TTNL100 – Source thermique non-linéaire, solution homogène en espace

Résumé :

Ce test vérifie le calcul thermique en présence d'un chargement de source non-linéaire, dépendant de la température.

La solution de référence est analytique. La pièce considérée dans les deux modélisations est un élément unique :

- un élément TRIA3 pour une modélisation plane
- un élément PENTA6 pour un modélisation 3D

La température étant homogène dans l'élément, le calcul peut être considéré comme 0D.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La pièce considérée dans les deux modélisations est un élément unique :

- un élément TRIA3 pour une modélisation plane
- un élément PENTA6 pour un modélisation 3D

La température étant homogène dans l'élément, le calcul peut être considéré comme 0D.

1.2 Propriétés du matériau

$\lambda=0$	conductivité thermique
$\rho C=2$	chaleur volumique

1.3 Conditions aux limites et chargements

Chargement de source volumique non-linéaire, fonction de la température :
$s(T)=2-2\times w\times T$ avec $w=2$

Les conditions aux limites sont adiabatiques, ce qui correspond au défaut dans *Code_Aster* .

La plage temporelle $[0.;1.]$ est discrétisée en 100 pas de temps (durée de chaque pas de temps égale à 0.01).

1.4 Conditions initiales

$T0=0$ dans tout l'élément.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Dans ce problème, les conditions aux limites sont adiabatiques, la température initiale est constante égale à T_0 et le chargement est réduit à la source de chaleur fonction de la température $r(T)=r_0-r_1 T$ où r_1 est positif pour des questions de stabilité thermique. Ces conditions assurent bien une solution homogène en espace. L'équation de la chaleur se réduit à :

$$\rho C_p \dot{T}=r_0-r_1 T \; ; \; T(0)=T_0 \qquad \text{[éq1]}$$

Par normalisation, on peut se ramener sans perte de généralité à l'équation suivante :

$$\dot{u}=1-\omega u \; ; \; u(0)=0 \qquad \text{[éq2]}$$

La solution de cette équation différentielle du premier ordre est alors :

$$u(t)=\frac{1}{\omega}(1-e^{-\omega t})$$

Plutôt que de remonter de u solution de [éq2] à T solution de [éq1], on préfère adopter le jeu de paramètres suivants, sans prêter garde aux unités, qui conduit à $T=u$: $T_0=0$, $r_0=\rho C$ et $r_1=\omega r_0$.

2.2 Résultats de référence

Le cas-test est mené avec $\omega=2$ et on examine la température à $t=1$ en un nœud quelconque de l'élément. Les données sont les suivantes :

Conductivité thermique	LAMBDA	0.
Capacité calorifique volumique	RHO_CP	2.
Température initiale	T_0	0.
Source de chaleur	r_0 r_1	2. 4.

Grandeur testée	T ($t=1$)
Valeur de référence	0.432332

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le maillage de cette modélisation est composé d'un élément TRIA3 unique en modélisation `PLAN` , dont les dimensions n'importent pas puisque la solution est homogène en espace.

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

La solution est conforme à la valeur analytique à moins de 0.05 %.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le maillage de cette modélisation est composé d'un élément PENTA6 unique en modélisation `3D` , dont les dimensions n'importent pas puisque la solution est homogène en espace.

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

La solution est conforme à la valeur analytique à moins de 0.05 %.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Synthèse des résultats

Les résultats sont conformes à la solution analytique.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)