

HSNV104 - Thermo-plasticité et métallurgie en déformations planes avec restauration d'écrouissage

Résumé :

On traite la détermination de l'évolution mécanique d'un parallélépipède rectangle en déformations planes soumis à des évolutions thermique $T_{(t)}$ et métallurgique $Z_{(t)}$ connues et uniformes (la transformation métallurgique est de type bainitique).

Les éléments utilisés sont des éléments bidimensionnels en déformations planes et la relation de comportement est la plasticité de von Mises avec écrouissage isotrope linéaire. On tient compte de la restauration d'écrouissage, mais non de la plasticité de transformation.

Le coefficient de dilatation α dépend de la composition métallurgique.

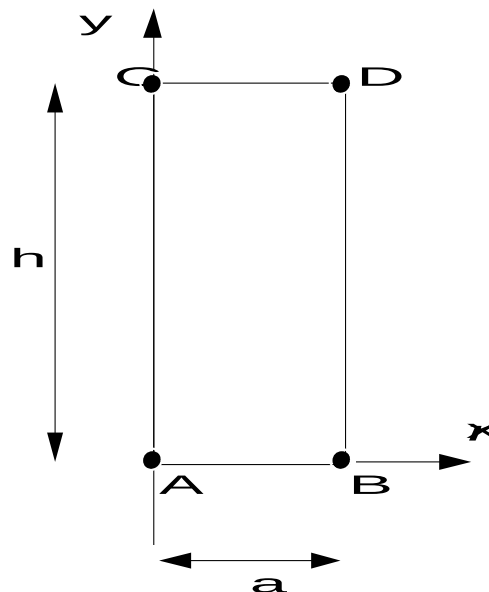
La solution de référence est obtenue par la résolution analytique du problème.

Les résultats fournis par *Code_Aster* sont très satisfaisants avec des erreurs inférieures à 0,8% .

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Lager: $a=0.5m$
Halter: $h=0.2m$



1.2 Propriétés des matériaux

$$E = 2.0E + 11Pa \quad \alpha^{fbm} = 20.0E - 06 \text{ } ^\circ C^{-1} \quad \text{notons } H_{(T)} = \frac{\alpha_{(T)} E_{(T)}}{E_{(T)} - \alpha_{(T)}}$$

$$\alpha_o^{aust} = 20.0E - 06 \text{ } ^\circ C^{-1} \quad H^{aust} = 2000.0E + 06Pa$$

$$\nu = 0.3 \quad \epsilon_{ref}^{fbm} = 2.52E - 03 \quad H^{fbm} = 2000.0E + 06Pa$$

$$T^{ref} = 900 \text{ } ^\circ C \quad cp = 2.0E + 06 J.m^{-3} . ^\circ C^{-1}$$

$$\lambda = 9999.9 W.m^{-1} . ^\circ C^{-1}$$

- **aust* = caractéristiques relatives à la phase austénitique,
- **fbm* = caractéristiques relatives aux phases ferritique, bainitique et martensitique,
- α^{fbm} = coefficient de dilatation thermique des phases ferritique, bainitique et martensitique,
- α^{aust} = coefficient de dilatation de la phase austénitique
- ϵ_{ref}^{fbm} = déformation des phases ferritique, bainitique et martensitique à la température de référence, l'austénite étant considérée comme non déformée à cette température. Cela traduit la différence de compacité entre les structures cristallographiques cubiques à faces centrées (austénite) et cubiques centrées (ferrite).

TRC pour modéliser une évolution métallurgique de type bainitique, sur toute la structure, de la forme :

$$Z_{fbm} = \begin{cases} 0.0 & \text{si } t \leq \tau_1 & \tau_1 = 60\text{sec} \\ \frac{t - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} & \text{si } \tau_1 \leq t \leq \tau_2 & \tau_2 = 112\text{sec} \\ 1.0 & \text{si } \tau_2 \leq t \end{cases}$$

Loi de plasticité de transformation : $\dot{\epsilon}^{pt} = K^{fbm} F(Z_{fbm}) \langle \dot{Z}_{fbm} \rangle$
avec $F(Z_{fbm}) = Z_{fbm}(Z - Z_{fbm})$

on ne tient pas compte de la plasticité de transformation donc on prend $K^{fbm} = 0$

Notations : $T_{(\tau_1)} = T_1$
 $T_{(\tau_2)} = T_2$

1.3 Conditions aux limites et chargements

- $u_Y = 0$ sur le côté AB ; $u_X = 0$ en A .
- $T = T^0 + \mu t$, $\mu = -5^\circ C.s^{-1}$ sur toute la structure.
- Le chargement sur la structure est dû aux phénomènes de dilatation thermique et métallurgique contraints dans la direction z par la condition de déformations planes.

1.4 Conditions initiales

$$T^0 = 900^\circ C = T^{ref}$$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avant transformation, solution thermo-élastique jusqu'en t_1 tel que en t_1 :

$$\sigma_{zz} = -E\varepsilon^{th} = \sigma_y \Leftrightarrow T - T^0 = \frac{-\sigma_y^{aust}}{E\alpha + a} = -100^\circ C$$

$$\Leftrightarrow t_1 = 20s$$

$$\text{donc pour } t \leq t_1 \quad \sigma_{zz} = -E\alpha_\gamma(T - T^0)$$

Avant transformation, et pour $t \geq t_1$, solution thermo-élasto-plastique telle que :

$$\begin{cases} \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zz}^{th} + \varepsilon_{zz}^p + \frac{\sigma}{E} = 0 \\ \sigma_{zz} = R_0 \varepsilon_{zz}^p + \sigma_y \end{cases}$$

$$\text{d'où } \sigma \left(\frac{1}{R_0^{aust}} + \frac{1}{E} \right) = \frac{\sigma_y^{aust}}{R_0^{aust}} - \alpha_\gamma(T - T^0) \quad \text{et} \quad \varepsilon_{zz}^p = p = \frac{\sigma - \sigma_y}{R_0^{aust}}$$

Pendant la transformation, on est en régime élastique, on a donc une solution thermo-élastique avec changement de phase.

$$\sigma = -E \left[\alpha(T - T^0) + Z\varepsilon_{réf_{fbm}} + \varepsilon_{zz}^p(\tau_1) \right]$$

Après la transformation, on a toujours une solution thermo-élastique jusqu'en t_2 .

$$\text{En } t_2 : \sigma_{zz} = R(T, Z, \varepsilon^{eff}) + \sigma_y(T, Z)$$

A cause de la restauration d'écrouissage et du fait qu'on était en régime élastique pendant toute la transformation : $R=0$ avant replastification.

On a donc en t_2 :

$$\sigma_{zz} = -E \left[\alpha(T - T^0) + \varepsilon_{réf_{fbm}} + \varepsilon_{zz}^p(\tau_1) \right] = \sigma_y^{fbm} \Leftrightarrow (T - T^0) = - \frac{\left[\sigma_y^{fbm} + E(\varepsilon_{réf_{fbm}} + \varepsilon_{zz}^p(\tau_1)) \right]}{E\alpha}$$

$$\Leftrightarrow (T - T^0) = -624^\circ C \quad t_2 \approx 125s$$

Pour $T < 276^\circ C$ on a une solution thermo-élasto-plastique telle que :

$$\begin{cases} \varepsilon_{zz} = \varepsilon^{th} + \frac{\sigma}{E} + \varepsilon_{zz}^p(t) \\ \sigma_{zz} = R_0 \left[\varepsilon_{zz}^p(t) - \varepsilon_{zz}^p(\tau_1) \right] + \sigma_y \end{cases}$$

$$\text{d'où } \sigma \left(\frac{1}{R_0^{fbm}} + \frac{1}{E} \right) = \frac{\sigma_y^{fbm}}{R_0^{fbm}} - \alpha(T - T^0) - \varepsilon_{réf_{fbm}} - \varepsilon_{zz}^p(\tau_1)$$

2.2 Résultats de référence

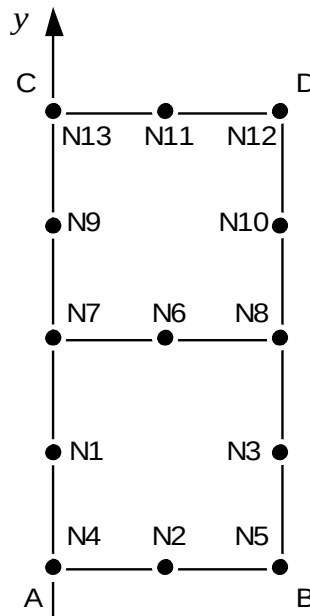
$$\begin{aligned}\sigma_{zz}, \quad \varepsilon_{\gamma}^{eff} \text{ et } \varepsilon_{\alpha}^{eff} &\text{ à } t = 60s \\ \sigma_{zz}, \quad \varepsilon_{\gamma}^{eff} \text{ et } \varepsilon_{\alpha}^{eff} &\text{ à } t = 89s \\ \sigma_{zz}, \quad \varepsilon_{\gamma}^{eff} \text{ et } \varepsilon_{\alpha}^{eff} &\text{ à } t = 112s \\ \sigma_{zz}, \quad \varepsilon_{\gamma}^{eff} \text{ et } \varepsilon_{\alpha}^{eff} &\text{ à } t = 176s\end{aligned}$$

2.3 Références bibliographiques

- 1.DONORE A.M. - WAECKEL F. - Influence des transformations structurales dans les lois de comportement élasto-plastiques Note HI-74/93/024.
- 2.DONORE.A.M. - WAECKEL.F. - RAZAKANAIVO.A. - Doc. Aster [R4.04.02].

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



$A = N4$, $B = N5$, $C = N13$, $D = N12$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13.

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3.

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de Référence	Référence	Tolérance (%)
σ_{zz} $t = 60s$	ANALYTIQUE	4.0792E8	0.10
$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$ $t = 60s$	ANALYTIQUE	3.9604E-3	0.02
$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$ $t = 60s$	ANALYTIQUE	0.	0.00
σ_{zz} $t = 89s$	ANALYTIQUE	7.0684E8	0.80
$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$ $t = 89s$	ANALYTIQUE	3.9604E-3	0.02
$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$ $t = 89s$	ANALYTIQUE	0.	0.00
σ_{zz} $t = 112s$	ANALYTIQUE	9.4392E8	0.05
$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$ $t = 112s$	ANALYTIQUE	0.	0.00
$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$ $t = 112s$	ANALYTIQUE	0.	0.00
σ_{zz} $t = 176s$	ANALYTIQUE	12.101E8	0.10
$\varepsilon_{\gamma}^{eff}$ $t = 176s$	ANALYTIQUE	0.	0.00
$\varepsilon_{\alpha}^{eff}$ $t = 176s$	ANALYTIQUE	5.068921E-3	0.04

3.4 Remarques

Dans cette modélisation :

$$\varepsilon_{zz}^{pt}(T, Z) = 0$$

L'erreur sur σ_{zz} à 89 secondes provient en fait de l'erreur commise sur la description numérique de la transformation métallurgique qui est, à cet instant, d'environ 56 % .

4 Synthèse des résultats

Les résultats trouvés avec *Code_Aster* sont très satisfaisants, avec des pourcentages d'erreur inférieurs à 0.8% .