

SSNL119 - Réponse statique d'une poutre en béton armé (section rectangulaire) à comportement non linéaire

Résumé :

Le problème consiste à analyser la réponse d'une poutre en béton armé en flexion 3 points jusqu'à la ruine par l'intermédiaire d'une modélisation poutre multifibres [R3.08.08]. Ce test correspond à une analyse statique d'une poutre ayant un comportement non-linéaire. Le béton est modélisé :

- pour la modélisation A : avec la loi endommageable adoucissante de comportement de La Borderie dans sa version 1D [R7.01.07], et l'acier élasto-plastique.
- pour la modélisation B : avec la loi endommageable adoucissante de comportement de Mazars dans sa version 1D [R7.01.08], et l'acier élasto-plastique.

La validation du cas test est obtenue avec comparaison aux résultats de référence obtenus à l'aide du code FEAP-LMT. Les calculs sont menés jusqu'à la ruine de la structure.

1 Caractéristiques générales

1.1 Géométrie

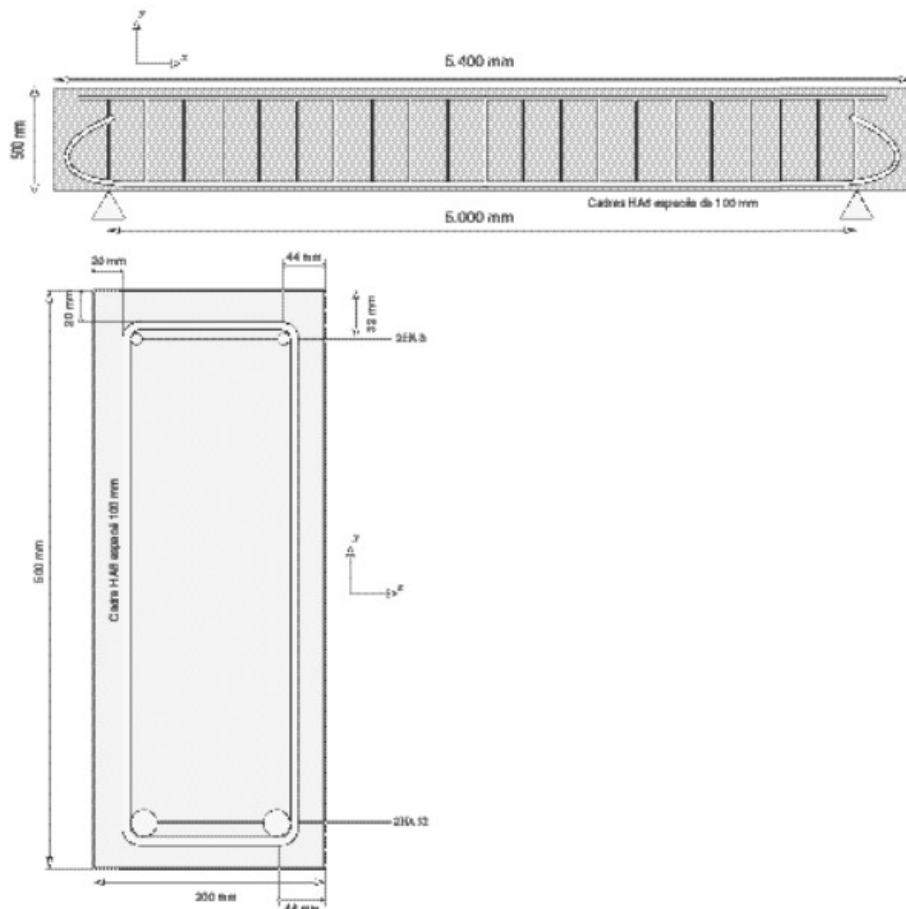


Figure :

1.2 Propriétés de matériaux

- Béton :
module de Young : $E = 37272 \text{ MPa}$
coefficient de Poisson : $\nu = 0.2$
seuil d'élasticité en traction : $\sigma_{ft} = 3.9 \text{ MPa}$
seuil d'élasticité en compression : $\sigma_{fc} = 38.3 \text{ MPa}$
seuil de déformation élastique en compression : $\varepsilon_{fc} = 2.0 \cdot 10^{-3}$
énergie de fissuration $G_f^I = 110 \text{ J/m}^2$
- acier :
module de Young : $E = 200\,000 \text{ MPa}$
coefficient de Poisson : $\nu = 0.33$
limite élastique : $\sigma_e = 400 \text{ MPa}$
Module tangent (pente plastique) $E_T = 3280 \text{ MPa}$

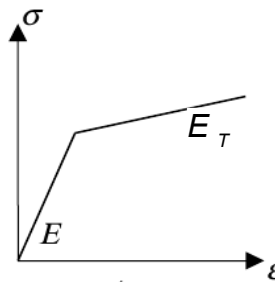


Figure 1.2-a Courbe de contrainte – déformation de l'acier

1.3 Conditions aux limites et chargements

Appui simple en B : $dy=0$

Appui double en A : $dx=dy=dz=0$ de même que $drx=drz=0$.

Chargement quasi-statique : déplacement monotone dy vers le bas appliqué à mi-travée en C (essai de flexion 3 points), selon une fonction linéaire du temps :

t	dy
0,0	0,0 cm
3,0	-3,0 cm

NB : les armatures transversales ne sont pas prises en compte dans les calculs.

2 Solution de référence

La solution de référence est un calcul réalisé à l'aide du code de calcul FEAP [bib1] et la version poutre multifibres développée au LMT Cachan à partir de la librairie d'éléments FEDEAS [bib2], [bib3]. Il s'agit d'un calcul multifibres avec les mêmes éléments finis (poutre d'Euler Bernoulli avec enrichissement) et les mêmes modèles de comportement des matériaux. La discrétisation est la même pour Code_Aster et pour la référence.

2.1 Références bibliographiques

- 1 Taylor R.L., FEAP: A finite element analysis program. University of California, Berkeley, 2000.
- 2 Filippou F.C., Nonlinear static and dynamic analysis for evaluation of structures. 3rd European Conference on Structural Dynamics Eurodyn 96, Florence Italy, 395-402, 1996.
- 3 Neuenhofer A, Filippou FC. Evaluation of nonlinear frame finite-element models. Journal of Structural Engineering (ASCE) 1997; 123(7):958–966.

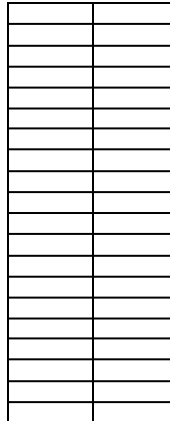
3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage longitudinal de la poutre :

Il est composé de 17 nœuds et 16 éléments POU_D_EM.

Section transversale de la poutre : Le béton est modélisé par un maillage (DEFI_GEOM_FIBRE/SECTION) composé de 2×20 quadrilatères (40 fibres) :



L'acier est modélisé par 4 fibres ponctuelles (DEFI_GEOM_FIBRE/FIBRE).

Pour la modélisation A, le béton est modélisé avec le modèle d'endommagement de Christian La Borderie en version 1D (LABORD_1D) [R7.01.07]. Les paramètres matériau utilisés sont les suivants :

$$Y_{01} = 310 \text{ Pa} \quad Y_{02} = 7000 \text{ Pa} \quad A_1 = 9,0 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}^{-1} \quad A_2 = 5,2 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}^{-1} \\ B_1 = 1,2 \quad B_2 = 2,0 \quad \beta_1 = 10^6 \text{ Pa} \quad \beta_2 = -40 \cdot 10^6 \text{ Pa} \quad \sigma_f = -3,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

L'acier est modélisé par le modèle VMIS_CINE_LINE. Les paramètres matériau utilisés sont les suivants :

$$D_SIGM_EPSI = 3,28 \cdot 10^9 \text{ Pa} \\ SY = 4,0 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

La liste d'instant choisie pour discrétiser le trajet monotone est :

t	dy	Nombre de pas
0,0	0,0 cm	
0,1	-0,1 cm	2
1,4	-1,4 cm	10
3,0	-3,0 cm	10

3.2 Grandeurs testées et résultats

Les courbes suivantes comparent les résultats *Code_Aster* à ceux de référence. La discrétisation et les paramètres matériaux sont identiques dans les calcul Aster et dans le calcul de référence. La flèche est celle du centre de la poutre, les résultats locaux (contraintes, déformations) sont ceux du premier point de Gauss du 9^{ème} élément (le plus proche du milieu de la poutre).

Les plus grandes différences sont observées sur les déformations d'acier tendu et contraintes de béton comprimé, au delà de la plastification des aciers tendus (flèche de 1,4 cm). L'implémentation de la loi de plasticité des aciers est probablement légèrement différente dans les deux codes.

A partir de 2,84 cm de flèche, la ruine de la poutre est atteinte : les aciers tendus et comprimés sont plastifiés, le béton comprimé a dépassé le pic de résistance sur la majeure partie de la section, il n'y a plus de réserve de capacité. L'effort global diminue et l'on observe un retour élastique dans les aciers. Pour ces deux derniers points, les solveurs ont du mal à converger, le résidu ne décroît pas de façon monotone. La solution obtenue est très sensible numériquement et varie entre les codes.

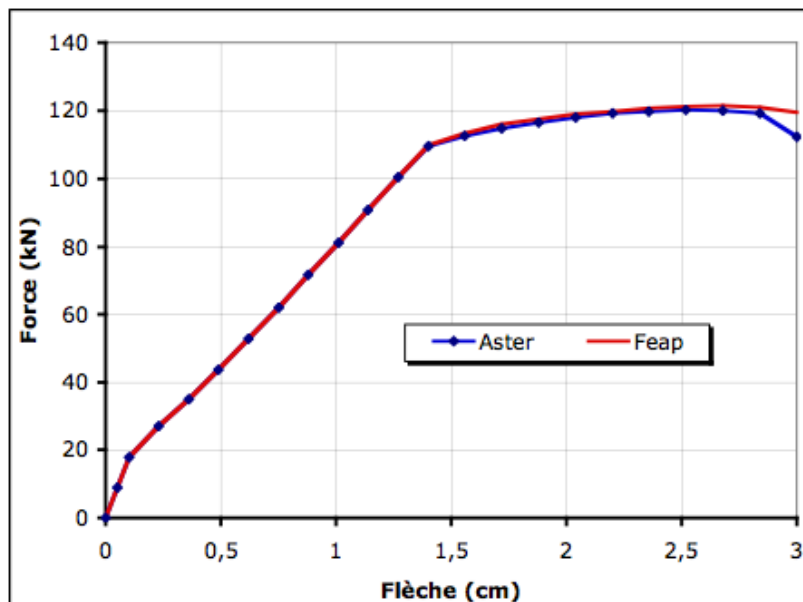


Figure : Réaction sur un appui, en fonction de la flèche au centre.

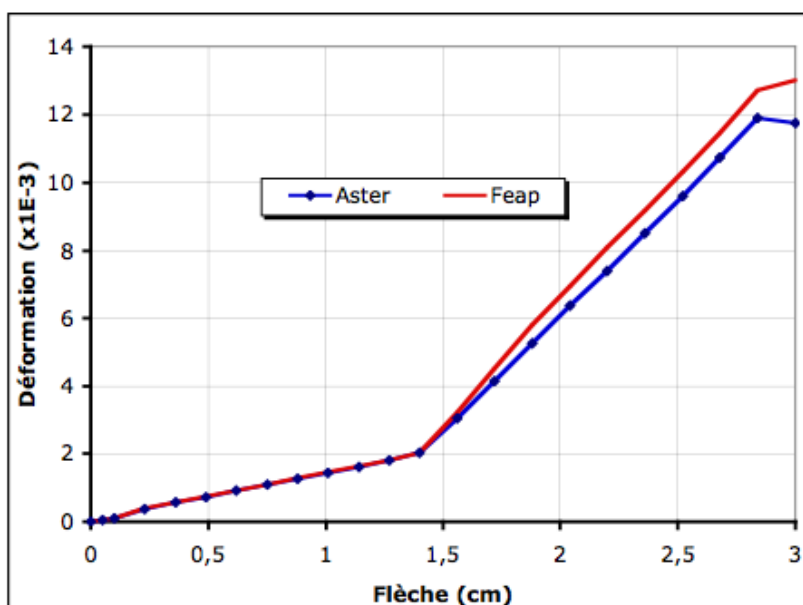


Figure 3.2-b Déformation des aciers tendus, en fonction de la flèche au centre.

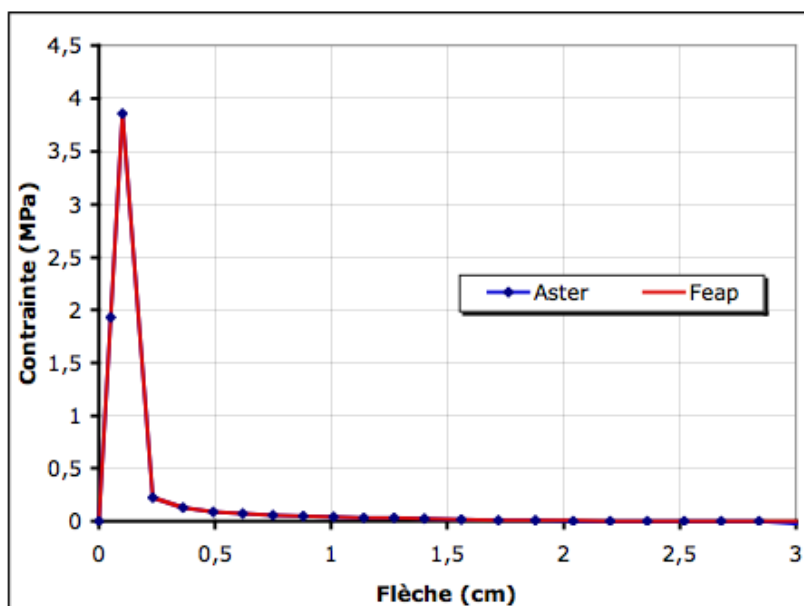


Figure Contrainte béton tendu, en fonction de la flèche au centre.

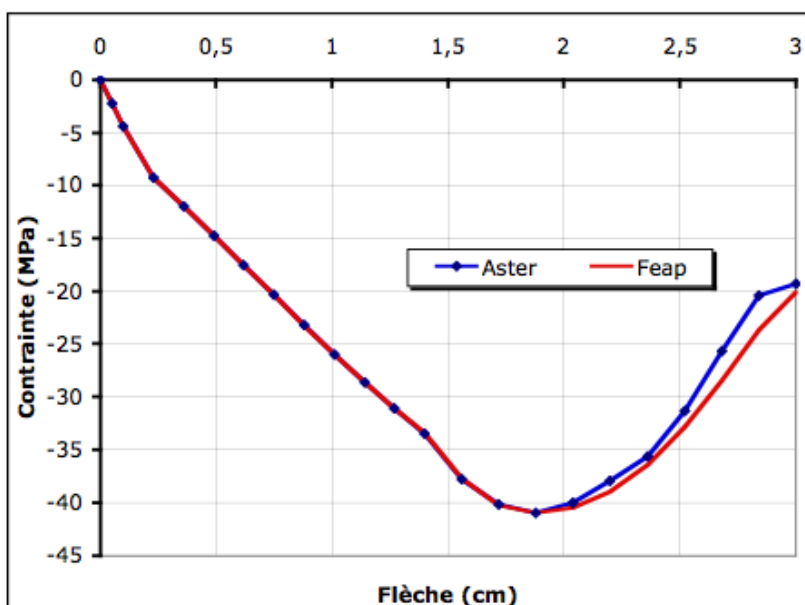


Figure Contrainte béton comprimé, en fonction de la flèche au centre.

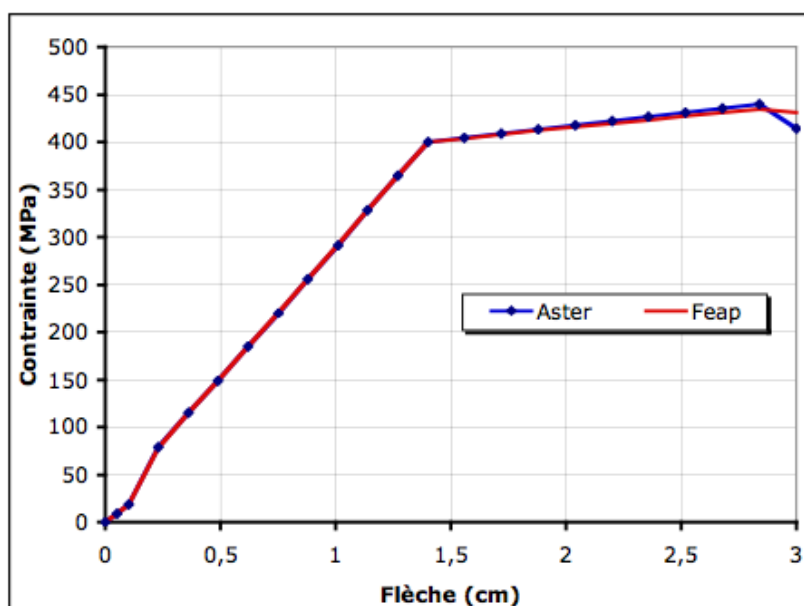


Figure : Contrainte acier tendu, en fonction de la flèche au centre.

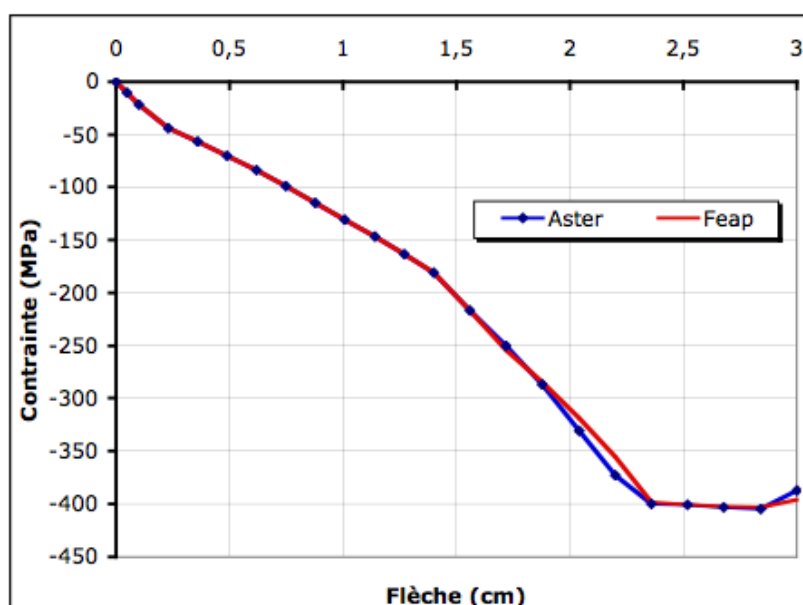


Figure3.2-fContrainte acier comprimé, en fonction de la flèche au centre.

Des tests de résultats (TEST_RESU) sont effectués à chaque inflexion sur la courbe flèche-réaction [Figure 3-a], c'est-à-dire pour des valeurs de flèche : 0.1 cm , 1.4 cm et 2.68 cm (un peu avant la ruine).

On évalue successivement deux méthodes de gestion des pas de temps : la première avec la liste définie au § 3.1, puis la seconde avec cette même liste mais avec en cas d'échec l'intervention d'itérations supplémentaires, une subdivision de pas minimale de 0.10E-10 , 50 niveaux maximaux de subdivision.

Flèche 0.1 cm	TYPE DE RÉFÉRENCE	RÉFÉRENCE	Tolérance
Réaction en A	SOURCE_EXTERNE	1.77860E+04	3.00E-04
Contrainte M9, PG1, SP41 Acier tendu	SOURCE_EXTERNE	1.88600E+07	3.00E-04
Contrainte M9, PG1, SP44 Acier comprimé	SOURCE_EXTERNE	-2.18900E+07	3.00E-04
Déformation M9, PG1, SP41 Acier tendu	SOURCE_EXTERNE	9.43200E-05	3.50E-03
Contrainte M9, PG1, SP1 Béton comprimé	SOURCE_EXTERNE	-4.41800E+06	6.00E-05
Contrainte M9, PG1, SP40 Béton tendu	SOURCE_EXTERNE	3.85500E+06	1.00E-04

Flèche 1.4 cm	TYPE DE RÉFÉRENCE	RÉFÉRENCE	Tolérance
Réaction en A	SOURCE_EXTERNE	1.09700E+05	2.50E-04
Contrainte M9, PG1, SP41 Acier tendu	SOURCE_EXTERNE	4.00100E+08	3.00E-04
Contrainte M9, PG1, SP44 Acier comprimé	SOURCE_EXTERNE	-1.81100E+08	1.00E-03
Déformation M9, PG1, SP41 Acier tendu	SOURCE_EXTERNE	2.02600E-03	5.00E-04
Contrainte M9, PG1, SP1 Béton comprimé	SOURCE_EXTERNE	-3.33800E+07	3.00 E -03
Contrainte M9, PG1, SP40 Béton tendu	SOURCE_EXTERNE	2.64100E+04	2.00E-02

Flèche 2.68 cm	TYPE DE RÉFÉRENCE	RÉFÉRENCE	Tolérance
Réaction en A	SOURCE_EXTERNE	1.20030E+05	1.50E-03
Contrainte M9, PG1, SP41 Acier tendu	SOURCE_EXTERNE	4.31000E+08	2.00E-02
Contrainte M9, PG1, SP44 Acier comprimé	SOURCE_EXTERNE	-4.02100E+08	3.50E-03
Déformation M9, PG1, SP41 Acier tendu	SOURCE_EXTERNE	1.14600E-02	9.00E-02
Contrainte M9, PG1, SP1 Béton comprimé	SOURCE_EXTERNE	-2.84800E+07	2.00E-01
Contrainte M9, PG1, SP40 Béton tendu	SOURCE_EXTERNE	3.36600E+03	3.00E-01

Flèche 2.68 cm	TYPE DE RÉFÉRENCE	RÉFÉRENCE	Tolérance
Déformation M9, PG1, SP41 Acier tendu	NON_REGRESSION	1.07550E-02	2.50E-02
Contrainte M9, PG1, SP1 Béton comprimé	NON_REGRESSION	-2.56200E+07	5.50E-02
Contrainte M9, PG1, SP40 Béton tendu	NON_REGRESSION	2.80130E+03	8.00E-02

Les graphiques ci-dessous présentent :

- l'évolution du « Résidu » au cours des itérations,

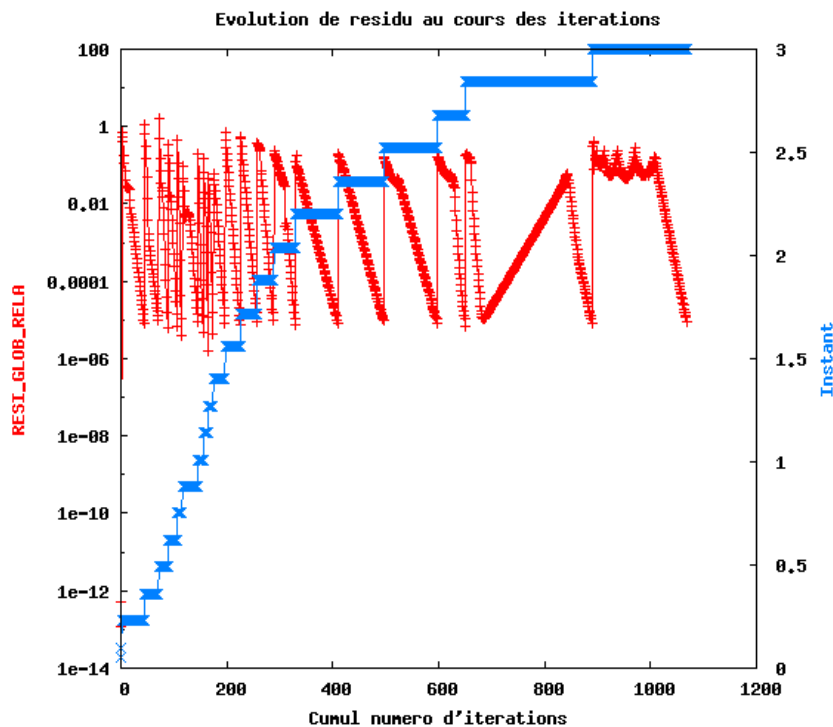


Figure 3.2-h : Évolution du « Résidu » au cours des itérations

- l'évolution du « Nombre d'itérations » par incrément de chargement,
- l'évolution de l'« Instant » par incrément de chargement,
- l'évolution du « Temps CPU (par instant) » par incrément de chargement,

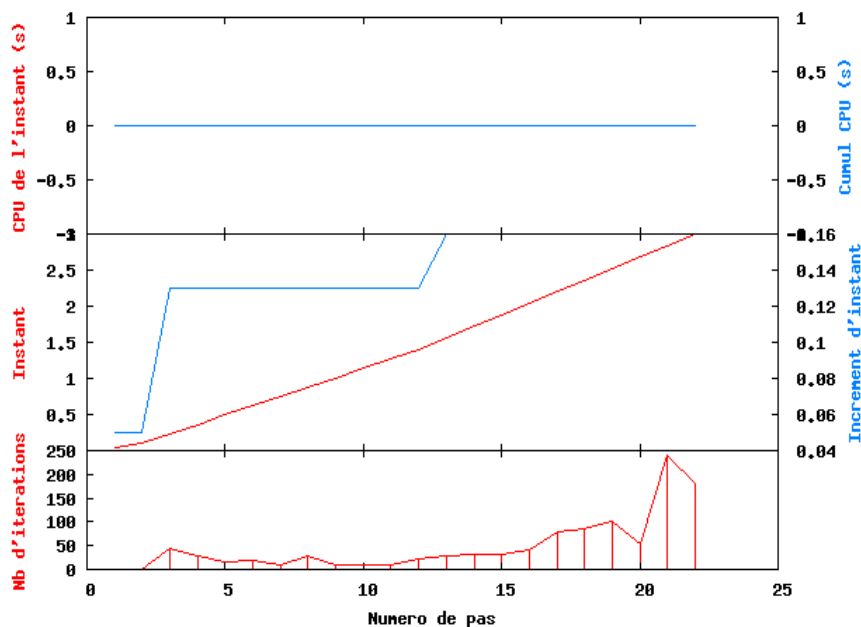
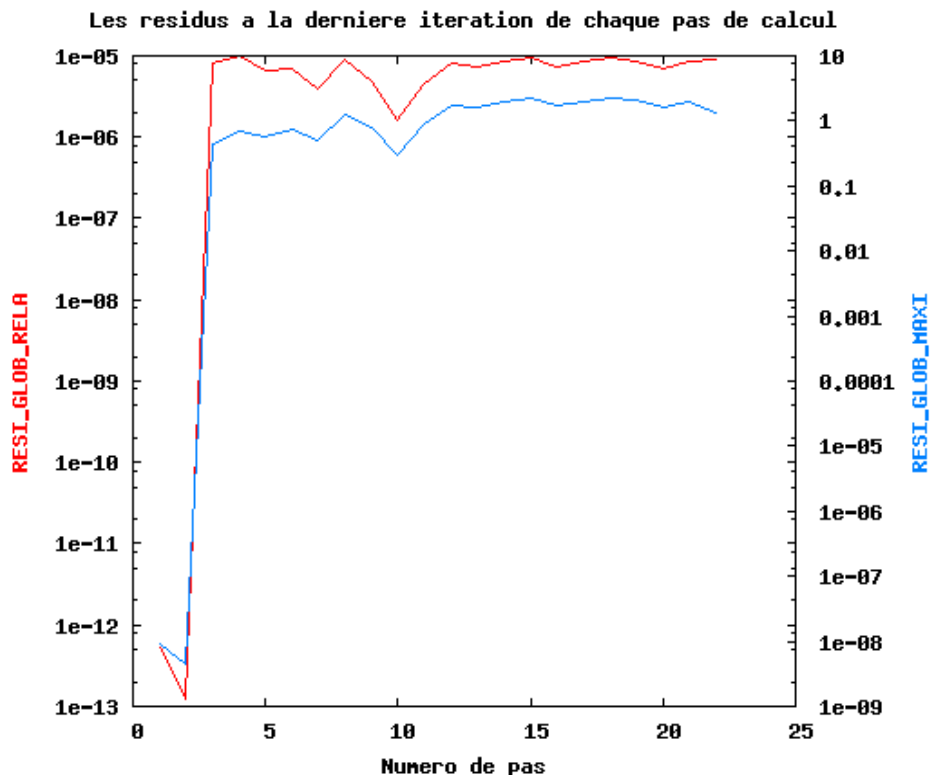


Figure 3.2-h : Évolution des itérations, instants et temps CPU par instant au cours des incréments

- l'évolution du « RESI_GLOB_RELA » par numéro de pas de chargement,



4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La seule différence par rapport à la modélisation A est le béton qui est modélisé avec la loi d'endommagement de Mazars en version 1D (MAZARS) [R7.01.08]. Les paramètres matériau utilisés sont les suivants :

$$AC=1.71202987 \quad BC=2.01163780E+03 \quad BT=1.21892353E+04 \quad BETA=1.10E+00$$

$$AT=1.0E+00 \quad EPSD0=8.20396008E-05$$

Les paramètres de la loi de Mazars sont déterminés pour coller au mieux à la courbe de comportement du béton issue de la modélisation A.

4.2 Grandeurs testées et résultats

Les tableaux suivants donnent les résultats de *Code_Aster*. La discrétisation est identique à celle de la modélisation A. Les tests sont seulement en non-régression, car la loi de comportement utilisé e est celle de Mazars. La flèche est celle du centre de la poutre, les résultats locaux (contraintes, déformations) sont ceux du deuxième point de Gauss du 9^{ème} élément (le plus proche du milieu de la poutre).

Réaction d'appui au point A :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
1.00E-03	REAC_NODA	DY groupe:A	NON_REGRESSION	3.0E-04
1.40E-02	REAC_NODA	DY groupe:A	NON_REGRESSION	3.0E-04
2.68E-02	REAC_NODA	DY groupe:A	NON_REGRESSION	3.0E-04

Contrainte dans les aciers tendus :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
1.00E-03	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:41	NON_REGRESSION	3.0E-04
1.40E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:41	NON_REGRESSION	3.0E-04
2.68E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:41	NON_REGRESSION	3.0E-04

Contrainte dans les aciers comprimés :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
1.00E-03	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:44	NON_REGRESSION	3.0E-04
1.40E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:44	NON_REGRESSION	3.0E-04
2.68E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:44	NON_REGRESSION	3.0E-04

Déformation dans les aciers tendus :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
1.00E-03	EPXX	maille:M9, point:2 sous_point:41	NON_REGRESSION	3.0E-04
1.40E-02	EPXX	maille:M9, point:2 sous_point:41	NON_REGRESSION	3.0E-04
2.68E-02	EPXX	maille:M9, point:2 sous_point:41	NON_REGRESSION	3.0E-04

Contrainte dans le béton comprimé :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
1.00E-03	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:1	NON_REGRESSION	3.0E-04
1.40E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:1	NON_REGRESSION	3.0E-04
2.68E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:1	NON_REGRESSION	3.0E-04

Contrainte dans le béton tendu :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
1.00E-03	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:40	NON_REGRESSION	3.0E-04
1.40E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:40	NON_REGRESSION	3.0E-04
2.68E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:40	NON_REGRESSION	3.0E-04

Les courbes sont obtenues avec *Code_Aster*. Elles sont à comparer à celles obtenues avec la modélisation A.

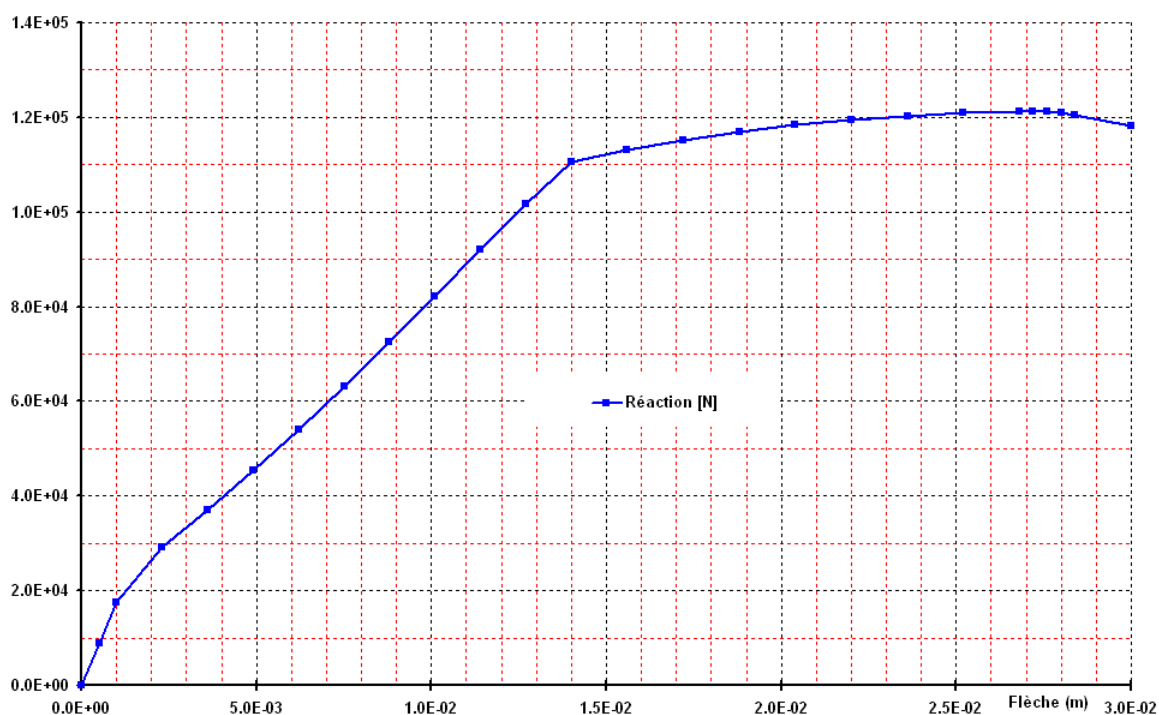


Figure : Réaction sur un appui, en fonction de la flèche au centre.

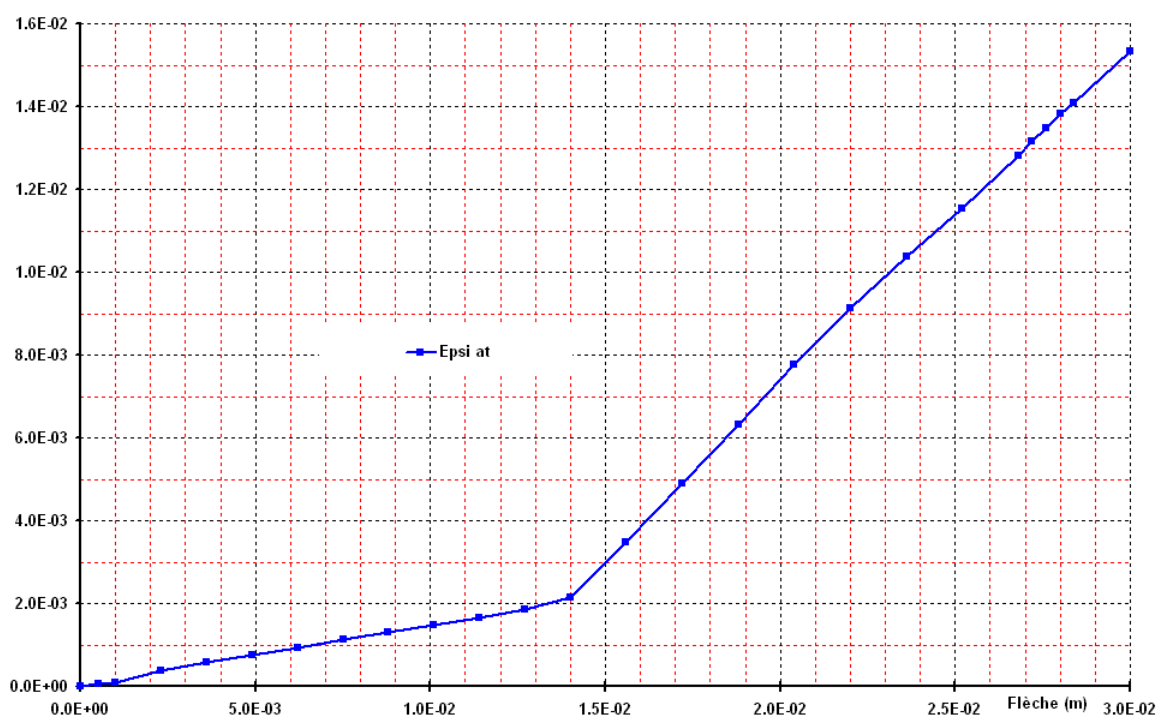


Figure 4.2-b : Déformation des aciers tendus, en fonction de la flèche au centre.

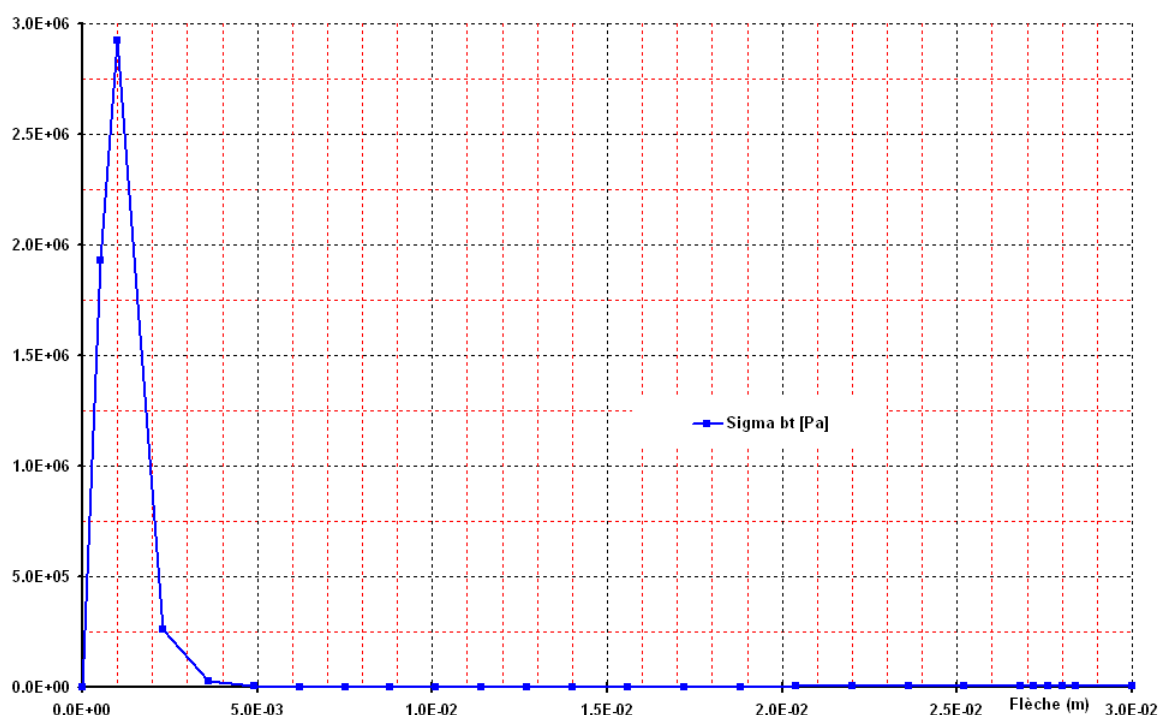


Figure 4.2-c : Contrainte béton tendu, en fonction de la flèche au centre.

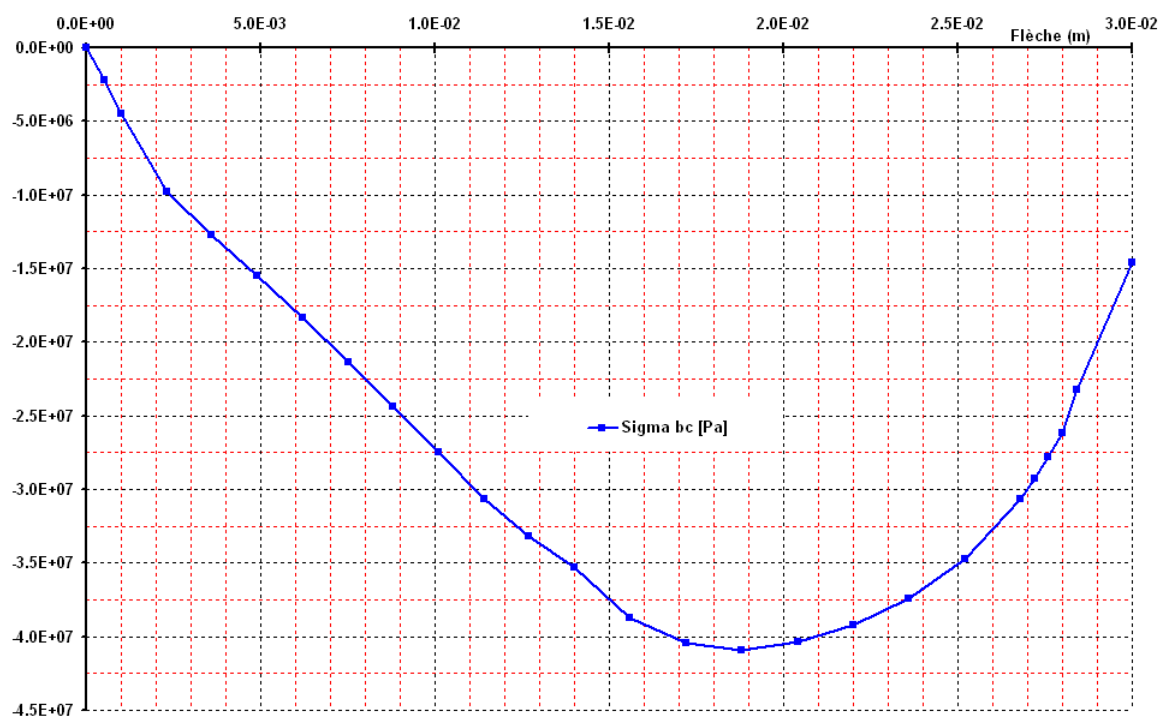


Figure 4.2-d : Contrainte béton comprimé, en fonction de la flèche au centre.

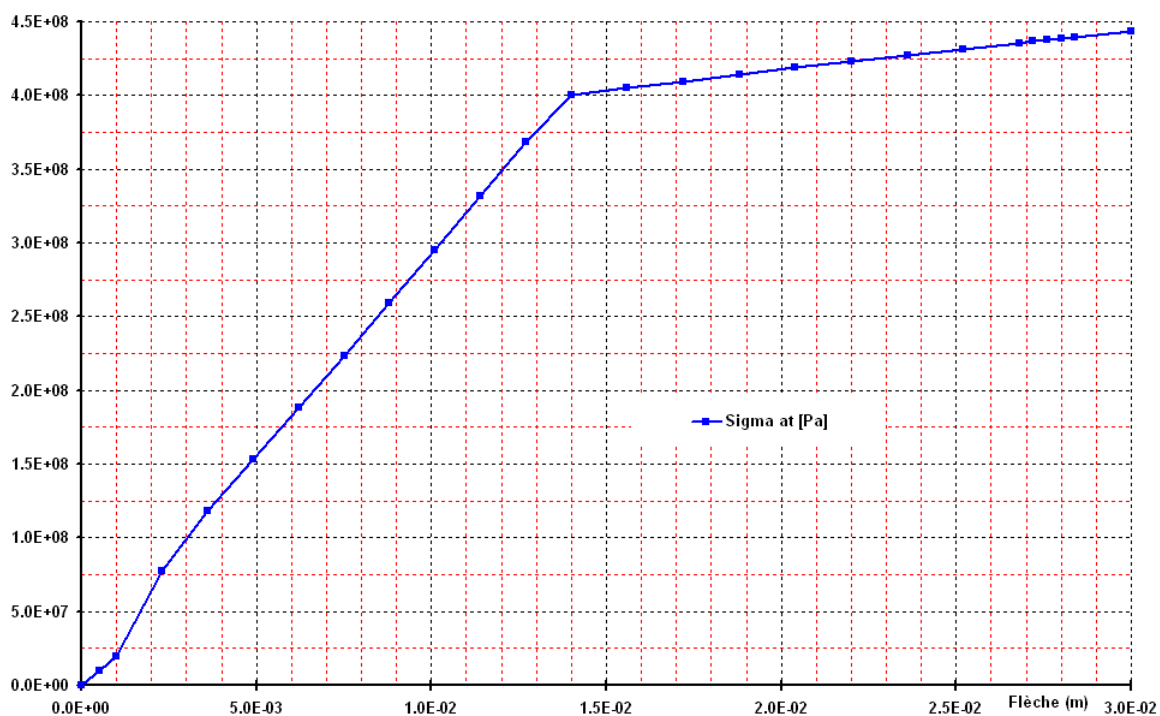


Figure Contrainte acier tendu, en fonction de la flèche au centre.

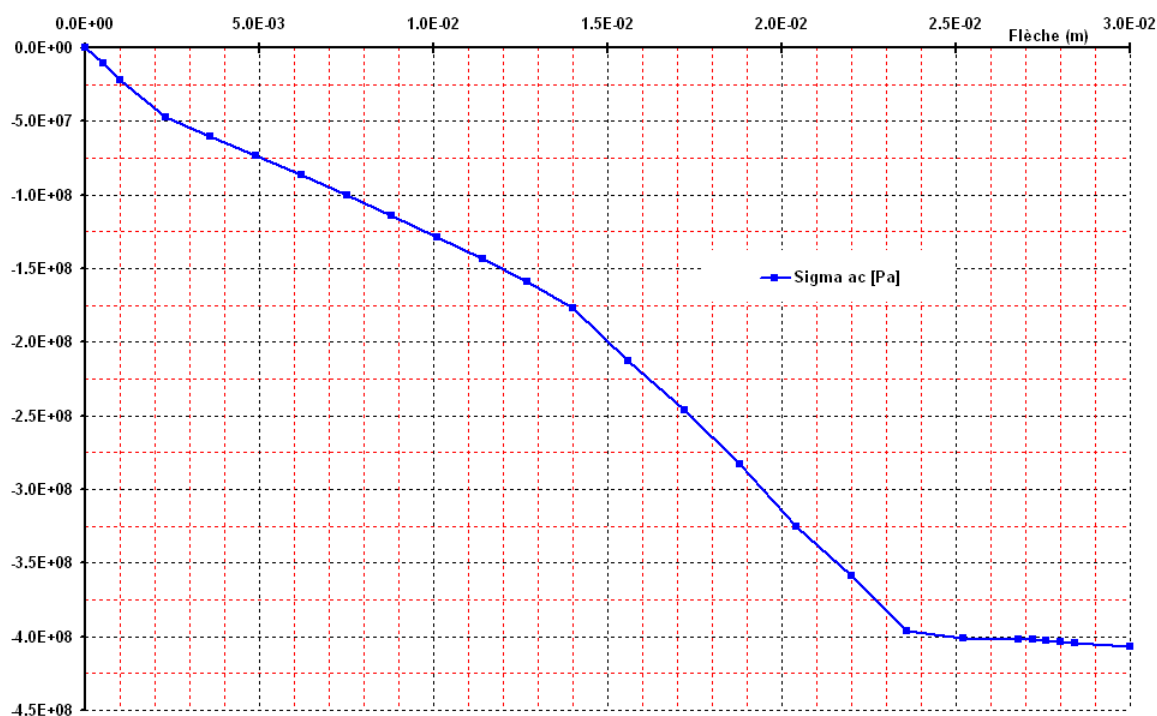


Figure4.2-fContrainte acier comprimé, en fonction de la flèche au centre.

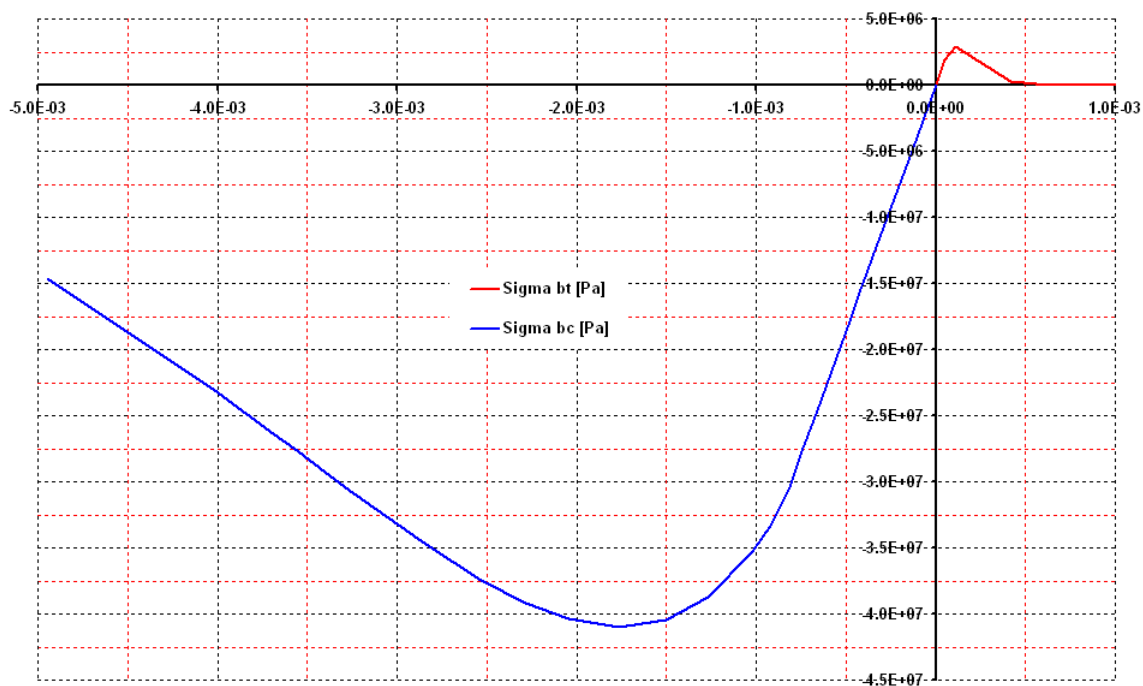


Figure Co mportement du béton .

5 Synthèse des résultats

Pour la modélisation A :

Les résultats obtenus avec *Code_Aster* sont en bon accord avec ceux de référence (solution de calcul avec le code FEAP-LMT).

Comme attendu, cette loi de comportement du béton unidimensionnelle de La Borderie introduit de l'adoucissement, donc une perte d'unicité des solutions. Cela explique les écarts croissants avec la référence obtenue avec le logiciel FEAP.

La méthode de subdivision testée produit des résultats très proches de ceux obtenus en absence de subdivision.

Commentaires :

Il a été tenté de raffiner les pas de temps mais cela n'améliore rien, car il y a toujours un pas de temps (un peu avant 3 cm) qui met autant, voire plus, d'itérations pour converger, voire même qui ne converge pas si on raffine trop. Cela correspond au moment où le béton comprimé s'écrase sur une zone importante et il se produit une sorte de snap-back, d'autant plus violent que les pas de temps sont petits.

Avec un pas assez grand on finit par retrouver plus facilement un équilibre un peu plus loin, à 3 cm. La recherche du nouvel état d'équilibre de l'élément (position de l'axe neutre pour chaque point de Gauss et équilibrage de l'effort axial entre les deux points de Gauss avec le degré de liberté interne) est assez difficile et la matrice tangente n'est pas d'une grande aide avec ces décharges locales sur un grand nombre de fibres.

Le découpage proposé fonctionne mieux que les différentes tentatives de raffinement tentées.

Plus le découpage est fin, moins ça converge, phénomène que l'on observe souvent avec des modèles adoucissants, il est vrai beaucoup plus rarement dans les poutres multifibres, mais ici on a un cas test assez sévère qui active toutes les ruines (traction du béton, plastification des armatures tendues, écrasement du béton comprimé, peut-être même plastification des aciers comprimés). C'est un exemple de dimensionnement optimisé.

Pour la modélisation B :

Les tests sont réalisés en non-régression du fait qu'il n'existe pas de référence issu d'un autre code avec la loi de comportement de Mazars. Les coefficients de la loi de Mazars sont calés de façon à coller au mieux à la courbe de comportement du béton obtenue avec la loi de La Borderie.

La comparaison des courbes entre les modélisations A et B montrent qu'il n'y a pas de grandes différences.

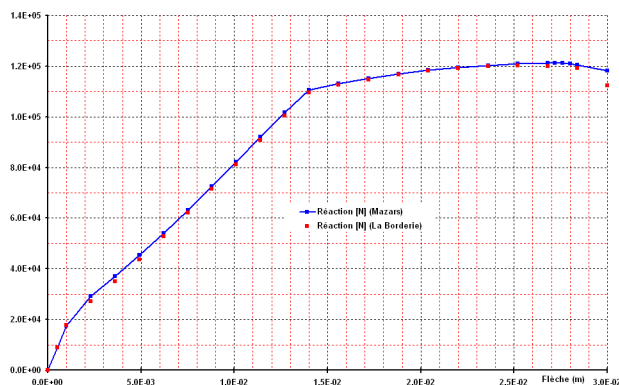


Figure Réaction sur un appui, en fonction de la flèche au centre.

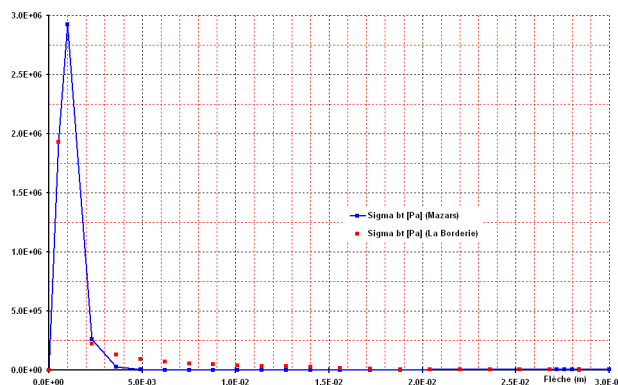


Figure 5-b : Contrainte béton tendu, en fonction de la flèche au centre.

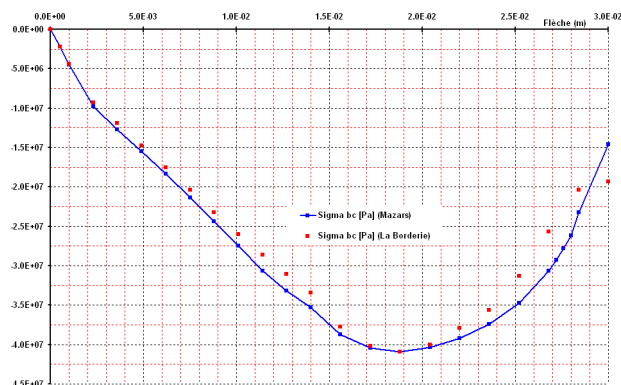


Figure Contrainte béton comprimé, en fonction de la flèche au centre.

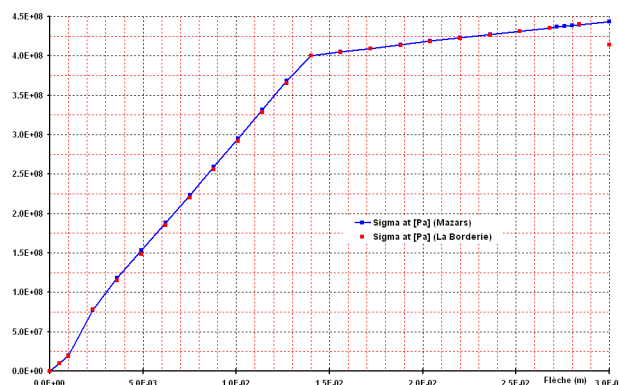


Figure : Contrainte acier tendu, en fonction de la flèche au centre.

Contrairement à la modélisation "a", il n'y a pas de raffinement particulier des pas de temps à réaliser. Le calcul se déroule sans problème. Pour la modélisation "a" il y a 22 pas de temps, ce qui correspond à 800 itérations de Newton pour le calcul complet. Pour la modélisation "b" il y a 26 pas de temps (déclenchement d'une subdivision pour non convergence en 10 itérations), ce qui correspond à 110 itérations de Newton pour le calcul complet. Le temps CPU est relié au nombre d'itérations global de Newton. La modélisation "b" converge 10 fois plus rapidement que la modélisation "a", pour des résultats comparables.