
HSNV101 - Thermo-plasticité et métallurgie découplées en traction simple

Résumé :

On traite la détermination de l'évolution mécanique d'un barreau cylindrique soumis à des évolutions thermiques $T(t)$ et métallurgiques $Z(t)$ connues et uniformes (la transformation métallurgique est de type bainitique).

Les éléments utilisés sont des éléments axisymétriques et la relation de comportement est la plasticité de von Mises avec écrouissage isotrope linéaire (pour la modélisation B, on tient également compte de la plasticité de transformation).

La limite élastique et la pente de la courbe de traction dépendent de la température et de la composition métallurgique.

Le coefficient de dilatation α dépend de la composition métallurgique.

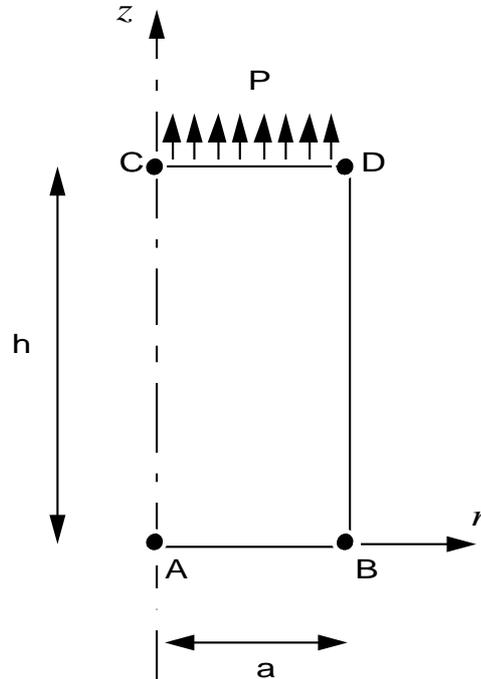
Les transformations métallurgiques ont lieu à $\dot{\varepsilon}^p = 0$ (c'est en ce sens que le test **découple** la plasticité de transformation de la plasticité classique).

Les résultats fournis par *Code_Aster* sont très satisfaisants avec des erreurs inférieures à 2 % .

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Rayon : $a = 0.05 \text{ m}$
Hauteur : $h = 0.2 \text{ m}$



1.2 Propriétés des matériaux

$E = 200000 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	$\sigma_y^{aust} = \sigma_o^{aust} + s^{aust}(T - T^o)$	notons $H(t) = \frac{\alpha(t) \cdot E(t)}{E(t) - \alpha(t)}$
$\nu = 0.3$	$\sigma_o^{aust} = 400 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	$H^{aust} = H_o^{aust} + \lambda^{aust}(T - T^o)$
$\alpha_{fbm} = 15 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	$s^{aust} = 0.5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$H_o^{aust} = 1250 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
$\alpha_{aust} = 23.5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	$\sigma_y^{fbm} = \sigma_o^{fbm} + s^{fbm}(T - T^o)$	$\lambda^{aust} = -5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$
$\epsilon_{ref_{fbm}} = 2.52 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_o^{fbm} = 530 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	$H^{fbm} = H_o^{fbm} + \lambda^{fbm}(T - T^o)$
$T^{ref} = 900^\circ \text{C}$	$s^{fbm} = 0.5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$H_o^{fbm} = -50 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
$cp = 2\,000\,000 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$\lambda = 9999.9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$\lambda^{fbm} = -5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$
		$k^m = 1 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$

- *aust = caractéristiques relatives à la phase austénitique
- *fbm = caractéristiques relatives aux phases ferritique, bainitique et martensitique
- α_{fbm} = coefficient de dilatation thermique des phases ferritique, bainitique et martensitique
- α_{aust} = coefficient de dilatation de la phase austénitique
- $\epsilon_{ref_{fbm}}$ = déformation des phases ferritique, bainitique et martensitique à la température de référence, l'austénite étant considérée comme non déformée à cette température : traduit la différence de compacité entre les structures cristallographiques cubiques à faces centrées (austénite) et cubiques centrées (ferrite).

TRC pour modéliser une évolution métallurgique de type bainitique, sur toute la structure, de la forme :

$$Z_{fbm} = \begin{cases} 0. & \text{si } t \leq \tau_1 & \tau_1 = 60 \text{ s} \\ \frac{t - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} & \text{si } \tau_1 \leq t < \tau_2 & \tau_2 = 112 \text{ s} \\ 1. & \text{si } t \geq \tau_2 \end{cases}$$

Loi de plasticité de transformation : $\dot{\epsilon}^{pt} = K^{fbm} F(Z_{fbm}) \dot{Z}_{fbm}$

$$\text{avec } F(Z_{fbm}) = Z_{fbm}(2 - Z_{fbm})$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

$u_z = 0$ sur le côté AB (condition de symétrie).

traction imposée sur le côté CD

$$p(t) = \begin{cases} p_o t & \text{pour } t \leq \tau_1 & p_o = 6 \cdot 10^6 \text{ Pa} \\ 360 \cdot 10^6 \text{ Pa} & \text{pour } t \geq \tau_1 & \tau_1 = 60 \text{ s} \end{cases}$$

$T = T^o + \mu t$, $\mu = -5 \text{ } ^\circ\text{C}\cdot\text{s}^{-1}$ sur toute la structure.

1.4 Conditions initiales

$$T^o = 900^\circ\text{C} = T^{ref}$$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avant transformation, solution élastique pour $t < \tau_1$.

$$\sigma(t) = p_o t \quad \varepsilon_{zz}(t) = \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) = \frac{\sigma(t)}{E} + \alpha_{aust}(T - T^o)$$

La limite élastique est atteinte pour $\tau_1' = \frac{\sigma_o^{aust}}{p_o - s^{aust} \times \mu} = 47.06 \text{ s}$.

Avant transformation, solution thermo-élasto-plastique, $\tau_1' \leq t \leq \tau_1$, $\tau_1 = 60 \text{ s}$.

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= p_o t & \varepsilon_{zz}(t) &= \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) + \varepsilon_{zz}^p(t) \\ \varepsilon_{zz}^e(t) &= \frac{\sigma(t)}{E} & \varepsilon_{zz}^{th}(t) &= Z_{aust} \times \alpha_{aust} (T - T^o) \\ \varepsilon_{zz}^p(t) &= \frac{\sigma(t) - (\sigma_y^{aust} + S^{aust} \mu t)}{H_o^{aust} + \lambda^{aust} \mu t} \end{aligned}$$

Pendant la transformation, solution thermo-élasto-métallurgique, $\tau_1 < t < \tau_2$, $\tau_2 = 112 \text{ s}$.

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= 360 \cdot 10^6 \text{ Pa} & \varepsilon_{zz}(t) &= \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) + \varepsilon_{zz}^{pt}(t) + \varepsilon_{zz}^p(60) \\ \varepsilon_{zz}^{th}(t) &= Z_{aust} \times \alpha_{aust} (T - T^o) + Z_{fbm} \times \alpha_{fbm} (T - T^o) + Z_{fbm} \times \varepsilon_{ref_{fbm}} \\ \varepsilon_{zz}^p(t) &= k^{fbm} F(Z_{fbm}) P_o \tau_1 \end{aligned}$$

Après la transformation, solution thermo-élasto-plastique, $\tau_2 < t < \tau_3$, $\tau_3 = 176 \text{ s}$.

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= 360 \cdot 10^6 \text{ Pa} & \varepsilon_{zz}(t) &= \varepsilon_{zz}^e(t) + \varepsilon_{zz}^{th}(t) + \varepsilon_{zz}^p(t) + \varepsilon_{zz}^{pt}(112) \\ \varepsilon_{zz}^p(t) &= \frac{\sigma(t) - (\sigma_o^{fbm} + s^{fbm} \mu t)}{H_o^{fbm} + \lambda^{fbm} \mu t} \end{aligned}$$

2.2 Résultats de référence

ε_{zz}^p , χ , σ et ε_{zz} pour $t=47, 48, 64$ et 114 secondes.

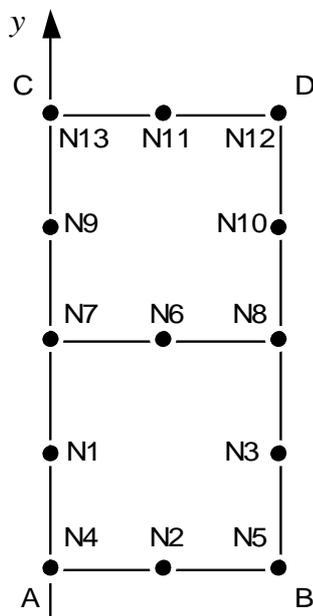
ε_{zz}^p pour $t=60$ et 176 secondes.

2.3 Références bibliographiques

- 1) DONORE A.M. - WAECKEL F. : Influence des transformations structurales dans les lois de comportement élasto-plastiques Note HI-74/93/024.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



$$A = N4, B = N5, C = N13, D = N12.$$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence	Test	Tolérance
INST pour NUME ORDRE= 7 0	176	ANALYTIQUE	0,10 %
ITER_GLOB pour NUME ORDRE=70	5	NON_REGRESSION	0.00%

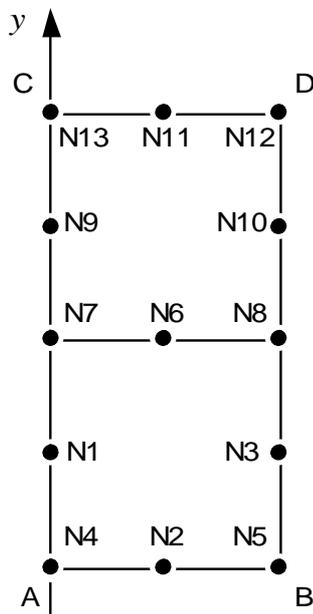
Identification	Référence	Test	Tolérance
ε_{zz}^P $t=47 s$	0	NON_DEFINI	1,0E-12 (absolu)
χ $t=47 s$	0	NON_DEFINI	1,0E-12 (absolu)
σ $t=47 s$	282. 10 ⁶	NON_DEFINI	0,1 %
ε_{zz} $t=47 s$	-4.1125 10 ⁻³	NON_DEFINI	0,1 %
ε_{zz}^P $t=48 s$	3.2653 10 ⁻³	NON_DEFINI	0,15 %
χ $t=48 s$	1	NON_DEFINI	0,1 %
σ $t=48 s$	288. 10 ⁶	NON_DEFINI	0,1 %
ε_{zz} $t=48 s$	-9.3469 10 ⁻⁴	NON_DEFINI	0,007 %
ε_{zz}^P $t=60 s$	0.04	NON_DEFINI	0,1 %
ε_{zz}^P $t=64 s$	0.040	NON_DEFINI	0,022 %
χ $t=64 s$	0	NON_DEFINI	1,0E-12 (absolu)
σ $t=64 s$	360. 10 ⁶	NON_DEFINI	0,01 %
ε_{zz} $t=64 s$	3.4683 10 ⁻²	NON_DEFINI	0,025 %
ε_{zz}^P $t=114 s$	0.04107	NON_DEFINI	0,01 %
χ $t=114 s$	1	NON_DEFINI	0,1 %
σ $t=114 s$	360. 10 ⁶	NON_DEFINI	0,020 %
ε_{zz} $t=114 s$	0.03684	NON_DEFINI	0,026 %
ε_{zz}^P $t=176 s$	0.06206	NON_DEFINI	0,20%

3.4 Remarques

Dans cette modélisation : $\varepsilon_{zz}^{Pt}(T, Z) = 0$

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



$A = N4$, $B = N5$, $C = N13$, $D = N12$.

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 13

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Aster	% différence
ε_{zz}^P $t=47 s$	0	0	0
χ $t=47 s$	0	0	0
σ $t=47 s$	$282. 10^6$	$282. 10^6$	0
ε_{zz} $t=47 s$	$-4.1125 10^{-3}$	$-4.1125 10^{-3}$	0
ε_{zz}^P $t=48 s$	$3.2653 10^{-3}$	$3.26535 10^{-3}$	0.011
χ $t=48 s$	1	1	0
σ $t=48 s$	$288. 10^6$	$288. 10^6$	0
ε_{zz} $t=48 s$	$-9.3469 10^{-4}$	$-9.34644 10^{-4}$	-0.005
ε_{zz}^P $t=60 s$	0.04	0.04	0
ε_{zz}^P $t=64 s$	0.04	$4.0 10^{-2}$	0
χ $t=64 s$	0	0	0
σ $t=64 s$	$360. 10^6$	$359.99 10^6$	-0.004
ε_{zz} $t=64 s$	$4.00085 10^{-2}$	$4.000268 10^{-2}$	-0.015
ε_{zz}^P $t=114 s$	0.041071	$4.10751 10^{-2}$	+0.004
χ $t=114 s$	1	1	0
σ $t=114 s$	$360. 10^6$	$360.01 10^6$	0.000
ε_{zz} $t=114 s$	0.072841	$7.144112 10^{-2}$	-1.915
ε_{zz}^P $t=176 s$	0.06206	$6.2066 10^{-2}$	0.000

4.4 Remarques

Dans cette modélisation, on prend en compte le terme dû à la plasticité de transformation :

$$\dot{\varepsilon}^{pt}(T, Z) \neq 0 \text{ lorsque } \dot{Z} \neq 0$$

5 Synthèse des résultats

Les résultats trouvés avec *Code_Aster* sont très satisfaisants, avec des pourcentages d'erreur inférieurs à 0.025% sauf pour la déformation à l'instant 114 s où l'erreur atteint 2% pour la modélisation B.