

---

## SSNV220 - Validation de la modélisation GVNO et de la loi de comportement ENDO\_CARRE en 3D

---

Ce test permet la validation de la modélisation `GVNO` en `3D`, qui permet d'effectuer des calculs d'endommagement régularisés par le gradient de l'endommagement, en ne prenant en compte que des degrés de liberté de déplacement et d'endommagement aux nœuds. La résolution du critère est globale, à la différence de la modélisation `GRAD_VARI` qui effectue une résolution locale, points de Gauss par points de Gauss. On valide simultanément la loi de comportement `ENDO_CARRE`, de formulation quadratique en endommagement, qui est pour le moment la loi que l'on peut utiliser avec la modélisation `GVNO`.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Cadre théorique

Les inconnues du problème sont les degrés de liberté de déplacement et d'endommagement nodales. Il s'agit alors de minimiser une énergie de la forme :

$$\phi(u, \alpha) = \frac{1}{2} A(d) E \epsilon^2 + \psi(d) + \frac{c}{2} \nabla \alpha \cdot \nabla \alpha$$

Où  $E$  est le module de Young du matériau,  $A(d)$  la fonction de rigidité,  $\psi(d)$  la dissipation et  $c$  le coefficient non local.

Dans le cas de la loi ENDO\_CARRE :

$$A(d) = (1-d)^2 \quad \text{et} \quad \psi(d) = \frac{\sigma_y^2}{E} d$$

Le critère correspondant à la loi ENDO\_CARRE, pour une solution homogène ( $\nabla \alpha = 0$ ), s'écrit donc :

$$d = 1 - \left( \frac{W_y}{W_{el}} \right)$$

Où  $W_{el}$  est l'énergie de déformation élastique et :

$$W_y = \frac{\sigma_y^2}{2E}$$

### 1.2 Géométrie

On considère un cube de côté  $L = 1 \text{ m}$ .

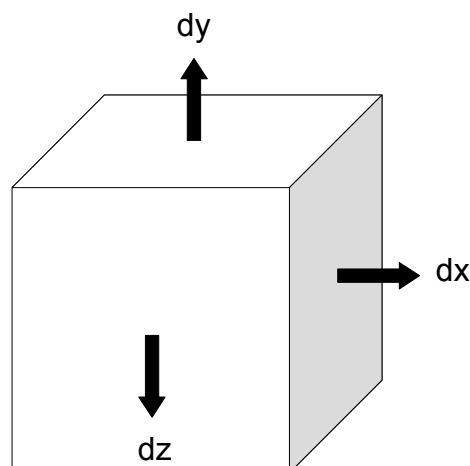


Figure 1 : Représentation du problème

## 1.3 Propriétés du matériau

Loi d'endommagement : matériau ENDO\_CARRE

Caractéristiques élastiques :

$$E = 1 \text{ Pa}$$

$$\nu = 0.$$

Caractéristiques liées à la loi d'endommagement :

Limite d'élasticité :

$$SY = 0.01 \text{ Pa}$$

Caractéristiques non-locales :

$$c = 1.0 \text{ N}$$

## 1.4 Conditions aux limites et chargements

**Encastrement** : Déplacements imposés nuls  $DY = 0 \text{ m}$  sur la face du bas ( $y=0.$ ),  $DX = 0 \text{ m}$  sur la face gauche ( $x=0.$ ) et  $DZ = 0 \text{ m}$  sur la face arrière ( $z=0.$ ). Voir figure 1.

**Chargement 1** : Déplacement linéaire imposé  $U_1$  sur la face droite ( $x=1.$ ) :

$$U_1 = 0.0 \text{ m pour INST}=0, U_1 = 0.02 \text{ m pour INST}=1.0.$$

**Chargement 1** : Déplacement linéaire imposé  $U_2$  sur la face droite ( $y=1.$ ) :

$$U_2 = 0.0 \text{ m pour INST}=0, U_2 = 0.02 \text{ m pour INST}=1.0.$$

**Chargement 1** : Déplacement linéaire imposé  $U_3$  sur la face droite ( $z=1.$ ) :

$$U_3 = 0.0 \text{ m pour INST}=0, U_3 = 0.02 \text{ m pour INST}=1.0.$$

## 2 Solution de référence

Les chargements imposés nous permettent d'obtenir une solution homogène. Les directions principales étant directions propres du tenseur des déformations, l'énergie élastique se déduit des chargements définis précédemment de la façon suivante :

$$W_{el} = \frac{(U_1^2 + U_2^2 + U_3^2)}{2L^2}$$

On en extrait analytiquement les valeurs d'endommagement associées :

$$d = 1 - \left( \frac{2W_y L^2}{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2} \right)$$

On considère alors que le test est vérifié si Newton nous renvoie bien les mêmes valeurs d'endommagement, à une précision de  $10^{-6}$ .

## 3 Modélisation

---

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D\_GVNO.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 64 éléments HEXA20.

### 3.3 Résultats

NUMERO	TYPE_REFERENCE	VALE_REF	TOLE
1	'ANALYTIQUE'	0.1	1.0E-4%
2	'ANALYTIQUE'	0.5	1.0E-4%
3	'ANALYTIQUE'	0.7	1.0E-4%
4	'ANALYTIQUE'	0.85	1.0E-4%

Tableau 1: Comparaison de valeurs propres en local et non-local

## 4 Synthèse des résultats

---

Nous obtenons les résultats de références, à la précision demandée, ce qui valide la modélisation GVNO et la loi de comportement ENDO\_CARRE en 3D.