

COMP001 – Test de comportements élasto-plastiques. Simulation en un point matériel

Résumé :

Ce test met en œuvre une simulation d'un trajet de chargement en contraintes ou en déformations en un point matériel, c'est à dire sur un modèle tel que les états de contraintes et de déformations sont homogènes à tout instant. Il permet ainsi de tester un certain nombre de modèles de comportement élastoplastiques, dans le but de vérifier la robustesse de leur intégration numérique, leur insensibilité par rapport à un changement d'unités, la bonne prise en compte des variables de commande dont dépendent les coefficients du modèle, l'invariance par rapport à une rotation globale appliquée au problème, la justesse de la matrice tangente.

Modélisation A : cette modélisation permet de valider le modèle VMIS_ISOT_LINE en 3D et C_PLAN.

Modélisation B : cette modélisation permet de valider le modèle VMIS_ISOT_TRAC en 3D et C_PLAN.

Modélisation C : cette modélisation permet de valider le modèle VMIS_CINE_LINE en 3D.

Modélisation D : cette modélisation permet de valider le modèle VMIS_ECMI_LINE en 3D et C_PLAN.

Modélisation E : cette modélisation permet de valider le modèle VMIS_ECMI_TRAC en 3D et C_PLAN.

Modélisation F : cette modélisation permet de valider le modèle VMIS_CIN1_CHAB en 3D.

Modélisation G : cette modélisation permet de valider le modèle VMIS_CIN2_CHAB en 3D.

Modélisation H : cette modélisation permet de valider le modèle VMIS_ISOT_PUIS en 3D.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La géométrie (générée automatiquement dans la macro-commande `SIMU_POINT_MAT` [U4.51.12] est unique et simple : il s'agit en 3D d'un tétraèdre de côté 1, et en 2D d'un triangle de côté 1, aux nœuds desquels on applique des relations linéaires pour obtenir un état de contrainte et de déformation homogène.

1.2 Propriétés du matériau

Les caractéristiques des matériaux sont définies pour chaque comportement via la commande `DEFI_MATERIAU`. Les caractéristiques élastiques et d'écrouissage isotrope retenues sont celles de l'acier standard 16MND5 :

- $E = 200\,000\text{ MPa}$,
- $\nu = 0.3$,
- $\sigma_y = 437\text{ MPa}$.

Les autres paramètres décrivant les lois ont été choisis à partir des cas test d'ASTER. Les deux tableaux suivants résument l'ensemble des lois du code ASTER considérées et les paramètres associés :

Modélisation	lois élastoplastiques de code_Aster	paramètres retenus	critères retenus pour le choix des paramètres
A	VMIS_ISOT_LINE	$SY = 437\text{ MPa}$, $DSY = 2024\text{ MPa}$	Données matériau 16MND5
B	VMIS_ISOT_TRAC	courbe de traction à 100°C du 16 MND5	Données matériau 16MND5
C	VMIS_CINE_LINE	$SY = 437\text{ MPa}$, $DSY = 2024\text{ MPa}$	Données matériau 16MND5
D	VMIS_ECMI_LINE	$SY = 437\text{ MPa}$, $DSY = 2024\text{ MPa}$ $C_{PRAG} = 1486.9$.	Données matériau 16MND5
E	VMIS_ECMI_TRAC	courbe de traction à 100°C du 16 MND5 $C_{PRAG} = 1486.9$.	Données matériau 16MND5
F	VMIS_CIN1_CHAB	$SY = 437.0$; $Rinf = 758.0$; $b = 2.3$; $Cinf = 63767.0$ $Gamma0 = 341.0$	écrouissage : données 16MND5 autres paramètres : ssnv101c
G	VMIS_CIN2_CHAB	$SY = 437.0$; $Rinf = 758.0$; $b = 2.3$; $C1inf = 63767.0/2.0$ $C2inf = 63767.0/2.0$ $Gam1 = 341.0$ $Gam2 = 341.0$	Ecrouissage données 16MND5 autres paramètres ssnv101c Choix cinématique de VMIS_CIN1_CHAB
H	VMIS_ISOT_PUIS	$SY = 437.0$; $APUI = 1.3$ $NPUI = 3.5$	

1.3 Conditions aux limites et chargements

1.3.1 Caractéristiques des trajets de chargement

Deux trajets de chargement ont été définis pour traiter les cas 3D et 2D plan. Ils sont communs à toutes les lois de comportement. Chacun d'eux respecte, les critères suivants :

- une déformation plastique cumulée, p , de 4 à 5 % sur l'ensemble du trajet,
- une augmentation de 1% de p au cours d'une portion du trajet,

Ce calibrage a été mené sur la loi VMIS_ISOT_LINE, puis reporté sur les autres lois.

Le chargement proposé fait varier de manière découplée chaque composante du tenseur des déformations par étape successive. On propose un trajet cyclique en charge décharge en couvrant les états de traction et compression ainsi qu'une inversion des signes des cisaillements afin d'éprouver une large gamme de valeurs.

Schématiquement, il suit un parcours sur 8 segments $[O-A-B-C-O-C'-B'-A'-O]$ où la seconde partie du trajet $[O-C'-B'-A'-O]$ est symétrique par rapport à l'origine de la première $[O-A-B-C-O]$.

1.3.2 Application des sollicitations

On se ramène à l'étude d'un point matériel (en utilisant la macro-commande SIMU_POINT_MAT) en sollicitant un élément de manière homogène en imposant :

- en 3D, les 6 composantes du tenseur de déformation :

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

- en 2D les trois composantes du tenseur

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix}$$

Pour une écriture plus générale, le tenseur des déformations imposé sera décomposé en une partie hydrostatique et déviatorique sur des bases de cisaillement :

$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + d \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \varepsilon_{xy} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ en 2D,}$$

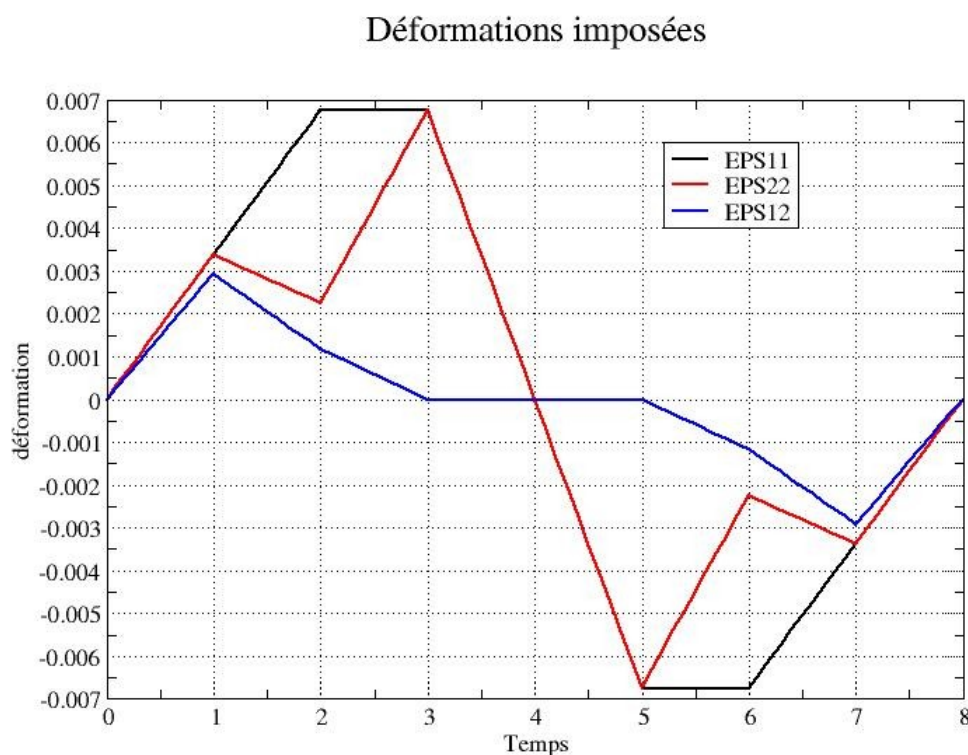
$$\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + d_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + d_2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & 0 & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & 0 \end{bmatrix} \text{ en 3D}$$

1.3.3 Description du trajet de déformation imposée en 2D

Le trajet appliqué est décrit dans le tableau ci-dessous, les valeurs de déformations sont calibrées vis à vis du module élastique :

temps	1	2	3	4	5	6	7	8
Point de chargement	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>O</i>	<i>C'</i>	<i>B'</i>	<i>A'</i>	<i>O</i>
$\varepsilon_{xx} \times E$	675	1350	1350	0	-1350	-1350	-675	0
$\varepsilon_{yy} \times E$	675	450	1350	0	-1350	-450	-675	0
$\varepsilon_{xy} \times E / (1 + \nu)$	450	180	0	0	0	-180	-450	0
<i>P</i>	675	900	1350		-1350	-900	-675	0
<i>D</i>	0	0	450	0	0	-450	0	0

Ce trajet est illustré par le graphe suivant :



:

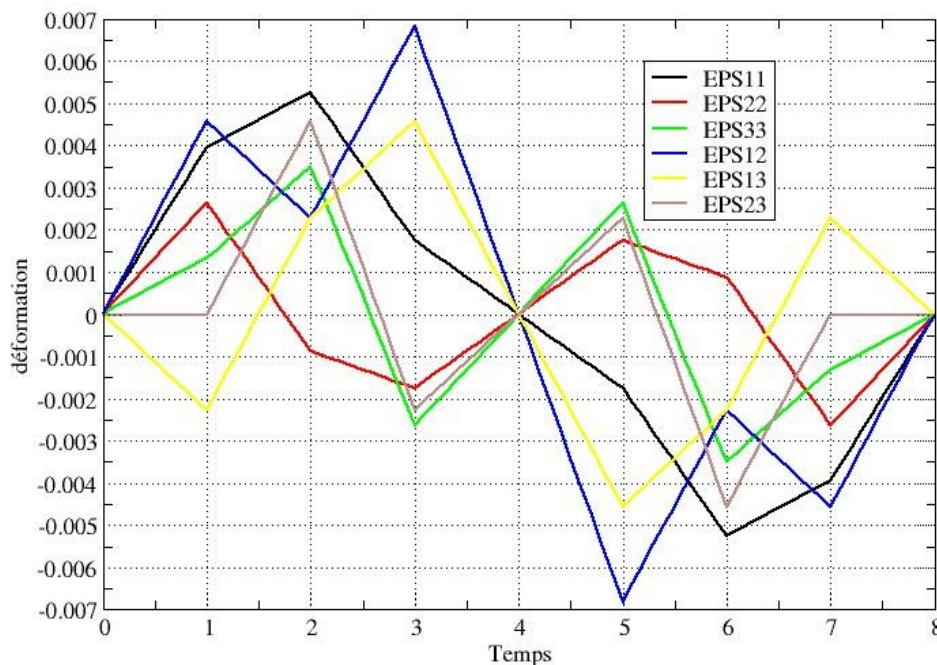
1.3.4 Description du trajet de déformation imposée en 3d

Le trajet appliqué est décrit dans le tableau ci-dessous, les valeurs de déformations appliquées sont calibrées vis à vis du module élastique :

N° segment	1	2	3	4	5	6	7	8
Segment	$0 - A$	$A - B$	$B - C$	O	C'	B'	A'	O
$\varepsilon_{xx} \times E$	787.5	1050	350	0	-350	-1050	-787.5	0
$\varepsilon_{yy} \times E$	525.0	-175	-350	0	350	175	525	0
$\varepsilon_{zz} \times E$	262.5	700	-525	0	525	-700	-262.5	0
$\varepsilon_{xy} \times E/(1+\nu)$	700	350	1050	0	-1050	-350	-700	0
$\varepsilon_{xz} \times E/(1+\nu)$	-350	350	700	0	-700	-350	700	0
$\varepsilon_{yz} \times E/(1+\nu)$	0	700	-350	0	350	-700	0	0
P	525	525	-175	0	175	-525	-525	0
$d1$	262.5	525	525	0	-525	-525	-262.5	0
$d2$	262.5	-175	350	0	-350	175	-262.5	0

Ce trajet est illustré par le graphe suivant :

Déformations imposées



1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles.

2 Solution de référence

Ce test procède, pour chaque modélisation, à une inter-comparaison entre la solution de référence (obtenue avec un pas de temps très fin), la solution avec une discrétisation moyennement grossière, la solution avec effet de la température (ou d'une autre variable de commande), la solution en changeant le système d'unités (Pa en MPa), et celle obtenue après rotation ou symétrie.

2.1 Définition des cas tests de robustesse

On propose 3 angles d'analyse pour tester la robustesse de l'intégration des lois de comportement :

- études de problèmes équivalents
- vérification de la matrice tangente
- étude de la discrétisation du pas de temps

Pour chacun d'eux, on étudie l'évolution les écarts relatifs entre plusieurs calculs utilisant la même loi mais présentant des paramètres ou des options de calculs différentes. L'exploitation porte sur les invariants du tenseur des contraintes : trace du tenseur, contrainte de Von-Mises et les variables internes de nature scalaire : généralement il s'agit de la plasticité cumulée.

Les critères de convergence globaux sont les valeurs prévues par défaut par ASTER. (RESI_GLOB_RELA=10-6, ITER_GLOB_MAXI=10). On a adopté un schéma usuel de Newton pour la réactualisation de la matrice tangente : à chaque incrément convergé (REAC_INC=1) et toutes les 1 itérations (REAC_ITER=1).

2.2 Études de problèmes équivalents

Pour une discrétisation grossière des trajets : 1 pas de temps pour chaque segment du trajet, la solution obtenue pour chaque loi est comparée à 3 problèmes strictement équivalents pour l'état du point matériel :

- T_{pa} , même trajet avec un changement d'unité, on substitue les Pa au MPa dans les données matériaux et les éventuels paramètres de la loi,
- T_{rot} , trajet en imposant le même tenseur $\bar{\epsilon}$ après une rotation : $'R \cdot \bar{\epsilon} \cdot R$ où R est une matrice de rotation. Pour le cas 2D, l'angle de rotation sera $\alpha = 0.9 \text{radian}$, pour la configuration 3D, on a choisi les angles d'Euler avec les valeurs arbitraires $\{\Psi = 0.9 \text{radian}, \theta = 0.7 \text{radian}, \text{et } \varphi = 0.4 \text{radian}\}$,
- T_{sym} , trajet en imposant le tenseur $\bar{\epsilon}$ après une symétrie : permutation des axes x et y en 2D, permutation de x en y , y en z et z en x en 3D.

Pour chacun de ces problèmes, la solution (invariants des contraintes, déformation plastique équivalente cumulée) doit être identique à la solution de base, obtenue avec la même discrétisation en temps. La valeur de référence de l'écart est donc 0. Cela signifie en pratique que l'écart trouvé doit être de l'ordre de la précision machine soit environ $1.E-15$.

2.3 Test de la matrice tangente

On teste également pour chaque comportement la matrice tangente, par différence avec la matrice obtenue par perturbation. Là encore, la valeur de référence est 0.

2.4 Étude de la discrétisation du pas de temps (A2)

On étudie le comportement de l'intégration des lois en fonction de la discrétisation. Pour une même modélisation, donc un comportement donné, on étudie ici plusieurs discrétisations en temps différentes, en multipliant par 5 le nombre de pas du trajet de chargement. Dans la référence [1], la discrétisation est poussée jusqu'à 3125 incréments par segment sur le même principe. Ici, pour limiter la durée des tests, on se limite à 3 raffinements successifs. Ceci conduit à la discrétisation suivante :

Nombre d'intervalle par segment de chargement	1	5	25
Nombre de pas total sur l'ensemble du trajet	8	40	200
Calcul	$T0$	$T1$	$Tréf$ solution de référence

La solution de référence, $Tréf$, est celle obtenu pour $N = 25$, soit 200 pas pour la totalité du trajet. Ces différentes solutions permettent de juger de la sensibilité aux grands pas de temps et de la robustesse de l'intégration. Pour faire apparaître la vitesse de convergence en fonction du pas de temps, on reporte ici les solutions présentées dans [1], jusqu'à 3125 pas de temps pour chacun des 8 segments du trajet de chargement.

2.4.1 VMIS_LINE

Écarts	$N1$	$N5$	$N25$	$N125$	$N625$	$N3125$
VI_N	3.70e-02	1.38e-02	3.37e-03	6.82e-04	1.14e-04	0.00e+00
$VMIS$	4.34e-03	1.86e-03	4.72e-04	9.72e-05	1.64e-05	0.00e+00
$TRAC$	1.19e-01	6.89e-02	1.70e-02	3.45e-03	5.80e-04	0.00e+00

2.4.2 VMIS_ISOT_TRAC

Écarts	$N1$	$N5$	$N25$	$N125$	$N625$	$N3125$
VI_N	3.58e-02	1.34e-02	3.26e-03	6.60e-04	1.11e-04	0.00e+00
$VMIS$	6.38e-03	2.38e-03	5.81e-04	1.18e-04	2.00e-05	0.00e+00
$TRAC$	1.20e-01	7.69e-02	1.67e-02	3.30e-03	5.53e-04	0.00e+00

2.4.3 VMIS_CINE_LINE

Écarts	$N1$	$N5$	$N25$	$N125$	$N625$	$N3125$
$VMIS$	3.91e-03	1.05e-03	2.16e-04	4.15e-05	6.91e-06	0.00e+00
$TRAC$	7.48e-14	7.44e-14	7.44e-14	7.69e-14	5.87e-14	0.00e+00

2.4.4 VMIS_ECMI_LINE

Écarts	$N1$	$N5$	$N25$	$N125$	$N625$	$N3125$
VI_N	3.71e-02	1.39e-02	3.40e-03	6.88e-04	1.15e-04	0.00e+00
$VMIS$	3.63e-03	2.00e-03	4.79e-04	9.53e-05	1.61e-05	0.00e+00
$TRAC$	1.64e-01	9.16e-02	2.18e-02	4.33e-03	7.30e-04	0.00e+00

2.4.5 VMIS_ECMI_TRAC

Écarts	NI	$N5$	$N25$	$NI25$	$N625$	$N3125$
VI_N	3.70e-02	1.38e-02	3.38e-03	6.84e-04	1.15e-04	0.00e+00
$VMIS$	2.36e-03	1.18e-03	2.98e-04	6.00e-05	1.01e-05	0.00e+00
$TRAC$	1.46e-01	8.51e-02	2.13e-02	4.31e-03	7.22e-04	0.00e+00

2.4.6 VMIS_CIN1_CHAB

Écarts	NI	$N5$	$N25$	$NI25$	$N625$	$N3125$
VI_N	3.32e-02	1.12e-02	2.57e-03	5.10e-04	8.52e-05	0.00e+00
$VMIS$	9.04e-02	3.24e-02	7.45e-03	1.48e-03	2.49e-04	0.00e+00
$TRAC$	3.34e-14	3.31e-14	3.27e-14	3.48e-14	3.86e-14	0.00e+00

2.4.7 VMIS_CIN2_CHAB

Écarts	NI	$N5$	$N25$	$NI25$	$N625$	$N3125$
VI_N	3.32e-02	1.12e-02	2.57e-03	5.10e-04	8.52e-05	0.00e+00
$VMIS$	9.04e-02	3.24e-02	7.45e-03	1.48e-03	2.49e-04	0.00e+00
$TRAC$	3.72e-14	3.69e-14	3.69e-14	3.83e-14	4.75e-14	0.00e+00

2.5 REFERENCES

- 1) P.LEVASSEUR : « Tierce Maintenance Applicative du code _Aster » Vérification de la robustesse et de la fiabilité de l'intégration de lois de comportement dans ASTER. Rapport PRINCIPIA RET.693.127.01 Décembre 2006.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VMIS_ISOT_LINE , en 3D et C_PLAN .

3.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation C_PLAN :

Ecart (%)	T_{Pa}	T_{sym}	T_{rot}	$N1$	$N5$	$N25$
VI_P	0	0	0	3.4	1	0
VMIS	0	0	0	0.4	0.1	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Modélisation 3D :

Ecart (%)	T_{Pa}	T_{sym}	T_{rot}	$N1$	$N5$	$N25$
VI_P	0	0	0	2.5	0.9	0
VMIS	0	0	0	0.4	0.2	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Ecart	$N25$
$Max(K_{tge} - K_{pert})$	2.E-9

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VMIS_ISOT_TRAC , en 3D et C_PLAN .

4.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation C_PLAN :

Écarts (%)	T_{Pa}	T_{sym}	T_{rot}	NI	$N5$	$N25$
VI_p	0	0	0	3.3	1	0
$VMIS$	0	0	0	0.6	0.2	0
$TRACE$	0	0	0	0	0	0

Modélisation 3D :

Écarts (%)	T_{Pa}	T_{sym}	T_{rot}	NI	$N5$	$N25$
VI_p	0	0	0	2.5	0.9	0
$VMIS$	0	0	0	0.3	0.1	0
$TRACE$	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écarts	$N25$
$Max(K_{tge} - K_{pert})$	1.6 E-9

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VMIS_CINE_LINE , en 3D.

5.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D :

Écarts (%)	T_{Pa}	T_{sym}	T_{rot}	NI	$N5$	$N25$
VMIS	0	0	0	0.4	0.08	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écarts	$N25$
$Max(K_{tgte} - K_{pert})$	7.7 E-10

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VMIS_ECMI_LINE , en 3D et C_PLAN .

6.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation C_PLAN :

Écarts (%)	T_{Pa}	T_{sym}	T_{rot}	NI	N5	N25
VI_p	0	0	0	3.4	1.1	0
VMIS	0	0	0	0.3	0.2	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Modélisation 3D :

Écarts (%)	T_{Pa}	T_{sym}	T_{rot}	NI	N5	N25
VI_p	0	0	0	2.4	0.9	0
VMIS	0	0	0	0.4	0.1	0
TRACE	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écarts	N25
$Max(K_{tge} - K_{pert})$	1. E-9

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VMIS_ECMI_TRAC , en 3D et C_PLAN .

7.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation C_PLAN :

Écarts (%)	T_{Pa}	T_{sym}	T_{rot}	NI	$N5$	$N25$
VI_P	0	0	0	3.4	1.1	0
$VMIS$	0	0	0	0.2	0.08	0
$TRACE$	0	0	0	0	0	0

Modélisation 3D :

Écarts (%)	T_{Pa}	T_{sym}	T_{rot}	NI	$N5$	$N25$
VI_P	0	0	0	2.5	0.9	0
$VMIS$	0	0	0	0.4	0.09	0
$TRACE$	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écarts	$N25$
$Max(K_{tgte} - K_{pert})$	2.6 E-9

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VMIS_CIN1_CHAB , en 3D.

8.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D :

Écarts (%)	T_{Pa}	T_{sym}	T_{rot}	NI	$N5$	$N25$
VI_P	0	0	0	3.1	0.9	0
$VMIS$	0	0	0	8	2	0
$TRACE$	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écarts	$N25$
$Max(K_{tge} - K_{pert})$	0.031

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Le comportement testé est VMIS_CIN2_CHAB , en 3D.

9.2 Grandeurs testées et résultats

Modélisation 3D :

Écarts (%)	T_{Pa}	T_{sym}	T_{rot}	NI	$N5$	$N25$
VI_P	0	0	0	3.1	0.9	0
$VMIS$	0	0	0	8	2.5	0
$TRACE$	0	0	0	0	0	0

Matrice tangente :

Écarts	$N25$
$Max(K_{tgte} - K_{pert})$	0.031

10 Synthèse

Pour l'ensemble des comportements élastoplastiques testés dans les modélisations A à G, les résultats sont satisfaisants :

- les résultats sont valides lors d'un changement d'unité physique du problème (Pa en Mpa), ou bien suite à une rotation ou une symétrie du chargement
- les résultats convergent correctement avec le pas de temps, et les schémas d'intégration (implicite pour les comportements élastoplastiques étudiés) sont robustes, puisqu'ils permettent d'utiliser de grands pas de temps
- les matrices tangentes sont correctes car similaires aux matrices tangente calculées par perturbation.