

## SDNV107 – Poutre plastique en traction condensée dynamiquement

---

### Résumé :

Ce test met en œuvre la résolution dynamique de plusieurs domaines sur base de Ritz par l'opérateur `DYNA_NON_LINE` avec calcul transitoire réduit aux domaines non linéaires et prise en compte une fois pour toutes de domaines linéaires déjà condensés dynamiquement par cette base de Ritz contenant les modes propres de chaque sous-domaine ainsi que les modes statiques de liaison entre sous-domaines.

On y présente comme cas d'application une poutre avec loi de comportement plastique soumise à une force de traction sinusoïdale appliquée en son extrémité. Le calcul dynamique non linéaire ne s'applique qu'au tiers extrême de la poutre, le reste étant condensé dynamiquement.

Les déplacements maximaux obtenus en extrémité sont comparés à ceux obtenus par un calcul dynamique direct avec `DYNA_NON_LINE` sur l'ensemble de la poutre qui constituent les résultats de référence.

Une seconde modélisation alternative est ajoutée pour la même géométrie: elle met en œuvre la méthode de condensation dynamique par macro-éléments statiques. Cette fois-ci, on condense par un seul macro-élément statique les deux domaines de comportement linéaire et on réduit également le domaine de calcul non linéaire au tiers extrême de la poutre. On y procède à la même comparaison des déplacements maximaux obtenus en extrémité aux résultats de référence du calcul dynamique direct sur l'ensemble de la poutre.

La comparaison est concluante pour les 2 modélisations.

Une troisième modélisation introduite est semblable à la première. On permute simplement les rôles du premier et du troisième sous-modèle par rapport à la modélisation A afin d'introduire le chargement sur un domaine condensé pour tester le mot-clé `EXCIT_GENE`. D'autre part, on procède à une reprise de calcul en calculant une deuxième évolution sur modèle réduit où on utilise comme conditions initiales les déplacements, vitesses et accélérations généralisées issues de la projection sur la base de Ritz des champs de la première évolution à l'instant de reprise du second calcul.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

On considère une poutre droite de longueur  $30\text{ m}$ , de section carrée  $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ , fractionnée en 3 sous-modèles de  $10\text{ m}$  de longueur chacun.

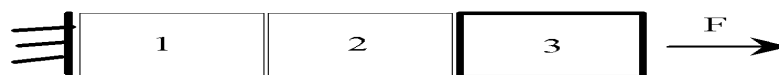


Figure 1.1-1 : Géométrie de l'ensemble de la poutre en traction.

### 1.2 Propriétés des matériaux

On considère un matériau dont les caractéristiques de comportement linéaire (module d'Young  $E$ , coefficient de Poisson  $\nu$ , masse volumique  $\rho$ ) sont résumées dans le tableau ci-après :

| Matériau | $E$<br>[ Pa ] | $\rho$<br>[ kg/m <sup>3</sup> ] | $\nu$ |
|----------|---------------|---------------------------------|-------|
| -        | 4.0 E11       | 1000                            | 0.    |

Tableau 1.2-1 : Caractéristiques mécaniques linéaires du matériau.

Ces caractéristiques linéaires sont affectées aux deux premiers sous-modèles. Le troisième sous-modèle possède également ces caractéristiques ainsi que des caractéristiques de comportement plastique isotrope linéaire avec un module plastique de  $4.0\text{ E10 Pa}$  au-delà d'une limite de contrainte de  $80\text{ MPa}$ .

### 1.3 Conditions aux limites et chargements mécaniques

La poutre est encastree à l'extrémité gauche du sous-modèle 1 et libre à l'extrémité droite du sous-modèle 3. Pour le calcul des modes propres de chaque sous-structure ainsi que des modes statiques des liaisons entre sous-structures 1 et 2 d'une part, 2 et 3 d'autre part, on encastre également au niveau de ces liaisons.

L'excitation de la structure est réalisée en appliquant à l'extrémité droite  $P3$  du sous-modèle 3 une force de traction sinusoïdale en temps dans la direction horizontale  $X$  de fréquence  $50\text{ Hz}$  et de module  $100\text{ MNewtons}$ .

---

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est obtenue par un calcul dynamique direct avec `DYNA_NON_LINE` sur l'ensemble des sous-modèles.

### 2.2 Résultats de référence

On retient comme résultats de référence les déplacements maximaux obtenus en extrémité droite du sous-modèle 3 par un calcul dynamique direct avec `DYNA_NON_LINE` sur l'ensemble des sous-modèles.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Chaque sous-modèle est maillé par des éléments massifs HEXA8 avec  $8 \times 8$  éléments pour représenter la section carrée de  $1\text{ m} \times 1\text{ m}$  et 10 éléments selon la longueur de  $10\text{ m}$ .

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Chacun des 3 sous-modèles est donc constitué de 640 mailles HEXA8 comprenant 891 nœuds soit 2773 degrés de liberté. L'ensemble comprend 1920 mailles, 2511 nœuds et 7533 degrés de liberté.

### 3.3 Paramètres du calcul

Le calcul dynamique est mené sur un intervalle de  $0.014\text{ s}$  par pas de temps de  $8.333\text{ E}-6\text{ s}$ . L'archivage est réalisé pour chaque pas de temps de  $5.\text{ E}-4\text{ s}$ .

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

| Identification                    | Référence                      | Tolérance |
|-----------------------------------|--------------------------------|-----------|
| DEPL P3 - DX ( $0.005\text{ s}$ ) | $1.12284\text{ E}-2\text{ m}$  | 0.1 %     |
| DEPL P3 - DX ( $0.014\text{ s}$ ) | $-1.00389\text{ E}-2\text{ m}$ | 0.1 %     |
| VITE P3 - DX ( $0.003\text{ s}$ ) | $4.13173\text{ m/s}$           | 0.1 %     |
| DEPL P3 - DX ( $0.005\text{ s}$ ) | $1.13478\text{ E}-2\text{ m}$  | 1.1 %     |
| DEPL P3 - DX ( $0.014\text{ s}$ ) | $-0.99345\text{ E}-2\text{ m}$ | 1.1 %     |

## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

On condense dans un même macro-élément statique les deux premiers sous-modèle maillés chacun par des éléments massifs HEXA8 avec  $8 \times 8$  éléments pour représenter la section carrée de  $1\text{m} \times 1\text{m}$  et 10 éléments selon la longueur de  $10\text{m}$ . Le troisième sous-modèle sur lequel porte l'analyse dynamique non linéaire a exactement la même discrétisation.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Chacun des 3 sous-modèles est donc constitué de 640 mailles HEXA8 comprenant 891 nœuds soit 2773 degrés de liberté. L'ensemble comprend 1920 mailles, 2511 nœuds et 7533 degrés de liberté.

### 5.3 Paramètres du calcul

Le calcul dynamique est mené sur un intervalle de  $0.014\text{s}$  par pas de temps de  $2.5\text{E}-4\text{s}$ . L'archivage est réalisé pour chaque pas de temps de  $5.\text{E}-4\text{s}$ .

## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

| Identification                    | Référence                    | Tolérance |
|-----------------------------------|------------------------------|-----------|
| DEPL P3 - DX ( $0.005\text{s}$ )  | $1.13490\text{E}-2\text{m}$  | 0.1 %     |
| DEPL P3 - DX ( $0.014\text{s}$ )  | $-0.99339\text{E}-2\text{m}$ | 0.1 %     |
| VITE P3 - DX ( $0.0035\text{s}$ ) | $3.99430\text{m/s}$          | 0.1 %     |
| DEPL P2 - DX ( $0.005\text{s}$ )  | $6.97145\text{E}-3\text{m}$  | 0.1 %     |
| DEPL P3 - DX ( $0.005\text{s}$ )  | $1.13478\text{E}-2\text{m}$  | 0.2 %     |
| DEPL P3 - DX ( $0.014\text{s}$ )  | $-0.99345\text{E}-2\text{m}$ | 0.2 %     |

## 7 Modélisation C

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Chaque sous-modèle est maillé par des éléments massifs HEXA8 avec  $8 \times 8$  éléments pour représenter la section carrée de  $1\text{ m} \times 1\text{ m}$  et 10 éléments selon la longueur de  $10\text{ m}$ .

Les caractéristiques de comportement plastique isotrope linéaire avec un module plastique de  $4.0\text{ E}10\text{ Pa}$  au-delà d'une limite de contrainte de  $80\text{ MPa}$  sont appliquées cette fois-ci au premier sous-modèle à la place du troisième sous-modèle par rapport à la modélisation A. Ceci permet de tester le mot-clé `EXCIT_GENE` de `DYNA_NON_LINE`. On procède aussi à une reprise de calcul en calculant une deuxième évolution sur modèle réduit où on utilise comme conditions initiales les déplacements, vitesses et accélérations généralisées issues de la projection sur la base de Ritz des champs de la première évolution à l'instant de reprise du second calcul.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Chacun des 3 sous-modèles est donc constitué de 640 mailles HEXA8 comprenant 891 nœuds soit 2773 degrés de liberté. L'ensemble comprend 1920 mailles, 2511 nœuds et 7533 degrés de liberté.

### 7.3 Paramètres du calcul

Le calcul dynamique est mené sur un intervalle de  $0.016\text{ s}$  par pas de temps de  $8.333\text{ E}-6\text{ s}$ . L'archivage est réalisé pour chaque pas de temps de  $5.\text{ E}-4\text{ s}$ . On procède donc à une reprise de calcul en calculant une deuxième évolution avec des conditions initiales issues des champs de la première évolution à l'instant de reprise de  $4.\text{ E}-3\text{ s}$ .

## 8 Résultats de la modélisation C

### 8.1 Valeurs testées

| Identification                     | Référence                      | Tolérance |
|------------------------------------|--------------------------------|-----------|
| DEPL P3 - DX ( $0.0055\text{ s}$ ) | $1.17404\text{ E}-2\text{ m}$  | 0.1 %     |
| DEPL P3 - DX ( $0.016\text{ s}$ )  | $-1.13248\text{ E}-2\text{ m}$ | 0.1 %     |
| VITE P3 - DX ( $0.003\text{ s}$ )  | $3.95547\text{ m/s}$           | 0.1 %     |
| DEPL P3 - DX ( $0.0055\text{ s}$ ) | $1.17615\text{ E}-2\text{ m}$  | 0.2 %     |

## 9 Synthèse des résultats

Pour la modélisation A, les résultats de référence des deux premiers maxima obtenus par réponse directe (courbe rouge) sont bien retrouvés par le calcul sur base modale de Ritz sans correction statique (courbe verte) à 1.1 % environ pour un gain de temps de calcul de rapport 4 environ. L'adjonction d'un mode de correction statique dû à la sollicitation en traction ramène cet écart à moins de 0.3 %.

Pour la modélisation B, on retrouve assez exactement les résultats de référence.  
La modélisation C donne des résultats analogues à ceux de la modélisation A.

