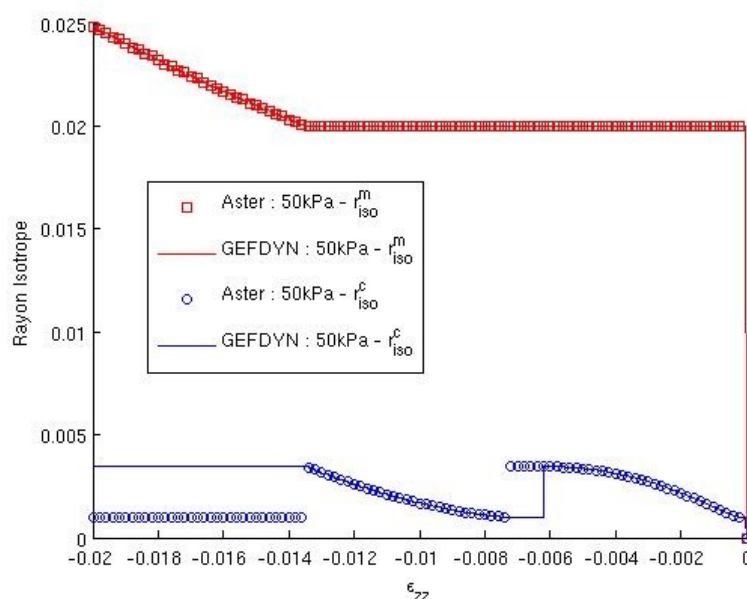
Les différences constatées entre les deux modélisations pour les valeurs des facteurs de mobilisation cycliques sont dues à une gestion différente dans le temps des variables cinématiques. Leurs valeurs sont uniquement différentes lorsque les mécanismes cycliques ne sont pas actifs.



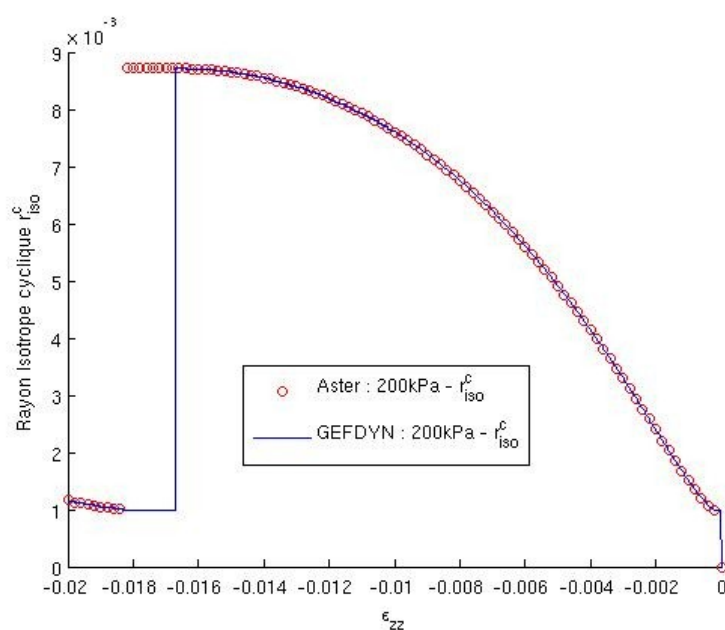
**Figure 5-a : Essai triaxial non drainé cyclique (Plan  $P-Q$ ) : comparaison entre les solutions *Code\_Aster* et *Lawyer* pour les pressions de consolidation de 50 kPa et 200 kPa .**



**Figure 5-b : Déformation volumique plastique en fonction des déformations verticales pour les deux niveaux de compression à 50 kPa et 200 kPa : comparaison entre les solutions Code\_Aster et Lawyer .**



**Figure 5-c : rayons isotropes monotone et cyclique en fonction des déformations verticales pour le niveau de consolidation de 50 kPa : comparaison entre les résultats Code\_Aster et Lawyer.**



**Figure 5-d : rayon isotrope cyclique en fonction des déformations verticales pour le niveau de consolidation de 200 kPa : comparaison entre les résultats Code\_Aster et Lawyer.**