

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN Date : 04/08/2011 Page : 1/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une plaque mince rectangulaire faisant obstacle à un flux de chaleur uniforme en milieu isotrope

Résumé :

Il s'agit d'un calcul statique thermo-élastique linéaire isotrope.

C'est un test de base en 2D plan pour un chargement thermique stationnaire calculé par éléments finis sur le même maillage avec un matériau isotrope en mode II.

Objectif :

- test de base en 2D plan, pour un chargement thermique stationnaire calculé par éléments finis sur le même maillage, avec matériau isotrope, en mode II,
- validation du calcul de K_{II} ,
- variabilité de *G* en fonction de la topologie (secteurs, couronnes) du maillage rayonnant. Vérification de l'invariance des résultats en mécanique de la rupture, à une extrémité de fissure, par rapport au maillage de l'autre extrémité de la même fissure.

Le calcul est testé sur un maillage complet et un demi-maillage. Les paramètres L/W et 2A/W étant fixes.

On mesure un écart relatif sur K_{II} , la précision est néanmoins mal définie.

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN Date : 04/08/2011 Page : 2/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Largeur de la plaque : W = 0.6 mLongueur de la plaque : L = 0.3 mLongueur de la fissure : 2a = 0.3 m

1.2 Propriétés du matériau

Notation pour propriétés thermoélastiques:

$$\begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11} \\ \alpha_{22} \\ 0 \end{bmatrix} (T - T_{ref})$$

$$S_{11} = 1/E_{x}$$

$$S_{22} = 1/E_{y}$$

$$S_{12} = -v_{x}/E_{x} = -v_{y}/E_{y}$$

$$S_{66} = 1/G_{xy}$$

$$\alpha_{11} = \alpha_{x}$$

$$\alpha_{22} = \alpha_{y}$$

On se limite au matériau isotrope, tant du point de vue thermique que mécanique :

$$E_x = E_y = 2.10^5 MPa$$

$$v_x = v_y = 0.3$$

$$\alpha_x = \alpha_y = 1.2 \ 10^{-5} \circ C^{-1}$$

$$\lambda_x = \lambda_y = 54 W / m \circ C$$

Manuel de validation

Fascicule v7.02 : Thermo-mécanique stationnaire linéaire des systèmes plans

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN

Date : 04/08/2011 Page : 3/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

1.3 Conditions aux limites et chargement

On considère deux modèles :

- le demi-modèle $x \ge 0$
- le modèle complet

Conditions aux limites mécaniques:

demi-modèle

UX=0 le long de l'axe de symétrie X=0UY=0 au point (W/2,0)

• modèle complet

UX=0 au point (0, L/2)UY=0 aux points (-L/2,0) et (L/2,0)

Conditions aux limites thermiques:

demi-modèle

 $T = 100 \circ C$ sur le bord supérieur Y = L/2 $T = -100 \circ C$ sur le bord inférieur Y = -L/2flux nul sur l'axe de symétrie, sur le bord libre X = W/2 et sur le bord de la fissure

modèle complet

 $T = 100 \circ C$ sur le bord supérieur Y = L/2 $T = -100 \circ C$ sur le bord inférieur Y = -L/2flux nul sur les bords libres $X = \pm W/2$ et sur le bord de la fissure

Manuel de validation

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN

Date : 04/08/2011 Page : 4/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence Potentiel complexe.

2.2 Résultats de référence

$$\eta = \frac{2a}{W}$$
$$\beta = \frac{L}{W}$$
$$K_{II} = \frac{\alpha_{11}T_0}{S_{11}} \bullet \sqrt{\frac{W}{2}} \bullet F_{II}$$

où le facteur de correction géométrique F_{II} est donné en fonction de η pour chaque matériau, dans le cas particulier $\beta = 0.5$ sur les courbes ci-dessous.

Le matériau isotrope étant représenté par la courbe I



2.3 Incertitude sur la solution

Précision non définie.

2.4 Références bibliographiques

1) Y. MURAKAMI : Stress Intensity Factors Handbook, case 11.17, pages 1045-1047. The Society of Materials Science, Japan, Pergamon Press, 1987.

Manuel de validation

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN Date : 04/08/2011 Page : 5/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

3 Modélisations A, B, C, D, E et F

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Ces 6 modélisations correspondent à 6 maillages où on fait varier 3 paramètres topologiques. Le tableau ci-dessous résume les différents cas étudiés :

	NS = 8 , $NC = 4$	NS=4 , $NC=3$
rt = 0,001 * a	A	В
rt = 0,01 * a	С	D
rt = 0, 1 * a	E	F

Les paramètres topologiques qui varient sont :

- NS : nombre de secteurs sur 90°
- NC : nombre de couronnes
- *rt* : le rayon de la plus grande couronne (avec a : demi longueur de la fissure)

3.1.1 Modélisations A et B



Demi maillage - Modélisation A



Zoom de la pointe de fissure - Modélisation A

Manuel de validation

Fascicule v7.02 : Thermo-mécanique stationnaire linéaire des systèmes plans

Version default

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN

Date : 04/08/2011 Page : 6/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802



Demi maillage - Modélisation B





Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN

Date : 04/08/2011 Page : 7/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

3.1.2 Modélisations C et D



Maillage complet - Modélisation C



Maillage complet - Modélisation D

Manuel de validation

Fascicule v7.02 : Thermo-mécanique stationnaire linéaire des systèmes plans

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN

Date : 04/08/2011 Page : 8/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

3.1.3 Modélisations E et F



Maillage complet - Modélisation E



Maillage complet - Modélisation F

Fascicule v7.02 : Thermo-mécanique stationnaire linéaire des systèmes plans

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN

Date : 04/08/2011 Page : 9/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

3.1.4 Définition des rayons des couronnes

Pour ces différents cas, nous définissons les valeurs des rayons supérieurs et inférieurs, à préciser dans la commande CALC_THETA :

Modélisation A

	1 ère couronne	2 ième couronne	3 ième couronne	4 ième couronne
rinf(m)	3,75E–5	7,500E–5	1,125E–4	1,500E–4
$\operatorname{rsup}(m)$	7,50E–5	1,125E–4	1,500E–4	1,875E–4

Modélisation B

	1 ère couronne	2 ième couronne	3 ième couronne	
rinf(m)	5,00E–5	1,00E–4	1,50E–4	
rsup(m)	1,00E–4	1,50E-4	2,00E–4	

Modélisation C

	1 ère couronne	2 ième couronne	3 ième couronne	4 ième couronne
rinf(m)	3,75E–4	7,500E–4	1,125E–3	1,500E–3
rsup(m)	7,50E–4	1,125E–3	1,500E–3	1,875E–3

Modélisation D

	1 ère couronne	2 ième couronne	3 ième couronne	
rinf(m)	5,00E–4	1,00E–3	1,50E–3	
$\operatorname{rsup}(m)$	1,00E–3	1,50E–3	2,00E–3	

Modélisation E

	1 ère couronne	2 ième couronne	3 ième couronne	4 ième couronne
rinf(m)	3,75E–3	7,500E–3	1,125E–2	1,500E–2
rsup(m)	7,50E–3	1,125E–2	1,500E–2	1,875E–2

Modélisation F

	1 ère couronne	2 ième couronne	3 ième couronne	
rinf(m)	5,00E–3	1,00E–2	1,50E–2	
rsup(m)	1,00E–2	1,50E–2	2,00E-2	

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN

Date : 04/08/2011 Page : 10/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

3.2 Caractéristiques du maillage

Demi-maillage; maillage rayonnant à l'extrémité droite de la fissure.

Le tableau ci-dessous donne la constitution des maillages étudiés :

	NS = 8 , $NC = 4$	NS=4, $NC=3$
	3831 nœuds,	3507 nœuds,
rt = 0.001 * a	1516 éléments,	1388 éléments,
,	884 TRI6,	820 TRI6,
	632 QUA8.	568 QUA8.
	1179 nœuds,	855 nœuds,
rt = 0.01 * a	400 éléments,	272 éléments,
	104 TRI6,	40 TRI6,
	296 QUA8.	232 QUA8.
	659 nœuds,	335 nœuds,
rt = 0, 1 * a	240 éléments,	112 éléments,
,	104 TRI6,	40 TRI6,
	136 QUA8.	72 QUA8.

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN

Date : 04/08/2011 Page : 11/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

4 Résultats des modélisations A, B, C, D, E et F

4.1 Valeurs testées

	Identificat	ion	Référence	Aster	% différence
Diamètre 0,001 * <i>a</i>	couronne	extérieure	=		
Maillage ra	yonnant		NS = 8	NC = 4	Modélisation A
K_{II} , courd	onne n°1		2,2347E+7	2,2814E7	2,09
K_{II} , courd	onne n°2		2,2347E+7	2,2813E7	2,08
K_{II} , courd	onne n°3		2,2347E+7	2,2814E7	2,09
K_{II} , courd	onne n°4		2,2347E+7	2,2814E7	2,09
Maillage ra	yonnant		NS = 4	NC = 3	Modélisation B
K_{II} , courd	onne n°1		2,2347E+7	2,282E7	2,10
K_{II} , courd	onne n°2		2,2347E+7	2,282E7	2,10
K_{II} , courd	onne n°3		2,2347E+7	2,281E7	2,09
Diamètre 0,01 * <i>a</i>	couronne	extérieure	=		
Maillage ra	yonnant		NS = 8	NC = 4	Modélisation C
K_{II} , courd	onne n°1		2,2347E+7	2,166 10 ⁷	3,058
K_{II} , courd	onne n°2		2,2347E+7	2,214 10 ⁷	0,919
K_{II} , courd	onne n°3		2,2347E+7	2,214 10 ⁷	0,919
K_{II} , courd	onne n°4		2,2347E+7	2,214 10 ⁷	0,919
Maillage ray	/onnant		NS= 4	NC= 3	Modélisation D
K_{II} , courd	onne n°1		2,2347E+7	2,214 10 ⁷	0,919
K_{II} , courd	onne n°2		2,2347E+7	2,214 10 ⁷	0,919
K_{II} , courd	onne n°3		2,2347E+7	2,214 10 ⁷	0,919
Diamètre c	ouronne exté	Frieure = $0,1*$	a		
Maillage ra	yonnant		NS = 8	NC = 4	Modélisation E
K_{II} , courd	onne n°1		2,2347E+7	2,2632 10 ⁷	1,276
K_{II} , courd	onne n°2		2,2347E+7	2,2572 10 ⁷	1,009
K_{II} , courd	onne n°3		2,2347E+7	2,2572 10 ⁷	1,008
K_{II} , courd	onne n°4		2,2347E+7	2,2564 10 ⁷	0,972
Maillage ra	yonnant		NS = 4	NC = 3	Modélisation F
\overline{K}_{II} , courd	onne n°1		2,2347E+7	2,255E7	0,932
K_{II} , courd	onne n°2		2,2347E+7	2,2568E7	0,988
K_{II} , courd	onne n°3		2,2347E+7	2,2568E7	0,987

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN

	default
1/08/2011	Page : 12/15

Version

Date : 04/08/2011	Page : 12/15
Clé : V7.02.311	Révision : 6802

	Identificat	ion	Référence	Aster	% différence
Diamètre	couronne	extérieure	=		
0,001* <i>a</i>					
Maillage ra	yonnant		NS=8	NC = 4	Modelisation A
G , couror	ne n°1		2,4969E+3	2,5984E+3	4,07
G , couror	nne n°2		2,4969E+3	2,5990E+3	4,09
G , couror	nne n°3		2,4969E+3	2,5992E+3	4,10
G , couror	nne n°4		2,4969E+3	2,5993E+3	4,10
Maillage ra	yonnant		NS = 4	NC = 3	Modélisation B
G , couror	nne n°1		2,4969E+3	2,600 10 ³	4,134
G , couror	nne n°2		2,4969E+3	2,5996 10 ³	4,114
\overline{G} , couror	nne n°3		2,4969E+3	2,5996 10 ³	4,111
Diamètre	couronne	extérieure	=		
0,01* <i>a</i>					
Maillage ra	yonnant		NS = 8	NC = 4	Modélisation C
G , couror	nne n°1		2,4969E+3	2,451 10 ³	1,842
G , couror	nne n°2		2,4969E+3	2,475 10 ³	0,858
\overline{G} , couror	nne n°3		2,4969E+3	2,475 10 ³	0,858
\overline{G} , couror	nne n°4		2,4969E+3	2,475 10 ³	0,858
Maillage ra	yonnant		NS= 4	NC= 3	Modélisation D
G , couror	nne n°1		2,4969E+3	2,475 10 ³	0,858
G , couror	nne n°2		2,4969E+3	2,475 10 ³	0,858
\overline{G} , couror	nne n°3		2,4969E+3	2,475 10 ³	0,858
Diamètre c	ouronne exté	erieure = $0,1*c$	ı		
Maillage ra	yonnant	,	NS= 8	NC= 4	Modélisation E
G , couror	nne n°1		2,4969E+3	2,5624E3	2,627
\overline{G} , couror	nne n°2		2,4969E+3	2,5503E3	2,139
\overline{G} , couror	nne n°3		2,4969E+3	2,5499E3	2,124
\overline{G} , couror	nne n°4		2,4969E+3	2,5489 E3	2,084
Maillage ra	yonnant		NS= 4	NC= 3	Modélisation F
G , couror	nne n°1		2,4969E+3	2,5470 E3	2,006
G , couror	nne n°2		2,4969E+3	2,5497 E3	2,117
\overline{G} , couror	nne n°3		2,4969E+3	2,5491 E3	2,094

4.2 Remarques

Dans la référence, l'auteur suppose que KI = 0, mais il ne le vérifie pas a posteriori.

En ce qui concerne le taux de restitution d'énergie G, si nous supposons que KI = 0, nous tirons la valeur de référence à partir de la formule d'IRWIN en contraintes planes :

 $G_{ref} = (1/E) * KII^2$

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN Date : 04/08/2011 Page : 13/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

Version

default

5 Modélisation G

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour cette modélisation, nous utilisons le modèle complet avec les meilleurs paramètres NS, NC et rt calculés dans les modélisations précédentes. Nous avons donc utilisé les valeurs suivantes :

- NS = 8,
- NC = 4,
- rt = 0,01 * a.



Maillage complet

5.2 Caractéristiques du maillage

Modèle complet, avec maillage rayonnant seulement à l'extrémité droite de la fissure et maillage régulier, non raffiné, à l'extrémité gauche.

Le maillage est constitué de 1718 nœuds et 568 éléments, dont 464 éléments QUA8 et 104 éléments TRI6.

Manuel de validation

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN Date : 04/08/2011 Page : 14/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence	Aster	% différence
Diamètre couronne extérieure = $0.01 * a$			
Maillage rayonnant	NS = 8	NC = 4	
K_{II} , couronne n°1	2,2347E+7	2,2640E7	1,31
K_{II} , couronne n°2	2,2347E+7	2,2640E7	1,31
K_{II} , couronne n°3	2,2347E+7	2,2640E7	1,31
K_{II} , couronne n°4	2,2347E+7	2,2641E7	1,31
Identification	Référence	Aster	% différence
Identification Diamètre couronne extérieure = 0,01 * a	Référence	Aster	% différence
Identification Diamètre couronne extérieure = 0,01 * <i>a</i> Maillage rayonnant	Référence NS = 8	Aster NC=4	% différence
IdentificationDiamètre couronne extérieure = $0.01 * a$ Maillage rayonnant G , couronne n°1	Référence NS = 8 2,4969E+3	<i>Aster</i> <i>NC</i> = 4 2,5620E3	% différence 2,610
IdentificationDiamètre couronne extérieure = $0,01 * a$ Maillage rayonnant G , couronne n°1 G , couronne n°2	Référence NS = 8 2,4969E+3 2,4969E+3	Aster <u>NC=4</u> 2,5620E3 2,5626E3	% différence 2,610 2,631
IdentificationDiamètre couronne extérieure = $0,01 * a$ Maillage rayonnant G , couronne n°1 G , couronne n°2 G , couronne n°3	Référence NS = 8 2,4969E+3 2,4969E+3 2,4969E+3 2,4969E+3	Aster <u>NC = 4</u> 2,5620E3 2,5626E3 2,5627E3	% différence 2,610 2,631 2,635

Titre : HPLP311 - Murakami 11.17 Fissure au centre d'une p[...] Responsable : Van Xuan TRAN Date : 04/08/2011 Page : 15/15 Clé : V7.02.311 Révision : 6802

Version

default

6 Synthèse des résultats

Les écarts entre la solution de référence et les résultats de *Code_Aster* ne dépassent pas 3% sur les coefficients d'intensité de contraintes et 4% pour le taux de restitution d'énergie. On vérifie l'invariance des résultats par rapport aux différentes couronnes d'intégration.