

## TTLV301 - Parallélépipède soumis à une température imposée sur ses faces

---

### Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en thermique transitoire linéaire.

Il s'agit d'un problème volumique représenté par une seule modélisation (3D).

Les fonctionnalités testées sont les suivantes :

- élément thermique volumique,
- algorithme de thermique transitoire,
- conditions limites : température imposée.

Les résultats sont comparés à une solution analytique.

## 1 Problème de référence

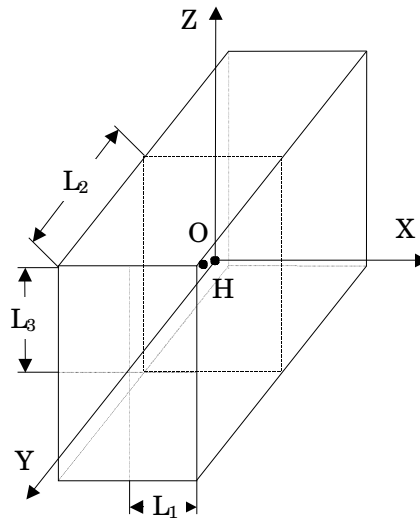
### 1.1 Géométrie

Dimensions du parallélépipède: 2m x 3.2m x 4m

- $L_1 = 1.0$  m
- $L_2 = 1.6$  m
- $L_3 = 2.0$  m

Point O (0.,0.,0.)

Point H (0.5,0.8,1.0)



### 1.2 Propriétés du matériau

|                             |                        |
|-----------------------------|------------------------|
| $\lambda = 1. W/m^{\circ}C$ | conductivité thermique |
| $c_p = 1. J/kg^{\circ}C$    | chaleur spécifique     |
| $\rho = 1. kg/m^3$          | masse volumique        |

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Température imposée sur les 6 faces  $T = 2^{\circ}C = T_w$

### 1.4 Conditions initiales

$$T(t=0) = 1^{\circ}C = T_0$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$T_{(x,y,z,t)} = T_w + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} a_{mnl} \exp(-\kappa_{mnl}^2 \alpha \cdot t) T_{\cos_{(x,y,z,m,n,l)}}$$

$$\text{avec } T_{\cos_{(x,y,z,m,n,l)}} = \cos\left(\frac{(2m-1)\pi x}{2L_1}\right) \cos\left(\frac{(2n-1)\pi y}{2L_2}\right) \cos\left(\frac{(2l-1)\pi z}{2L_3}\right)$$

$$a_{mnl} = \frac{64(T_0 - T_w)}{\pi^3 (2m-1)(2n-1)(2l-1)} \sin\left(\frac{(2m-1)\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{(2n-1)\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{(2l-1)\pi}{2}\right)$$

$$\kappa_{mnl} = \left(\frac{(2m-1)\pi}{2L_1}\right)^2 + \left(\frac{(2n-1)\pi}{2L_2}\right)^2 + \left(\frac{(2l-1)\pi}{2L_3}\right)^2$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

Les valeurs de référence sont obtenues avec  $m=n=l=100$ .

### 2.2 Résultats de référence

Température aux points :  $O(0,0,0)$  et  $H(0.5,0.8,1.)$

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

### 2.4 Références bibliographiques

- M.J Chang, L.C Chow, W.S Chang, "Improved alternating direction implicit for solving transient three dimensional heat diffusion problems", Numerical Heat Transfer, vol 19, pp 69-84, 1991.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

3D (HEXA27)

Modélisation 1/8 du parallélépipède

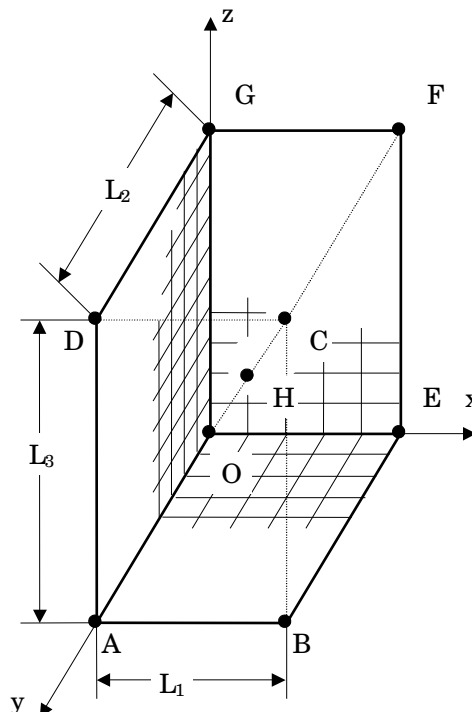
Maillage:

- 5 éléments suivant x
- 8 éléments suivant y
- 10 éléments suivant z

Conditions limites:

- faces [ABCD], [BEFC], [DCFG]:  $T = 2^{\circ}\text{C}$
- faces [ABEO], [AOGD], [OEFH]:  $\varphi = 0$ .

| Points | x    | y    | z    | Noeud |
|--------|------|------|------|-------|
| O      | 0.00 | 0.00 | 0.00 | N5    |
| H      | 0.50 | 0.80 | 1.00 | N1075 |



### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 3927  
Nombre de mailles et types : 400 HEXA27

### 3.3 Remarques

La condition limite  $\varphi = 0$  est implicite sur les bords libres.

Discretisation du temps : 24 intervalles entre 0. et 1.2 s :

|             |            |                          |           |
|-------------|------------|--------------------------|-----------|
| de $t=0.00$ | à $t=0.02$ | : 4 intervalles de 0.005 | secondes. |
| de $t=0.02$ | à $t=0.05$ | : 3 intervalles de 0.01  | secondes. |
| de $t=0.05$ | à $t=0.15$ | : 4 intervalles de 0.025 | secondes. |
| de $t=0.15$ | à $t=0.4$  | : 5 intervalles de 0.05  | secondes. |
| de $t=0.4$  | à $t=1.2$  | : 8 intervalles de 0.1   | secondes. |

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

| Identification            | Référence | Aster   | % différence | Tolérance |
|---------------------------|-----------|---------|--------------|-----------|
| Point <i>O</i>            |           |         |              |           |
| <i>N5(0.,0.,0.)</i>       |           |         |              |           |
| <i>t=0.1 s</i>            | 1.05137   | 1.04934 | -0.193       | 1%        |
| <i>t=0.2 s</i>            | 1.24768   | 1.24181 | -0.471       | 1%        |
| <i>t=0.3 s</i>            | 1.45136   | 1.44378 | -0.522       | 1%        |
| <i>t=0.5 s</i>            | 1.73684   | 1.72955 | -0.420       | 1%        |
| <i>t=0.7 s</i>            | 1.88010   | 1.87516 | -0.263       | 1%        |
| <i>t=1.0 s</i>            | 1.96406   | 1.96191 | -0.110       | 1%        |
| <i>t=1.2 s</i>            | 1.98398   | 1.98282 | -0.059       | 1%        |
| Point <i>H</i>            |           |         |              |           |
| <i>N1075(0.5,0.8,1.0)</i> |           |         |              |           |
| <i>t=0.1 s</i>            | 1.33579   | 1.32490 | -0.816       | 1%        |
| <i>t=0.2 s</i>            | 1.61081   | 1.60337 | -0.462       | 1%        |
| <i>t=0.3 s</i>            | 1.75959   | 1.75424 | -0.304       | 1%        |
| <i>t=0.5 s</i>            | 1.90017   | 1.89718 | -0.157       | 1%        |
| <i>t=0.7 s</i>            | 1.95657   | 1.95478 | -0.091       | 1%        |
| <i>t=1.0 s</i>            | 1.98723   | 1.98646 | -0.039       | 1%        |
| <i>t=1.2 s</i>            | 1.99433   | 1.99391 | -0.021       | 1%        |

---

## 5 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus sont satisfaisants. L'écart maximum obtenu (0.816%), est situé au point  $H$  placé à mi-distance entre la surface extérieure et le centre du parallélépipède. Au bout de 1.2s, cet écart diminue, le maximum obtenu est alors de 0.059% (point  $O$  : centre du parallélépipède).

Ce test a permis de tester en linéaire transitoire la modélisation 3D avec des mailles HEXA27.