

HPLV103 - Calcul de K_I et de G thermo-élastique 3D pour une fissure circulaire

Résumé

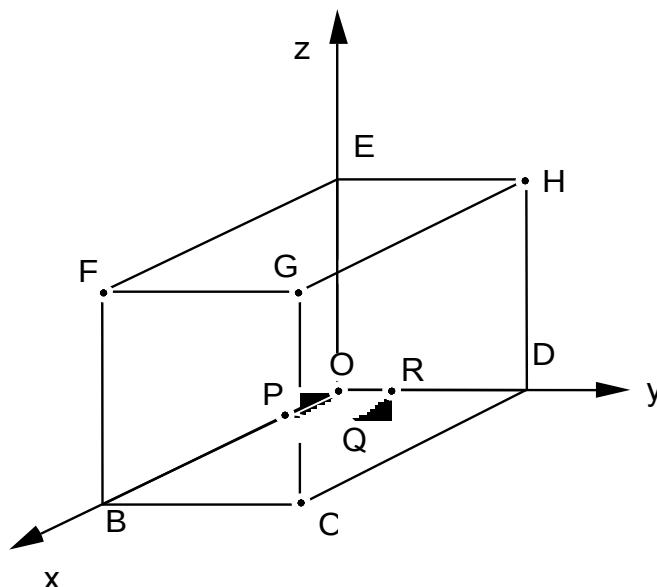
Il s'agit d'un test de mécanique de la rupture en thermo-mécanique pour un problème tridimensionnel. On considère une fissure circulaire plongée dans un milieu thermo-élastique. On impose une température uniforme sur les lèvres de la fissure. Ce test permet de calculer le taux de restitution d'énergie global G et le facteur d'intensité des contraintes local K_I en différents points du fond de fissure.

L'intérêt du test est l'invariance de G et de K_I selon différentes couronnes et la comparaison à une solution analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère une fissure circulaire plongée dans un milieu thermo-élastique. Compte tenu des symétries du problème, seul un huitième de la structure est représenté :



Les dimensions de la fissure sont les suivantes :

$$OP = OR = 1.0$$

Le milieu est modélisé par un parallélépipède de dimensions :

$$OB = OD = OC = 30.0$$

1.2 Propriétés de matériaux

Conductivité thermique : $\lambda = 1.$
Coefficient de dilatation thermique : $\alpha = 10^{-6} / ^\circ C$

Module d'Young : $E = 2.10^5 MPa$
Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

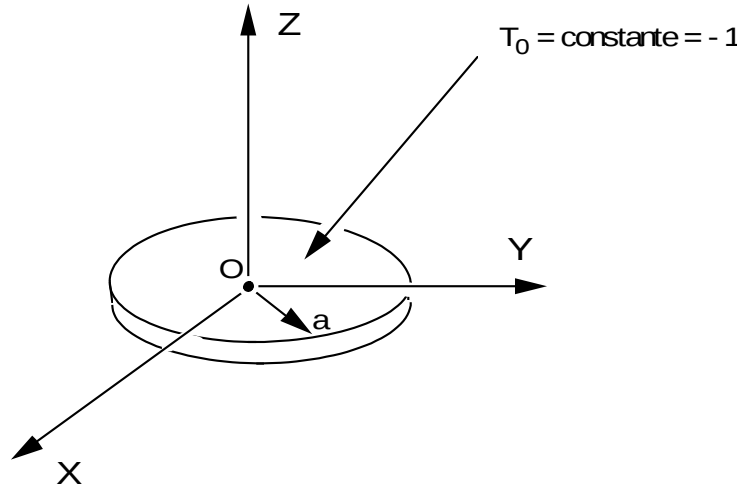
1.3 Conditions aux limites et chargements

- Mécanique : déplacements imposés (DDL_IMPO) sur les groupes de mailles suivants :
 - $DX = 0$ sur ODHE ;
 - $DY = 0$ sur OEFB ;
 - $DZ = 0$ sur PBCDRQ (i.e. face inférieure du parallélépipède, sans la lèvres de la fissure).
- Thermique : température imposée (TEMP_IMPO) sur les groupes de mailles suivants :
 - $TEMP = 0$ sur BCGH, CDHG et EFGH (faces extérieures du parallélépipède) ;
 - $TEMP = -1$ sur OPQR.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est issue du recueil de MURAKAMI [bib1] :



L'expression du taux de restitution de l'énergie est la suivante :

$$G = \frac{(1-\nu^2)}{E} K_1^2 \text{ avec } K_1 = \frac{\alpha E}{\pi(1-\nu)} |T_0| \sqrt{\pi a} F(\eta), \text{ avec } \eta = a/b \text{ et,}$$

$$F(\eta) = 1 - 0.6366\eta - 0.4053\eta^2 + 2.0163\eta^3 - 0.6773\eta^4 - 3.8523\eta^5 + 4.1687\eta^6 + 3.2741\eta^7.$$

Remarque :

Pour $\eta=0$ (milieu infini), la solution est exacte. Pour un milieu fini, l'incertitude sur la solution est inconnue. Dans ce test, $\eta=1/30$.

2.2 Résultat de référence

Le résultat de référence est donc : $K_I = 157.73 \cdot 10^3 \text{ Pa} \cdot \text{m}^{1/2}$ et $G = 1.132 \cdot 10^{-1} \text{ J/m}^2$

2.3 Références bibliographiques

- 1) Stress intensity factors Handbook (Y. MURAKAMI), case 11.39, pp. 1089-1090, the Society of Material Science, Japon, Pergamon Press, 1987.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation tridimensionnelle. Le maillage a été réalisé à l'aide de la procédure GIBI de bloc fissuré 3D [bib1]. On n'a représenté que le huitième de la structure (et donc un quart du front de la fissure), le quart de ce front étant discrétisé en 16 secteurs.

3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est composé d'éléments quadratiques

Nombre de mailles et types : 624 PENTA15, 5600 HEXA20

3.3 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs testées sont celles du taux de restitution de l'énergie G global et du taux de restitution de l'énergie local aux points A et B à partir des différentes couronnes d'intégration et des deux méthodes de définition des champs θ :

Identification	Référence	Aster	% différence
G global			
Couronne 1 G	$8.8910 \cdot 10^{-8}$	$8.66 \cdot 10^{-8}$	2.53
Couronne 2 G	$8.8910 \cdot 10^{-8}$	$8.68 \cdot 10^{-8}$	2.31
Couronne 3 G	$8.8910 \cdot 10^{-8}$	$8.69 \cdot 10^{-8}$	2.17
Couronne 4 G	$8.8910 \cdot 10^{-8}$	$8.68 \cdot 10^{-8}$	2.31
G local Lagrange – Legendre (degré 7)			
G local 1 en A	$5.66 \cdot 10^{-8}$	$6.13 \cdot 10^{-8}$	8.31
G local 2 en A	$5.66 \cdot 10^{-8}$	$6.19 \cdot 10^{-8}$	9.37
G local 3 en A	$5.66 \cdot 10^{-8}$	$6.42 \cdot 10^{-8}$	13.46
G local Lagrange – Legendre (degré 7)			
G local 1 en B	$5.66 \cdot 10^{-8}$	$5.50 \cdot 10^{-8}$	2.75
G local 2 en B	$5.66 \cdot 10^{-8}$	$5.51 \cdot 10^{-8}$	2.62
G local 3 en B	$5.66 \cdot 10^{-8}$	$5.50 \cdot 10^{-8}$	2.84
G local Legendre – Legendre (degré 7)			
G local 1 en A	$5.66 \cdot 10^{-8}$	$5.54 \cdot 10^{-8}$	2.07
G local 2 en A	$5.66 \cdot 10^{-8}$	$5.58 \cdot 10^{-8}$	1.39
G local 3 en A	$5.66 \cdot 10^{-8}$	$5.71 \cdot 10^{-8}$	1.01
G local Legendre – Legendre (degré 7)			
G local 1 en B	$5.66 \cdot 10^{-8}$	$5.51 \cdot 10^{-8}$	2.62
G local 2 en B	$5.66 \cdot 10^{-8}$	$5.52 \cdot 10^{-8}$	2.46
G local 3 en B	$5.66 \cdot 10^{-8}$	$5.52 \cdot 10^{-8}$	2.52

Couronne 1 : $R_{inf}=0.07$ $R_{sup}=0.2$
 Couronne 2 : $R_{inf}=0.2$ $R_{sup}=0.4$
 Couronne 3 : $R_{inf}=0.4$ $R_{sup}=0.6$
 Couronne 4 : $R_{inf}=0.07$ $R_{sup}=0.6$

Les supports du champ θ local correspondent aux trois premières couronnes du champ global.

3.4 Remarques

- La valeur de référence est la valeur du taux de restitution de l'énergie local : $G_{réf} = 5.66 \cdot 10^{-8} \text{ J/m}^2$. Le taux de restitution de l'énergie global fourni par Code_Aster est :

$G_{Aster} = G_{réf} \times \frac{2\Pi a}{8}$, puisque par raison de symétrie on ne modélise qu'un quart du plan de la fissure et une seule lèvre.

- Les résultats du G local ne sont donnés que pour les points A et B respectivement situés sur un plan de symétrie et au milieu du front de fissure. Les résultats concernant le point B (milieu du front) font apparaître un écart d'environ 3% par rapport au résultat de référence. Les résultats concernant le point A sont moins bons (l'écart se situe entre 3% et 13.5%), ce qui est un constat habituel pour l'estimation du G local pour les points situés sur un plan de symétrie.

4 Synthèse des résultats

- Le passage d'un maillage quadratique à un maillage linéaire pour le calcul mécanique diminue la précision du résultat : les G globaux ont un écart de 4.8% en moyenne avec la référence pour le maillage linéaire contre 2.2% pour le maillage quadratique.
- Le lissage `LEGENDRE-LEGENDRE` conduit, sur ce cas test, aux résultats les plus précis pour les valeurs locales de G . Pour le calcul des K locaux, on conseille le lissage `LAGRANGE-LAGRANGE`.
- La précision sur le calcul de K_I local est satisfaisante, l'écart moyen étant limité à 2.3%.