

SSNV112 - Cylindre creux en incompressible (grandes déformations)

Résumé :

Ce test permet de valider les éléments quasi-incompressibles en grandes déformations, en statique pour un problème tridimensionnel, axisymétrique ou bidimensionnel (déformations planes). On considère un cylindre creux soumis à un déplacement radial interne. Le matériau a un coefficient de Poisson égal à 0.4999 et on utilise les éléments quasi-incompressibles INCO_GD avec les déformations de SIMO_MIEHE et les éléments quasi-incompressibles INCO_LOG et INCO_LUP avec les déformations de GDEF_LOG.

Quinze modélisations sont effectuées pour ce problème :

Modélisation A : permet de tester la modélisation 3D_INCO_GD avec des HEXA20,

Modélisation B : permet de tester la modélisation 3D_INCO_GD avec des TETRA10,

Modélisation C : permet de tester la modélisation D_PLAN_INCO_GD avec des QUAD8 et TRIA6,

Modélisation D : permet de tester la modélisation AXIS_INCO_GD avec des QUAD8 et TRIA6,

Modélisation E : permet de tester la modélisation 3D_INCO_GD avec des PENTA15,

Modélisation F : permet de tester la modélisation 3D_INCO_LOG avec des HEXA20,

Modélisation G : permet de tester la modélisation 3D_INCO_LOG avec des TETRA10,

Modélisation H : permet de tester la modélisation D_PLAN_INCO_LOG avec des QUAD8 et TRIA6,

Modélisation I : permet de tester la modélisation AXIS_INCO_LOG avec des QUAD8 et TRIA6,

Modélisation J : permet de tester la modélisation 3D_INCO_LOG avec des PENTA15,

Modélisation K : permet de tester la modélisation 3D_INCO_LUP avec des HEXA20,

Modélisation L : permet de tester la modélisation 3D_INCO_LUP avec des TETRA10,

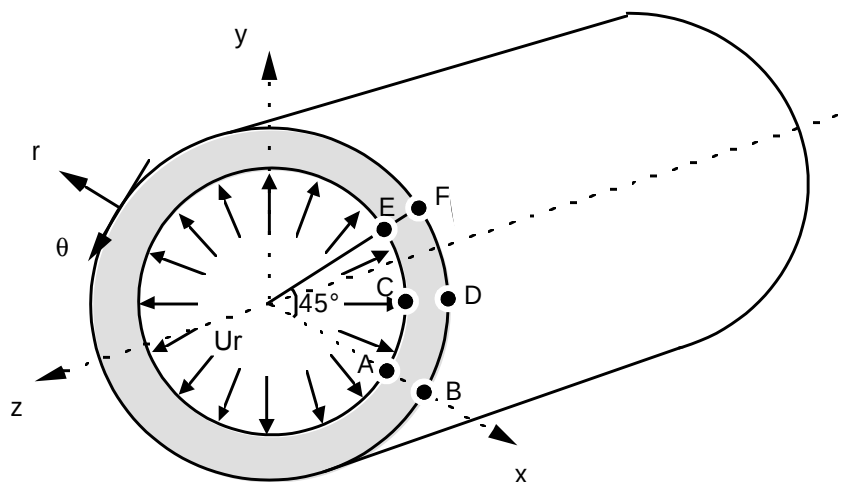
Modélisation M : permet de tester la modélisation D_PLAN_INCO_LUP avec des QUAD8 et TRIA6,

Modélisation N : permet de tester la modélisation `AXIS_INCO_LUP` avec des `QUAD8` et `TRIA6`,

Modélisation O : permet de tester la modélisation `3D_INCO_LUP` avec des `PENTA15`,

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Rayon interne $a = 0.1 \text{ m}$
Rayon externe $b = 0.2 \text{ m}$

Coordonnées des points :

	A	B	E	F	C	D
x	0.1	0.2	$0.1 \times \cos(45)$	$0.2 \times \cos(45)$	$0.1 \times \cos(22.5)$	$0.2 \times \cos(22.5)$
y	0	0	$0.1 \times \sin(45)$	$0.1 \times \sin(45)$	$0.1 \times \sin(22.5)$	$0.1 \times \sin(22.5)$
z	0	0	0	0	0	0

1.2 Propriétés du matériau

$E = 2.10^5 \text{ MPa}$
 $\nu = 0.4999$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Déplacement radial $U_0 = 6.10^{-5} \text{ m}$ (expansion)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

Pour le problème étudié, le déplacement $\mathbf{u}$ est radial et donc de la forme $\mathbf{u}=[u,0,0]$.

On en déduit la forme générale du tenseur des déformations en grandes déformations :

$$\mathbf{b} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T = \begin{bmatrix} (1+u')^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(1+\frac{u}{r}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ainsi que l'expression du tenseur des contraintes, qui s'écrit simplement si on prend en compte le fait que $J = \det \mathbf{F} = 1$ pour un problème incompressible :

$\boldsymbol{\sigma} = -p \mathbf{I}_d + \mu \mathbf{b}^d$, soit :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = -p + \mu \left(\frac{2}{3}(1+u')^2 - \frac{1}{3} \left(1+\frac{u}{r}\right)^2 - \frac{1}{3} \right) \\ \sigma_{\theta\theta} = -p + \mu \left(-\frac{1}{3}(1+u')^2 + \frac{2}{3} \left(1+\frac{u}{r}\right)^2 - \frac{1}{3} \right) \\ \sigma_{zz} = -p + \mu \left(-\frac{1}{3}(1+u')^2 - \frac{1}{3} \left(1+\frac{u}{r}\right)^2 + \frac{2}{3} \right) \\ \sigma_{r\theta} = \sigma_{rz} = \sigma_{\theta z} = 0 \end{cases}$$

L'écriture des équations d'équilibre conduit à la vérification d'une seule équation :

$$\sigma'_{rr} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0$$

qui permet de déterminer la pression p connaissant le champ de déplacement radial u :

$$p' = \mu \left(\frac{4}{3}(1+u')u'' - \frac{2}{3} \left(1+\frac{u}{r}\right) \left(\frac{u'}{r} - \frac{u}{r^2} \right) + \frac{(1+u')^2}{r} - \frac{\left(1+\frac{u}{r}\right)^2}{r} \right)$$

2.2 Particularisation de la solution

La condition d'incompressibilité s'écrit $\det \mathbf{F} = 1$ avec $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1+u' & 0 & 0 \\ 0 & 1+\frac{u}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Le déplacement u

vérifie donc l'équation différentielle suivante :

$$ru' + u + u'u = 0 \quad \text{éq 2.2-1}$$

Le chargement imposé est le suivant $u = U_0$ en $r = a$.

La solution en déplacement est donc :

$$\begin{cases} u_r = -r + r \sqrt{r^2 + U_0(U_0 + 2a)} \\ u_\theta = u_z = 0 \end{cases}$$

Le tenseur des déformations a donc pour expression :

$$\begin{cases} b_{rr} = \frac{r^2}{r^2 + U_0(U_0 + 2a)} \\ b_{\theta\theta} = \frac{r^2 + U_0(U_0 + 2a)}{r^2} \\ b_{zz} = 1 \\ b_{r\theta} = b_{z\theta} = b_{\theta z} = 0 \end{cases}$$

Et les contraintes valent :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = -p + \mu \left(\frac{2}{3} \frac{r^2}{r^2 + U_0(U_0 + 2a)} - \frac{1}{3} \frac{r^2 + U_0(U_0 + 2a)}{r^2} - \frac{1}{3} \right) \\ \sigma_{\theta\theta} = -p + \mu \left(-\frac{1}{3} \frac{r^2}{r^2 + U_0(U_0 + 2a)} + \frac{2}{3} \frac{r^2 + U_0(U_0 + 2a)}{r^2} - \frac{1}{3} \right) \\ \sigma_{zz} = -p + \mu \left(-\frac{1}{3} \frac{r^2}{r^2 + U_0(U_0 + 2a)} - \frac{1}{3} \frac{r^2 + U_0(U_0 + 2a)}{r^2} + \frac{2}{3} \right) \\ \sigma_{r\theta} = \sigma_{z\theta} = \sigma_{\theta z} = 0 \end{cases}$$

avec p obtenu par intégration de [éq 2.2-1] qui vaut :

$$p = \mu \left(\frac{U_0(U_0 + 2a)}{6r^2} - \frac{2U_0(U_0 + 2a)}{3(U_0(U_0 + 2a) + r^2)} - \log(r) + \frac{1}{2} \log(U_0(U_0 + 2a) + r^2) \right) + C$$

où C est une constante

On obtient finalement les valeurs numériques suivantes :

en $r=0.1$:	en $r=0.2$:
$u_r = 6.10^{-5}$	$u_r = 3.0067 \cdot 10^{-5}$
$\sigma_{rr} = -59.9955$	$\sigma_{rr} = 0.$
$\sigma_{\theta\theta} = 99.9566$	$\sigma_{\theta\theta} = 40.006$
$\sigma_{zz} = 19.9326$	$\sigma_{zz} = 20.$

Le passage dans le système cartésien se fait à l'aide des relations suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \sigma_{rr} \cos^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \sin^2 \theta - 2 \sigma_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_{\theta\theta} &= \sigma_{rr} \sin^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \cos^2 \theta + 2 \sigma_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_{zz} &= \sigma_{rr} \sin \theta \cos \theta - \sigma_{\theta\theta} \sin \theta \cos \theta - 2 \sigma_{r\theta} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)\end{aligned}$$

2.3 Grandeurs et résultats de référence

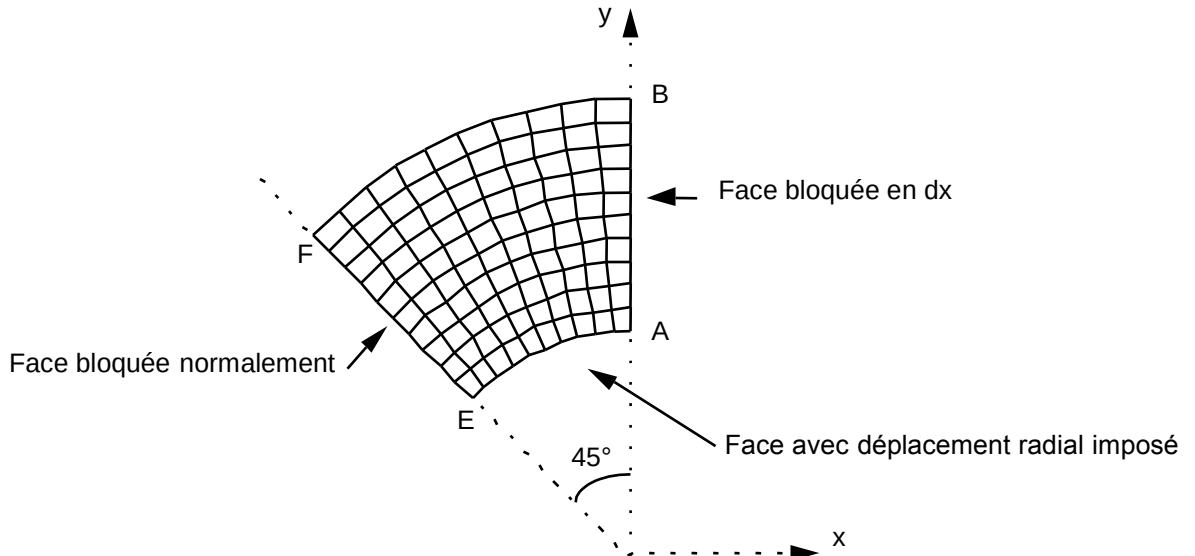
On compare aux valeurs de référence :

- les déplacements (u, v) aux points A et F ,
- les contraintes $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy})$ aux points A et F ,
- les contraintes de Von Mises et Tresca ainsi que les valeurs propres du tenseur des contraintes au point A .

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D_INCO_GD incompressibles de type HEXA20 uniquement



Suivant l'axe z :

- épaisseur totale $e=0.01$
- 2 couches d'éléments

Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	faces $AEFD$ ($z=0$ et $z=0.01$)
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DX = 0.	face AB
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face EF
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = -6.10^{-5}	face AE

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1501 nœuds
Nombre de mailles : 240 HEXA20

3.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
v	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	99.9566	0.01
σ_{yy}	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
σ_{zz}	ANALYTIQUE	19.9326	0.035
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	0.012
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.02
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.02
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.035
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.01
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.02

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
v	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	20.003	0.005
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.003	0.005
σ_{zz}	ANALYTIQUE	20.003	0.005
σ_{xy}	ANALYTIQUE	20.003	0.005

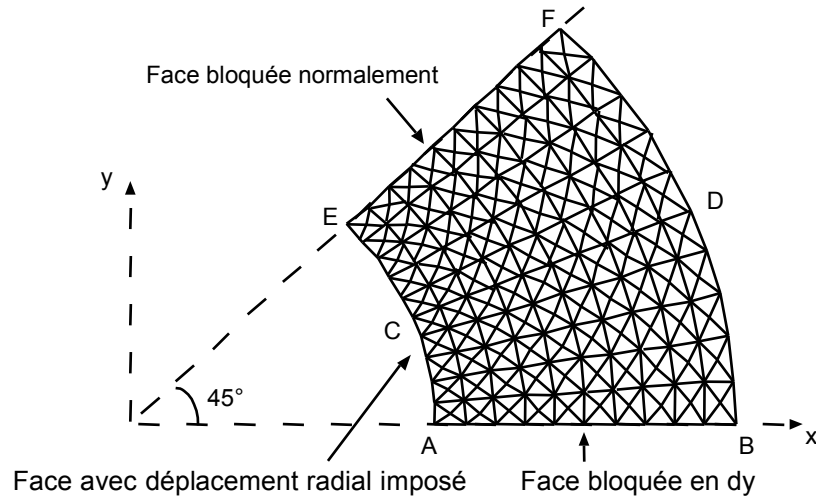
3.4 Remarques

On obtient de très bons résultats puisque pour toutes les grandeurs examinées, la différence entre la solution obtenue avec le code et la solution analytique est inférieure à 0.1% pour les déplacements et inférieurs à 3.5 % pour les contraintes.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D_INCO_GD incompressibles de type TETRA10 uniquement



AB est sur l'axe OX (contrairement à la modélisation A).

Le maillage a été obtenu avec GMSH pour une densité de 0,01 .

Conditions limites :

DDL_IMPO	=	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ	= 0 .	
		GROUP_NO = 'FACINF'	DZ	= 0 .	faces $A E F D$ ($z=0$ et
					$z=0.01$)
		GROUP_NO = 'FACEAB'	DY	= 0 .	face AB
FACE_IMPO	=	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR	= 0 .	face EF
		GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR	= -6.10^{-5}	face AE

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2064

Nombre de mailles : 1121 TETRA10

4.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	6.10^{-5}	2.10^{-3}
v	ANALYTIQUE	0.	1.10^{-5}
σ_{xx}	ANALYTIQUE	-59.9955	0.025
σ_{yy}	ANALYTIQUE	99.9566	0.02
σ_{zz}	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	0.03
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.01
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.01
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.025
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.015
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.01

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	$2.1217 \cdot 10^{-5}$	1.10^{-3}
v	ANALYTIQUE	$2.1217 \cdot 10^{-5}$	1.10^{-3}
σ_{xx}	ANALYTIQUE	20.003	0.005
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.003	0.005
σ_{zz}	ANALYTIQUE	20.003	0.005
σ_{xy}	ANALYTIQUE	-20.003	0.01

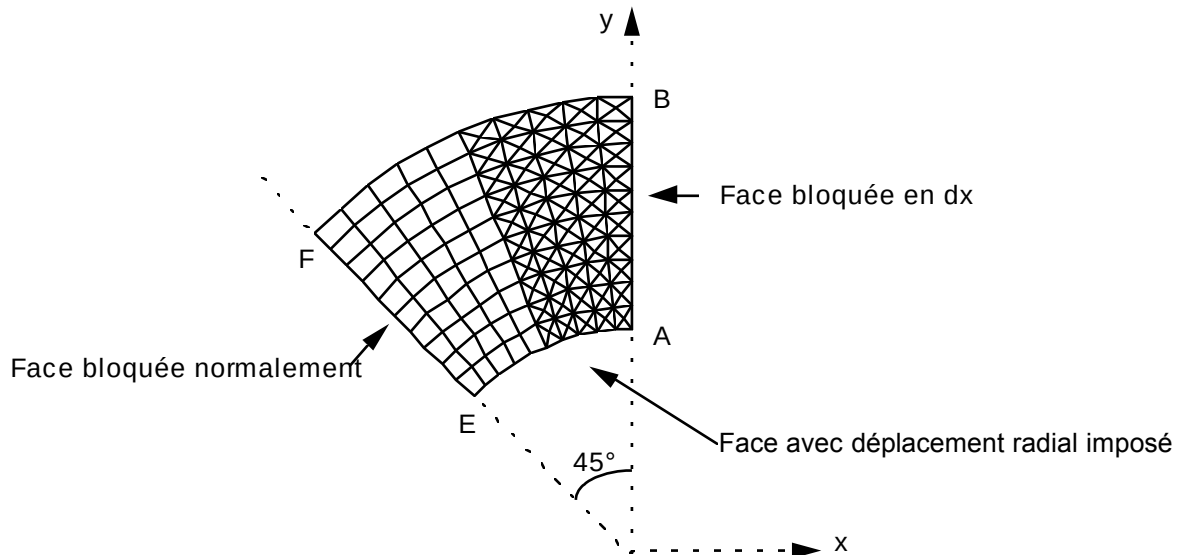
4.4 Remarques

Les résultats obtenus sont tout à fait corrects puisque les contraintes sont obtenues avec une précision inférieure à 3 % voire 1 % au point F. L'écart est ici un peu plus important que pour les HEXA20, mais peut s'expliquer par le fait que le chargement est imposé ici de manière un peu moins précise puisque le déplacement u au point A, n'est défini qu'à une précision de 0.158% contre 0.077% (soit le facteur 2, qu'on retrouve sur les contraintes).

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments D_PLAN_INCO_GD incompressibles de type TRIA6 et QUAD8



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'GRNM11'	DX = 0.	côté AB
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'GRMA12'	DNOR = 0.	côté EF
	= GROUP_MA = 'GRMA13'	DNOR = -6. 10 ⁻⁵	face AE

Nom des nœuds :

$A=N2$, $B=N361$, $C=N121$, $D=N584$, $E=N155$, $F=N503$

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 591

Nombre de mailles : 200 TRIA6, 50 QUAD8.

5.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
v	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$5. 10^{-3}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-3}$
σ_{yy}	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
σ_{zz}	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	0.03
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.02
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.02
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.02
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.02

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$5. 10^{-3}$
v	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$5. 10^{-3}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$
σ_{zz}	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$
σ_{xy}	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$

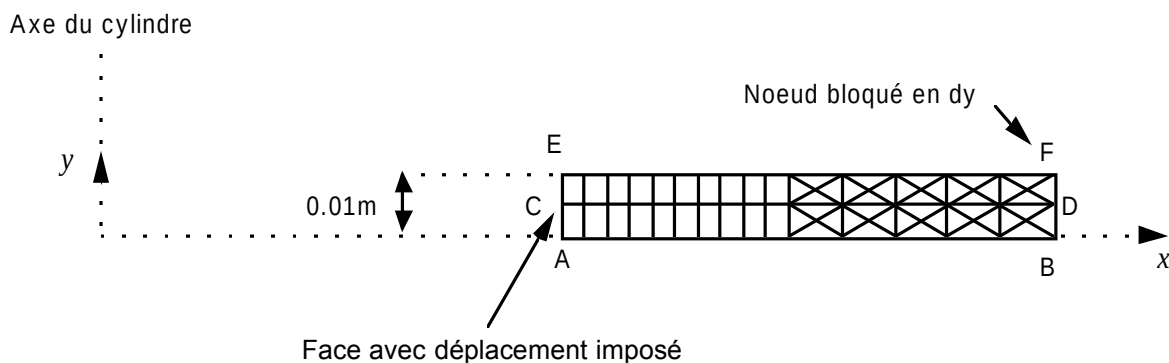
5.4 Remarques

Comme pour la modélisation 3D, les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants.

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments `AXIS_INCO_GD` incompressibles de type `TRIA6` et `QUAD8`



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DY = 0.	côté <i>EF</i>
	GROUP_NO = 'FACINF'	DY = 0.	côté <i>AB</i>
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEAE'	DX = $6 \cdot 10^{-5}$	face <i>AE</i>

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 175.

Nombre de mailles et types : 20 `QUAD8`, 40 `TRIA6`.

6.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	6.10^{-5}	1.10^{-3}
v	ANALYTIQUE	0.	1.10^{-5}
σ_{xx}	ANALYTIQUE	-59.9955	5.10^{-3}
σ_{yy}	ANALYTIQUE	19.9326	5.10^{-3}
σ_{zz}	ANALYTIQUE	99.9566	5.10^{-3}
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	1.10^{-5}
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	5.10^{-3}
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	5.10^{-3}
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	5.10^{-3}
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	5.10^{-3}
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	5.10^{-3}
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	5.10^{-3}

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	3.10^{-5}	1.10^{-3}
v	ANALYTIQUE	0.	1.10^{-5}
σ_{xx}	ANALYTIQUE	0.	0.03
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.0	5.10^{-3}
σ_{zz}	ANALYTIQUE	40.006	5.10^{-3}
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	5.10^{-3}

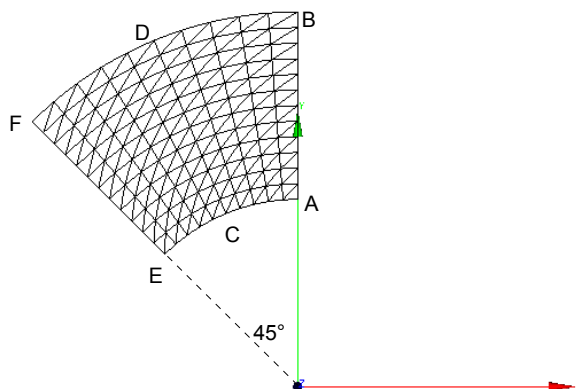
6.4 Remarques

La précision obtenue est très bonne puisque toutes les contraintes sont obtenues avec une précision inférieure à 0.5%.

7 Modélisation E

7.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D_INCO_GD incompressibles de type PENTA15 uniquement



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	faces <i>AEFD</i> ($z=0$ et
			$z=0.01$)
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DX = 0.	face <i>AB</i>
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face <i>EF</i>
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = -6.10^{-5}	face <i>AE</i>

7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1861
Nombre de mailles : 480 PENTA15

7.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

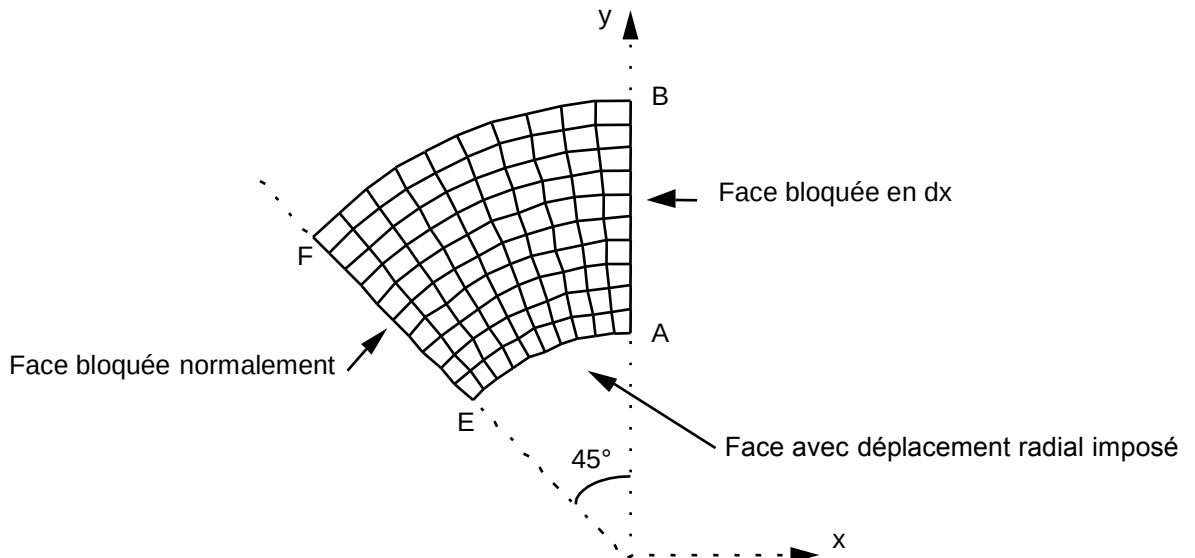
Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
v	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	99.9566	0.03
σ_{yy}	ANALYTIQUE	-59.9955	0.09
σ_{zz}	ANALYTIQUE	19.9326	0.08
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	0.005
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.05
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.05
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.09
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.08
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.03
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.05

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-3}$
v	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-3}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	20.003	0.04
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.003	0.17
σ_{zz}	ANALYTIQUE	20.003	0.07
σ_{xy}	ANALYTIQUE	20.003	0.008

8 Modélisation F

8.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D_INCO_LOG incompressibles de type HEXA20 uniquement



Suivant l'axe z :

- épaisseur totale $e=0.01$
- 2 couches d'éléments

Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	faces $AEFD$ ($z=0$ et $z=0.01$)
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DX = 0.	face AB
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face EF
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = -6.10^{-5}	face AE

8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1501 nœuds
Nombre de mailles : 240 HEXA20

8.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-3}$
v	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	99.9566	0.01
σ_{yy}	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
σ_{zz}	ANALYTIQUE	19.9326	0.05
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	0.03
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.001
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.001
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.0025
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.005
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.0005
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.001

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	0.005
v	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	0.005
σ_{xx}	ANALYTIQUE	20.003	0.002
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.003	0.002
σ_{zz}	ANALYTIQUE	20.003	0.0025
σ_{xy}	ANALYTIQUE	20.003	0.0015

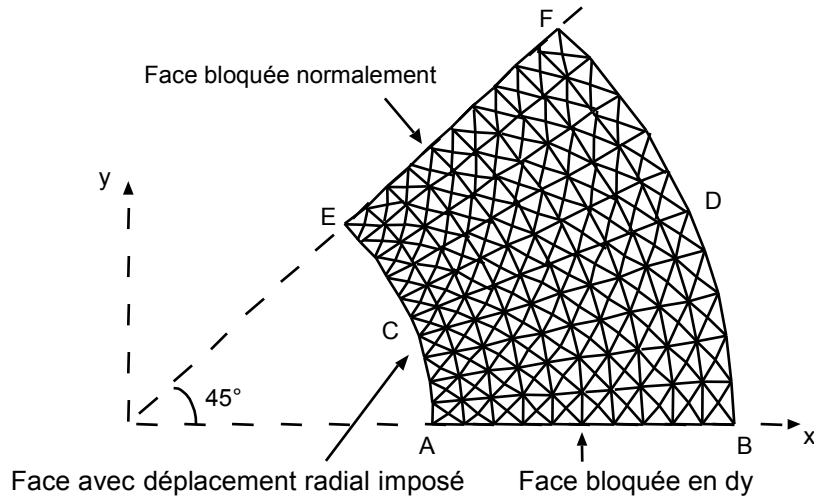
8.4 Remarques

On obtient de très bons résultats puisque pour toutes les grandeurs examinées, la différence entre la solution obtenue avec le code et la solution analytique est inférieure à 0.5% pour les déplacements et inférieurs à 5 % pour les contraintes.

9 Modélisation G

9.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D_INCO_LOG incompressibles de type TETRA10 uniquement



AB est sur l'axe OX (contrairement à la modélisation A).

Le maillage a été obtenu avec GMSH pour une densité de 0,01 .

Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	faces $AEFD$ ($z=0$ et
			$z=0.01$)
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DY = 0.	face AB
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face EF
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = -6.10^{-5}	face AE

9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2064

Nombre de mailles : 1121 TETRA10

9.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	6.10^{-5}	2.10^{-3}
v	ANALYTIQUE	0.	1.10^{-3}
σ_{xx}	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
σ_{yy}	ANALYTIQUE	99.9566	0.02
σ_{zz}	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	0.03
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.002
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.002
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.015
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.002

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	$2.1217 \cdot 10^{-5}$	1.10^{-4}
v	ANALYTIQUE	$2.1217 \cdot 10^{-5}$	1.10^{-4}
σ_{xx}	ANALYTIQUE	20.003	0.003
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.003	0.005
σ_{zz}	ANALYTIQUE	20.003	0.002
σ_{xy}	ANALYTIQUE	-20.003	0.01

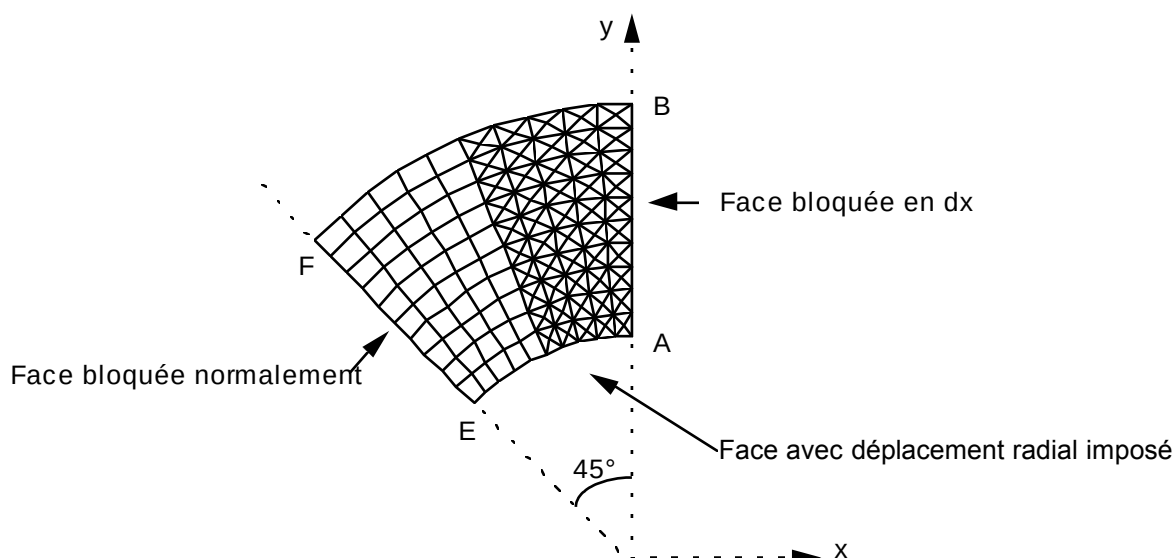
9.4 Remarques

Les résultats obtenus sont tout à fait corrects puisque les contraintes sont obtenues avec une précision inférieure à 3 % voire 1 % au point F. L'écart est ici un peu plus important que pour les HEXA20, mais peut s'expliquer par le fait que le chargement est imposé ici de manière un peu moins précise puisque le déplacement u au point A, n'est défini qu'à une précision de 0.158% contre 0.077% (soit le facteur 2, qu'on retrouve sur les contraintes).

10 Modélisation H

10.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments D_PLAN_INCO_LOG incompressibles de type TRIA6 et QUAD8



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'GRNM11'	DX = 0.	côté AB
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'GRMA12'	DNOR = 0.	coté EF
	= GROUP_MA = 'GRMA13'	DNOR = -6. 10 ⁻⁵	face AE

Nom des nœuds :

$A=N2$, $B=N361$, $C=N121$, $D=N584$, $E=N155$, $F=N503$

10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 591

Nombre de mailles : 200 TRIA6, 50 QUAD8.

10.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
v	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-4}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-3}$
σ_{yy}	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
σ_{zz}	ANALYTIQUE	19.9326	0.02
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	0.02
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.006
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.006
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.02
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.003
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.006

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-4}$
v	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-4}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.003	$2.5 10^{-3}$
σ_{zz}	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-4}$
σ_{xy}	ANALYTIQUE	20.003	$2. 10^{-3}$

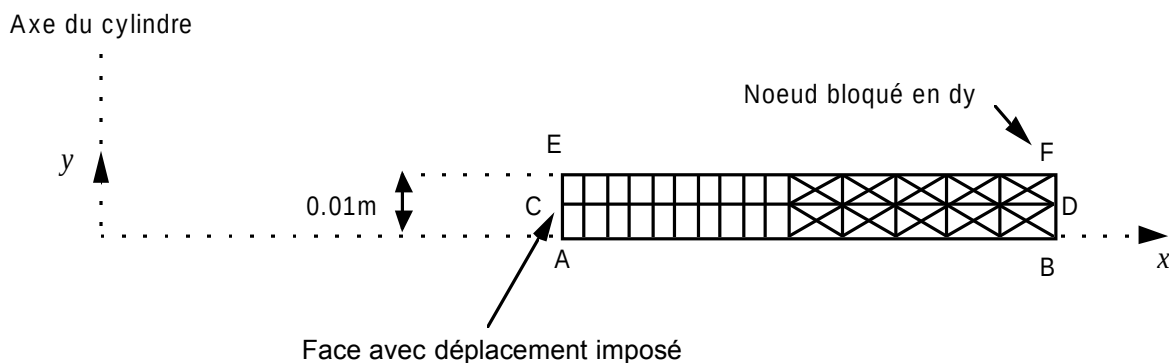
10.4 Remarques

Comme pour la modélisation 3D, les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants.

11 Modélisation I

11.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments `AXIS_INCO_LOG` incompressibles de type `TRIA6` et `QUAD8`



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FAC SUP'	DY = 0.	côté <i>EF</i>
	GROUP_NO = 'FAC INF'	DY = 0.	côté <i>AB</i>
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACE AE'	DX = 6. 10 ⁻⁵	face <i>AE</i>

11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 175.

Nombre de mailles et types : 20 `QUAD8`, 40 `TRIA6`.

11.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	6.10^{-5}	1.10^{-3}
v	ANALYTIQUE	0.	1.10^{-5}
σ_{xx}	ANALYTIQUE	-59.9955	5.10^{-3}
σ_{yy}	ANALYTIQUE	19.9326	5.10^{-3}
σ_{zz}	ANALYTIQUE	99.9566	5.10^{-3}
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	1.10^{-5}
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	2.10^{-3}
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	2.10^{-3}
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	3.10^{-3}
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	5.10^{-3}
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	5.10^{-4}
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	2.10^{-3}

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	3.10^{-5}	5.10^{-4}
v	ANALYTIQUE	0.	1.10^{-5}
σ_{xx}	ANALYTIQUE	0.	0.03
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.0	3.10^{-3}
σ_{zz}	ANALYTIQUE	40.006	3.10^{-3}
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	5.10^{-3}

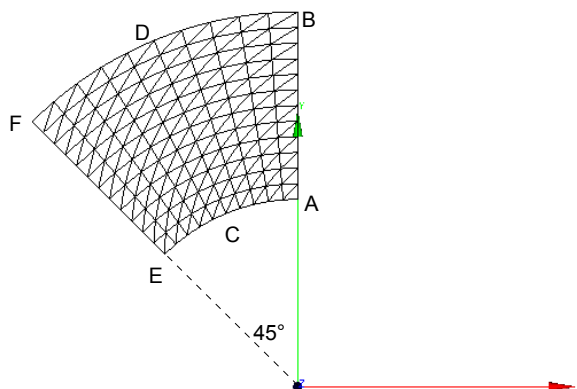
11.4 Remarques

La précision obtenue est très bonne puisque toutes les contraintes sont obtenues avec une précision inférieure à 0.5%.

12 Modélisation J

12.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D_INCO_LOG incompressibles de type PENTA15 uniquement



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	faces <i>AEFD</i> ($z=0$ et
			$z=0.01$)
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DX = 0.	face <i>AB</i>
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face <i>EF</i>
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = -6.10^{-5}	face <i>AE</i>

12.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1861
Nombre de mailles : 480 PENTA15

12.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

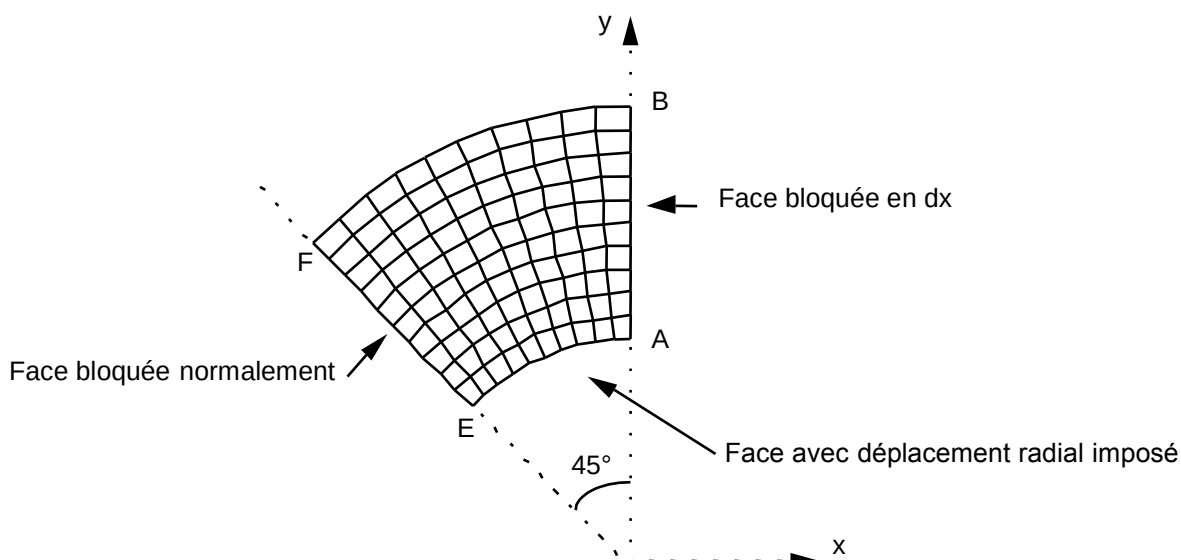
Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
v	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	99.9566	0.0002
σ_{yy}	ANALYTIQUE	-59.9955	0.003
σ_{zz}	ANALYTIQUE	19.9326	0.007
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	0.0008
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.05
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.05
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.09
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.08
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.03
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.05

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$4. 10^{-3}$
v	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$4. 10^{-3}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	20.003	0.007
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.003	0.0006
σ_{zz}	ANALYTIQUE	20.003	$3. 10^{-5}$
σ_{xy}	ANALYTIQUE	20.003	0.0004

13 Modélisation K

13.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D_INCO_LUP incompressibles de type HEXA20 uniquement



Suivant l'axe z :

- épaisseur totale $e=0.01$
- 2 couches d'éléments

Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	faces $AEFD$ ($z=0$ et
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	
$z=0.01$)			
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DX = 0.	face AB
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face EF
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = -6.10^{-5}	face AE

13.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1501 nœuds
Nombre de mailles : 240 HEXA20

13.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-3}$
v	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-4}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	99.9566	0.01
σ_{yy}	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
σ_{zz}	ANALYTIQUE	19.9326	0.05
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	0.03
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.001
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.001
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.0025
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.005
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.0005
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.001

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	0.005
v	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	0.005
σ_{xx}	ANALYTIQUE	20.003	0.002
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.003	0.002
σ_{zz}	ANALYTIQUE	20.003	0.0025
σ_{xy}	ANALYTIQUE	20.003	0.0015

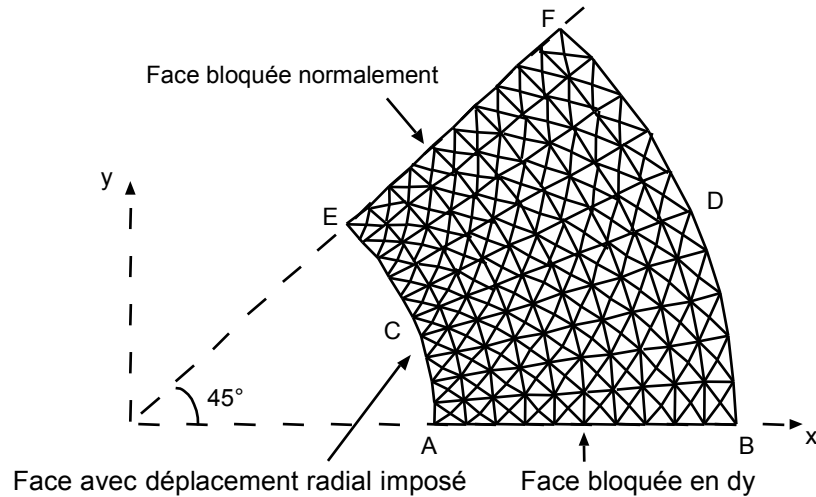
13.4 Remarques

On obtient de très bons résultats puisque pour toutes les grandeurs examinées, la différence entre la solution obtenue avec le code et la solution analytique est inférieure à 0.5% pour les déplacements et inférieurs à 5 % pour les contraintes.

14 Modélisation L

14.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D_INCO_LUP incompressibles de type TETRA10 uniquement



AB est sur l'axe OX (contrairement à la modélisation A).

Le maillage a été obtenu avec GMSH pour une densité de 0,01 .

Conditions limites :

DDL_IMPO	=	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ	= 0 .	
		GROUP_NO = 'FACINF'	DZ	= 0 .	faces $AEFD$ ($z=0$ et
					$z=0.01$)
		GROUP_NO = 'FACEAB'	DY	= 0 .	face AB
FACE_IMPO	=	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR	= 0 .	face EF
		GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR	= -6.10^{-5}	face AE

14.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2064

Nombre de mailles : 1121 TETRA10

14.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	6.10^{-5}	2.10^{-4}
v	ANALYTIQUE	0.	1.10^{-3}
σ_{xx}	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
σ_{yy}	ANALYTIQUE	99.9566	0.02
σ_{zz}	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	0.03
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.002
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.002
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.015
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.002

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	$2.1217 \cdot 10^{-5}$	1.10^{-4}
v	ANALYTIQUE	$2.1217 \cdot 10^{-5}$	1.10^{-4}
σ_{xx}	ANALYTIQUE	20.003	0.003
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.003	0.005
σ_{zz}	ANALYTIQUE	20.003	0.002
σ_{xy}	ANALYTIQUE	-20.003	0.01

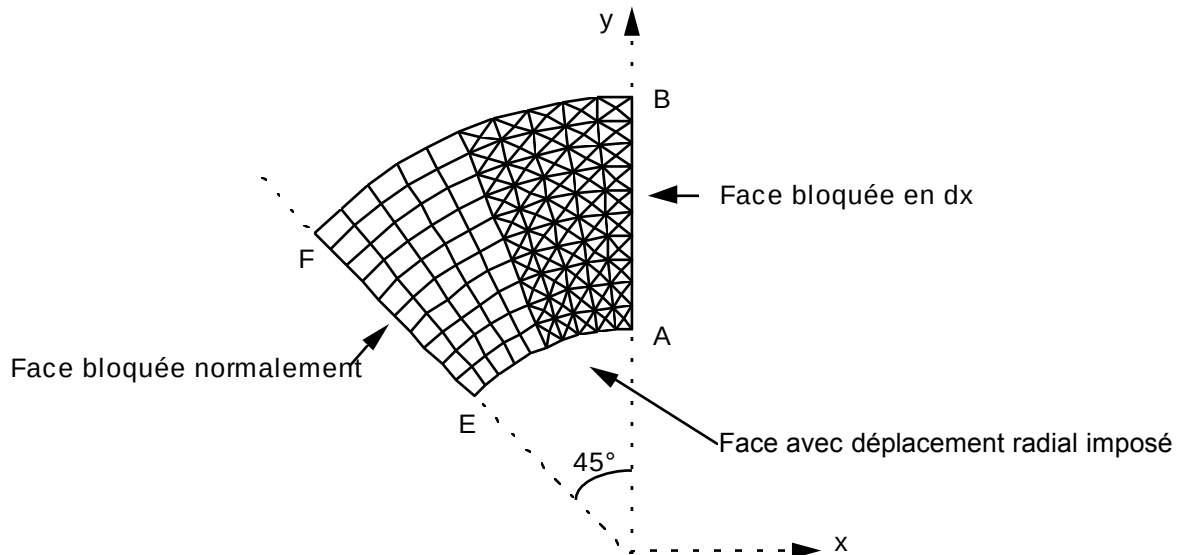
14.4 Remarques

Les résultats obtenus sont tout à fait corrects puisque les contraintes sont obtenues avec une précision inférieure à 3 % voire 1 % au point F. L'écart est ici un peu plus important que pour les HEXA20, mais peut s'expliquer par le fait que le chargement est imposé ici de manière un peu moins précise puisque le déplacement u au point A, n'est défini qu'à une précision de 0.158% contre 0.077% (soit le facteur 2, qu'on retrouve sur les contraintes).

15 Modélisation M

15.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments D_PLAN_INCO_LUP incompressibles de type TRIA6 et QUAD8



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'GRNM11'	DX = 0.	côté AB
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'GRMA12'	DNOR = 0.	coté EF
	= GROUP_MA = 'GRMA13'	DNOR = -6. 10 ⁻⁵	face AE

Nom des nœuds :

$A=N2$, $B=N361$, $C=N121$, $D=N584$, $E=N155$, $F=N503$

15.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 591

Nombre de mailles : 200 TRIA6, 50 QUAD8.

15.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
v	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-4}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-3}$
σ_{yy}	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
σ_{zz}	ANALYTIQUE	19.9326	0.02
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	0.02
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.006
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.006
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.02
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.003
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.006

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-4}$
v	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-4}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.003	$2.5 10^{-3}$
σ_{zz}	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-4}$
σ_{xy}	ANALYTIQUE	20.003	$2. 10^{-3}$

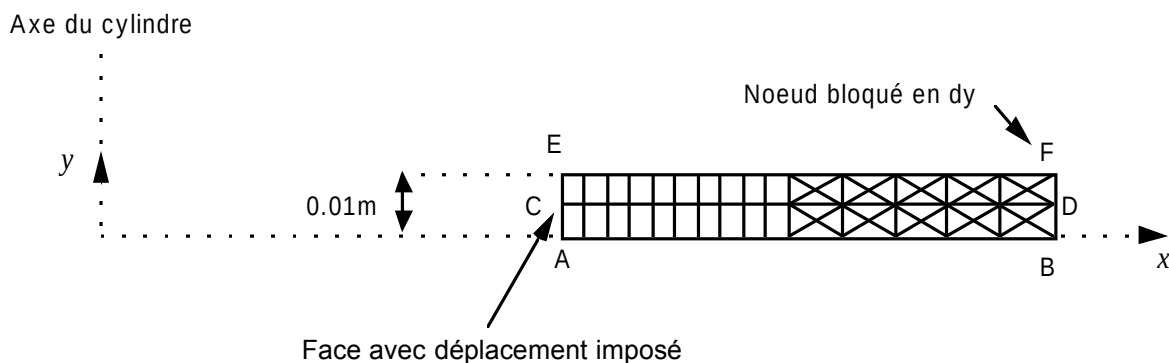
15.4 Remarques

Comme pour la modélisation 3D, les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants.

16 Modélisation N

16.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments `AXIS_INCO_LUP` incompressibles de type `TRIA6` et `QUAD8`



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FAC SUP'	DY = 0.	côté EF
	GROUP_NO = 'FAC INF'	DY = 0.	côté AB
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACE AE'	DX = $6 \cdot 10^{-5}$	face AE

16.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 175.

Nombre de mailles et types : 20 `QUAD8`, 40 `TRIA6`.

16.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	6.10^{-5}	1.10^{-3}
v	ANALYTIQUE	0.	1.10^{-5}
σ_{xx}	ANALYTIQUE	-59.9955	5.10^{-3}
σ_{yy}	ANALYTIQUE	19.9326	5.10^{-3}
σ_{zz}	ANALYTIQUE	99.9566	5.10^{-3}
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	1.10^{-5}
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	2.10^{-3}
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	2.10^{-3}
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	3.10^{-3}
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	5.10^{-3}
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	5.10^{-4}
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	2.10^{-3}

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	3.10^{-5}	5.10^{-4}
v	ANALYTIQUE	0.	1.10^{-5}
σ_{xx}	ANALYTIQUE	0.	0.03
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.0	3.10^{-3}
σ_{zz}	ANALYTIQUE	40.006	3.10^{-3}
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	5.10^{-3}

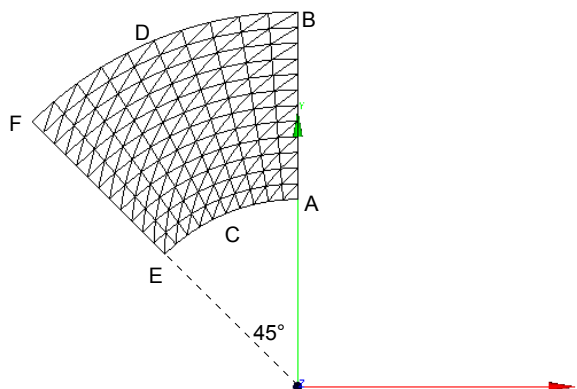
16.4 Remarques

La précision obtenue est très bonne puisque toutes les contraintes sont obtenues avec une précision inférieure à 0.5%.

17 Modélisation O

17.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D_INCO_LUP incompressibles de type PENTA15 uniquement



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	faces <i>AEFD</i> ($z=0$ et
			$z=0.01$)
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DX = 0.	face <i>AB</i>
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face <i>EF</i>
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = -6.10^{-5}	face <i>AE</i>

17.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1861
Nombre de mailles : 480 PENTA15

17.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points A et F . Les composantes du champ SIEQ_NOEU sont testées au point A uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
A u	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
v	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	99.9566	0.0002
σ_{yy}	ANALYTIQUE	-59.9955	0.003
σ_{zz}	ANALYTIQUE	19.9326	0.007
σ_{xy}	ANALYTIQUE	0.	0.0008
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.001
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.001
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.003
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.008
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.0002
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.001

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
F u	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$4. 10^{-3}$
v	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$4. 10^{-3}$
σ_{xx}	ANALYTIQUE	20.003	0.007
σ_{yy}	ANALYTIQUE	20.003	0.0006
σ_{zz}	ANALYTIQUE	20.003	$3. 10^{-5}$
σ_{xy}	ANALYTIQUE	20.003	0.0004

18 Synthèse des résultats

Avec un coefficient de Poisson ν très proche de 0.5, on retrouve les résultats de la solution analytique incompressible en grandes déformations, avec une précision tout à fait correcte.