

SSLV07 - Étirement d'un parallélépipède sous son propre poids

Résumé :

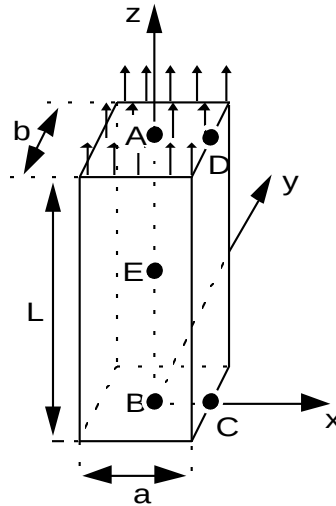
Ce test statique 3D permet de valider les fonctionnalités suivantes :

- chargement en poids propre (pesanteur ou force interne) et en pression uniforme,
- calcul de l'énergie potentielle de la structure,
- estimateur d'erreur en résidu (modélisation B)
- éléments incompressibles (modélisation D).

Il comprend 4 modélisations. Son intérêt réside dans la mise en évidence de l'effet du coefficient de Poisson (contraction transversale).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Hauteur : $L = 3 \text{ m}$
 Largeur : $a = 1 \text{ m}$
 Epaisseur : $b = 1 \text{ m}$

Coordonnées des points (en mètres) :

	A	B	C	D	E
x	0.	0.	0.5	0.5	0.
y	0.	0.	0.	0.	0.
z	3.	0.	0.	3.	1.5

1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.3$$

$$\rho = 7\,800 \text{ kg/m}^3$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Point A : $(u=v=w=0, \theta_x=\theta_y=\theta_z=0)$

Poids propre suivant l'axe z

Contrainte uniforme à la traction pour la face supérieure : $\sigma_z = \rho g L = +229\,554. \text{ Pa}$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est celle donnée dans la fiche SSLV07/89 du guide VPCS qui présente la méthode de calcul de la façon suivante :

Déplacements :

$$u = -\frac{\nu \rho g x z}{E}$$

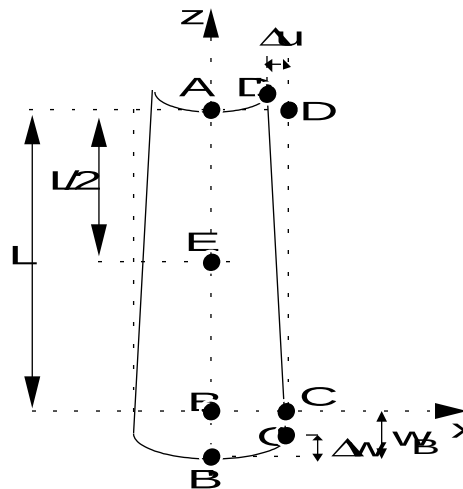
$$v = -\frac{\nu \rho g y z}{E}$$

$$w = \frac{\rho g z^2}{2E} + \frac{\nu \rho g}{2E}(x^2 + y^2) - \frac{\rho g L^2}{2E}$$

Contraintes :

$$\sigma_{zz} = \rho g z$$

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$$



2.2 Résultats de référence

Déplacement des points B , C , D et E .

Contraintes σ_{zz} en A et E .

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

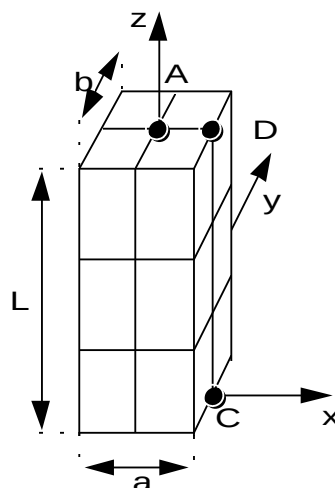
2.4 Références bibliographiques

- 1) S.P. TIMOSHENKO. Théorie de l'élasticité. Paris. Librairie Polytechnique. Ch. Béranger, p.279 à 282 (1961).

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

3D



Découpage : 3 en hauteur
2 en largeur et épaisseur
mailles hexa20

Conditions limites : $DX=DY=0$ sur AB , $DY=0$ en D , $DZ=0$ en A

Noms des nœuds : *Point A = N59* *Point B = N53*
Point C = N12 *Point D = N18*
Point E = N56

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 111

Nombre de mailles et types : 12 HEXA20

3.3 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Type de valeur (m)	Référence
Point <i>B</i>	U_B	0.
	V_B	0.
	W_B	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$
Point <i>C</i>	U_C	0.
	V_C	0.
	W_C	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$
Point <i>D</i>	U_D	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$
	V_D	0.
	W_D	$1.434713 \cdot 10^{-8}$

Point E	U_E	0.
	V_E	0.
	W_E	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$
(Pa)		
Point A	σ_{zz}	$2.29554 \cdot 10^5$
Point E	σ_{zz}	$1.14777 \cdot 10^5$

3.4 Remarques

La modélisation en HEXA20 est tout à fait acceptable pour ce maillage grossier. Cette modélisation permet également de tester la bonne prise en compte de l'application de la pesanteur à une liste de mailles ou de groupes de mailles ciblée.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

3D

Découpage : 12 en hauteur
8 en largeur et épaisseur
mailles HEXA8

Conditions limites : $DX = DY = 0$ sur AB , $DY = 0$ en D , $DZ = 0$ en A

Noms des nœuds : *Point A = N533* *Point B = N521*
Point C = N989 *Point D = N1001*
Point E = N527

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1053
Nombre de mailles et types : 768 HEXA8

4.3 Remarques

Cette modélisation permet de tester l'estimateur d'erreur en résidu en 3D.

4.4 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Type de valeur (m)	Référence
Point B	U_B	0.
	V_B	0.
	W_B	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$
Point C	U_C	0.
	V_C	0.
	W_C	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$
Point D	U_D	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$
	V_D	0.
	W_D	$1.434713 \cdot 10^{-8}$
Point E	U_E	0.
	V_E	0.
	W_E	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$
	(Pa)	
Point A	σ_{zz}	$2.29554 \cdot 10^5$
HEX12	erreur relative	1.15
HEX600	erreur relative	1.30

4.5 Remarques

Le maillage reste insuffisant pour une modélisation en HEXA8. L'erreur relative globale est faible (3%) mais dépasse 20% sur certaines mailles.

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

3D

Découpage : 12 en hauteur
8 en largeur et épaisseur
mailles hexa8

Conditions limites : $DX=DY=0$ sur AB , $DY=0$ en D , $DZ=0$ en A

Noms des nœuds : *Point A = N533* *Point B = N521*
Point C = N989 *Point D = N1001*
Point E = N527

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1053

Nombre de mailles et types : 768 HEXA8

5.3 Remarques

Cette modélisation permet de tester le mot-clé `FORCE_INTERNE` dans `AFFE_CHAR_MECA_F`.

5.4 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Type de valeur (m)	Référence
Point <i>B</i>	U_B	0.
	V_B	0.
	W_B	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$
Point <i>C</i>	U_C	0.
	V_C	0.
	W_C	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$
Point <i>D</i>	U_D	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$
	V_D	0.
	W_D	$1.434713 \cdot 10^{-8}$
Point <i>E</i>	U_E	0.
	V_E	0.
	W_E	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$
Point <i>A</i>	(Pa)	
	σ_{zz}	$2.29554 \cdot 10^5$

5.5 Remarques

Le maillage reste insuffisant pour une modélisation en HEXA8.

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

3D

Découpage : 3 en hauteur
2 en largeur et épaisseur
mailles hexa20

Conditions limites : $DX=DY=0$ sur AB , $DY=0$ en D , $DZ=0$ en A

Noms des nœuds : *Point A = N59* *Point B = N53*
Point C = N12 *Point D = N18*
Point E = N56

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 111

Nombre de mailles et types : 12 HEXA20

6.3 Grandeurs testées et résultats

Localisation	Type de valeur (m)	Référence
Point <i>B</i>	U_B	0.
	V_B	0.
	W_B	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$
Point <i>C</i>	U_C	0.
	V_C	0.
	W_C	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$
Point <i>D</i>	U_D	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$
	V_D	0.
	W_D	$1.434713 \cdot 10^{-8}$
Point <i>E</i>	U_E	0.
	V_E	0.
	W_E	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$
	(Pa)	
Point <i>A</i>	σ_{zz}	$2.29554 \cdot 10^5$
Point <i>E</i>	σ_{zz}	$1.14777 \cdot 10^5$

6.4 Remarques

Les éléments incompressibles HEXA20 donnent les mêmes résultats que les éléments standards.

7 Synthèse des résultats

Type de valeur (m)	Référence	Aster Hexa20 (A)	Aster Hexa8 (B)
U_B	0.		
V_B	0.		
W_B	$-1.721655 \cdot 10^{-6}$	< 0.1%	< 0.1%
U_C	0.		x
V_C	0.		
W_C	$-1.707308 \cdot 10^{-6}$	< 0.1%	0.1%
U_D	$-1.721655 \cdot 10^{-7}$	< 0.1%	-2.2%
V_D	0.		
W_D	$1.434713 \cdot 10^{-8}$	-0.2%	-15.5%
U_E	0.		
V_E	0.		
W_E	$-1.291241 \cdot 10^{-6}$	< 0.1%	< 0.1%
(Pa)			
$A \sigma_{zz}$	$2.29554 \cdot 10^5$	< 0.1%	-5.3%
$E \sigma_{zz}$	$1.14777 \cdot 10^5$	< 0.1%	< 0.1%

Modélisation : A (HEXA20 découpage : 3 en Z , 2 en X et Y)
B (HEXA8 découpage : 12 en Z , 8 en X et Y)

La modélisation en HEXA8 nécessiterait un maillage beaucoup plus fin.