

HSNS102 – Plaque en béton armé avec chargement thermique

Résumé :

Ce test a pour but principal de vérifier la modélisation des éléments béton armé sous chargement thermique selon trois techniques :

Modélisation A: Modèle coque : DKT + GRILLE_EXCENTREE

Modélisation B: Modèle solide : Volumique + GRILLE_MEMBRANE

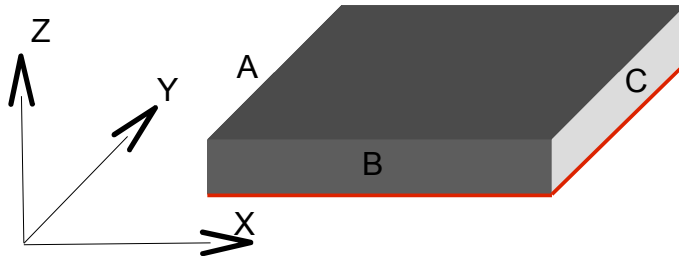
Modélisation C: Modèle solide : Volumique + MEMBRANE

L'objectif est de vérifier la réponse mécanique par comparaison avec une solution de référence obtenue analytiquement.

De plus, il teste, dans la modélisation B, la fonctionnalité MATRICE=ELASTIQUE de STAT_NON_LINE pour les éléments GRILLE_MEMBRANE.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Plaque carrée :

Longueur : $l = 1.0\text{ m}$ Épaisseur : $ep = 0.2\text{ m}$

Armatures :

Section : $S_a = 0.01\text{ m}^2$ Excentrement : $e = -0.01\text{ m}$

1.2 Propriétés des matériaux

Béton :Module de Young, $E = 3 \cdot 10^{10}\text{ Pa}$ Coefficient de Poisson, $\nu = 0.0$ Coefficient de dilatation thermique, $\alpha = 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ **Acier :**Module de Young, $E = 2 \cdot 10^{11}\text{ Pa}$ Coefficient de Poisson, $\nu = 0.0$ Coefficient de dilatation thermique, $\alpha = 10^{-5}\text{ K}^{-1}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le coté A on bloque les déplacements selon X et Z et la rotation autour de Y :

$$U_x = 0.0 ; U_z = 0.0 ; R_y = 0.0$$

Sur le bord B on bloque le déplacement selon Y :

$$U_y = 0.0$$

La température initiale est 20°C pour l'acier et le béton.On augmente la température de l'acier pour atteindre 120°C .

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Les déformations totales dans l'acier et dans le béton sont :

$$\epsilon_a^t = \epsilon_a^m + \epsilon_a^{th} \quad \text{et} \quad \epsilon_b^t = \epsilon_b^m \quad \text{avec} \quad \epsilon_a^{th} = \alpha \Delta T$$

Soient ϵ la déformation du plan moyen de la plaque et χ la courbure de la plaque, les deux inconnues à trouver. En respectant la cinématique (les sections restent planes), l'acier étant parfaitement lié au béton, on a :

$$\epsilon_a^t = \epsilon - e \chi \quad \text{et} \quad \epsilon_b^t = \epsilon - y \chi$$

L'effort normal imposé sur la plaque est nul :

$$N = N_a + N_b = E_a S_a \epsilon_a^m + E_b \int \epsilon_b^m = E_a S_a (\epsilon - e \chi - \epsilon_a^{th}) + E_b S_b \epsilon = 0$$

De même, le moment fléchissant imposé sur la plaque est nul :

$$M = M_a + M_b = e E_a S_a \epsilon_a^m + E_b \int y \epsilon_b^m = E_a S_a (e \epsilon - e^2 \chi - e \epsilon_a^{th}) + E_b I_b \chi = 0$$

On obtient ainsi deux équations pour déterminer les deux inconnues :

$$\begin{aligned} (E_a S_a + E_b S_b) \epsilon - E_a S_a e \chi &= E_a S_a \epsilon_a^{th} \\ E_a S_a e \epsilon + (E_b I_b - E_a S_a e^2) \chi &= E_a S_a e \epsilon_a^{th} \end{aligned}$$

On obtient :

$$\epsilon = \frac{\alpha \Delta T}{A} \quad \text{et} \quad \chi = \frac{-\alpha \Delta T}{B}$$

avec :

$$A = 1 + \frac{E_b S_b}{E_a S_a} + \frac{S_b e^2}{I_b} \quad \text{et} \quad B = e + \left(\frac{1}{E_a S_a} + \frac{1}{E_b S_b} \right) + \frac{E_b I_b}{e}$$

A partir de ces valeurs on peut calculer :

- l'allongement de la plaque : $\Delta L = \epsilon L$
- la rotation de la plaque : $R_y = \chi L$
- la flèche au bout de la plaque : $f = -\chi \frac{L^2}{2}$ ou au milieu de la plaque $f = -\chi \frac{L^2}{8}$
- la contrainte normale dans l'acier : $\sigma_a = E_a (\epsilon - e \chi - \epsilon_a^{th})$
- l'effort normal dans le béton : $N_b = E_b S_b \epsilon$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

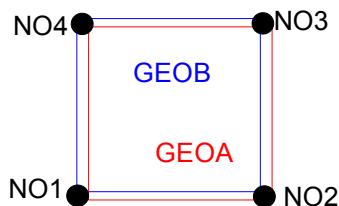
On calcule l'allongement et la flèche de la plaque (déplacement U_x et U_z d'un nœud du bord C de la plaque), la rotation (R_y constante sur la longueur), l'effort normal dans les armatures, l'effort normal dans le béton N_b .

2.3 Incertitudes sur la solution

Solution exacte.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation :

1 élément DKT (GEOB) superposé à 1 élément GRILLE_EXCENTRE (GEOA) appuyé sur les mêmes nœuds.

Conditions aux limites :

Nœuds NO1 et NO4 : $DX=0.$, $DZ=0.$, $DRY=0.$

Nœuds NO1 et NO2 : $DY=0$

Chargement thermique :

Le béton reste à $20^{\circ}C$.

L'acier passe de $20^{\circ}C$ à $120^{\circ}C$ entre les instants 0 et 1,

La température de référence est dans les deux cas de $20^{\circ}C$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 4

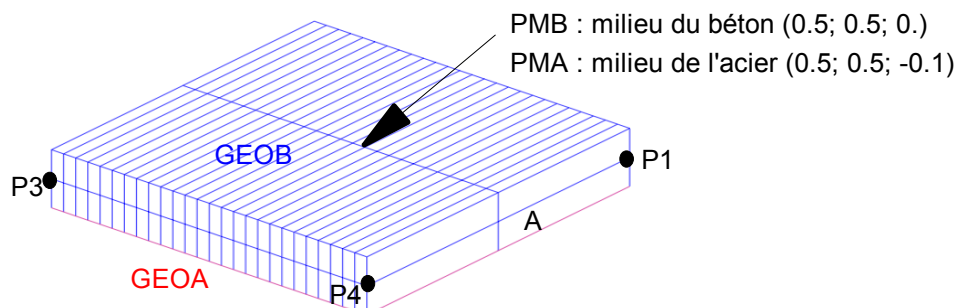
Mailles : 1 QUAD4 pour le béton et 1 QUAD4 pour l'acier

3.3 Valeurs testées et résultats

Identification	Type de Référence	Valeur de référence	Tolérance
Déplacement DX en NO2	'ANALYTIQUE'	1.4285714E-04	0.0001%
Déplacement DZ en NO2	'ANALYTIQUE'	2.1428571E-03	0.0001%
Rotation RY en NO2	'ANALYTIQUE'	-4.2857143E-03	0.0001%
Contrainte SIXX dans la maille acier AMA1	'ANALYTIQUE'	-8.571429E+07	0.0001%
Effort NXX dans la maille béton MA1	'ANALYTIQUE'	8.571429E+05	0.0001%

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



Modélisation :

Éléments 3D linéaires (GEOB) et éléments **GRILLE_MEMBRANE** (GEOA) appuyés sur les nœuds de la face inférieure.

Conditions aux limites :

Face *A* : bloquée par $DX=0$

Ligne *P1-P4* : bloquée par $DZ=0$

Point *P1* : bloqué par $DY=0$

Chargement thermique :

Le béton reste à $20^{\circ}C$.

L'acier passe de $20^{\circ}C$ à $120^{\circ}C$ entre les instants 0 et 1,

La température de référence est dans les deux cas de $20^{\circ}C$.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 243

Mailles : 104 CUB8 pour le béton et 52 QUAD4 pour l'acier

4.3 Valeurs testées et résultats

Remarque : les valeurs de déplacements et de contraintes sont évaluées au centre de la plaque car en modélisation 3D il y a des effets de bord libre au bout, non considérés par la solution analytique.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Déplacement <i>DX</i> au point <i>PMB</i>	'ANALYTIQUE'	7.19892100E-05	1.00%
Déplacement <i>DZ</i> au point <i>PMB</i>	'ANALYTIQUE'	5.35714274E-04	1.05%
Contrainte <i>SIXX</i> dans l'acier au point <i>PMA</i>	'ANALYTIQUE'	-8.571429E+07	1.00%
Contrainte <i>SIXX</i> dans le béton au point <i>PMB</i>	'ANALYTIQUE'	4.52857145E+06	1.00%

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation :

Éléments 3D linéaires (GEOB) et éléments **MEMBRANE** (GEOA) appuyés sur les nœuds de la face inférieure.

Conditions aux limites et chargement thermique :

Identiques à la modélisation B.

5.2 Caractéristiques du maillage

Maillage identique à la modélisation B.

5.3 Valeurs testées et résultats

Valeurs identiques à la modélisation B.

6 Synthèse des résultats

Ce test compare les solutions obtenues avec trois types de modélisation à une solution analytique dans le cas d'une plaque en béton armé soumis à un chargement thermique.

-Modèle coque : DKT + GRILLE_EXCENTREE

-Modèle solide : Volumique + GRILLE_MEMBRANE

-Modèle solide : Volumique + MEMBRANE

Le bilan des comparaisons indique un écart négligeable entre les résultats. Un seul élément fini est suffisant pour retrouver la solution analytique dans le cas DKT + GRILLE_EXCENTREE.

Dans les cas volumiques avec GRILLE_MEMBRANE ou MEMBRANE, l'erreur est inférieure à 1% pour un maillage suffisamment fin (26 éléments dans la longueur).