FORMA01 - Travaux pratiques de la formation « Initiation » : calcul d'une plaque trouée en élastique et adaptation de maillage

Résumé :

Ce test 2D en contraintes planes quasi-statique permet une prise en main de la plate-forme Salome-Meca sur un cas simple en élasticité linéaire.

Il s'agit d'une plaque rectangulaire homogène, trouée en son centre, qui est soumise à une traction à ses extrémités.

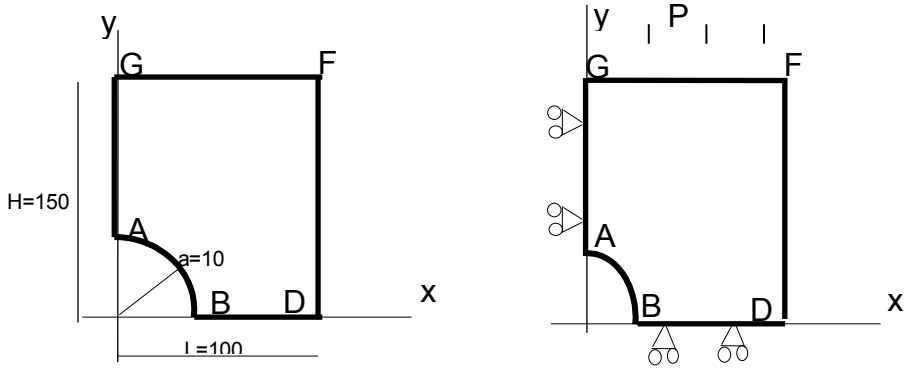
Dans un premier temps, on indique comment construire la géométrie puis le maillage et comment mettre en donnée l'étude. Dans un second temps, on procédera à l'adaptation du maillage.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Il s'agit d'une plaque rectangulaire, comportant un trou, modélisée en $2D$ contraintes planes. On modélise seulement un quart de la plaque grâce aux symétries. Les dimensions sont données en mm .



1.2 Conditions aux limites et chargements

Conditions de symétrie :

La plaque est bloquée suivant Ox le long du côté AG et suivant Oy le long du côté BD .

Chargement en contrainte imposée :

Elle est soumise à une traction $P=100$ suivant Oy répartie sur le côté FG .

1.3 Propriétés des matériaux

Les caractéristiques sont :

- Module d'Young $E=200\,000\,MPa$
- Coefficient de Poisson $\nu=0,3$
- Limite d'élasticité : $200\,MPa$

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Solution élastique

En élasticité, pour une plaque **infinie,** comportant un trou de diamètre a , soumise à un chargement P selon y à l'infini, la solution analytique en contraintes planes et coordonnées polaires (r,θ) est [bib1] :

$$\sigma_{rr}=\frac{P}{2}\left[\left(1-\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)-\left(1-4\left(\frac{a}{r}\right)^2+3\left(\frac{a}{r}\right)^4\right)\cos 2\theta\right]$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\frac{P}{2}\left[\left(1+\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)+\left(1+3\left(\frac{a}{r}\right)^4\right)\cos 2\theta\right]$$

$$\sigma_{r\theta}=\frac{P}{2}\left[\left(1+2\left(\frac{a}{r}\right)^2-3\left(\frac{a}{r}\right)^4\right)\sin 2\theta\right]$$

En particulier, au bord du trou ($r=a$) : $\sigma_{\theta\theta}=P[(1+2\cos 2\theta)]$

Et le long de l'axe x : $\sigma_{\theta\theta}=\sigma_{yy}=\frac{P}{2}\left[\left(1+\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)+\left(1+3\left(\frac{a}{r}\right)^4\right)\right]$

Numériquement, pour $P=1\,MPa$, et pour une plaque **infinie**, on a :

Point	Composante	MPa
A	$SIXX$	–1
B	$SIYY$	3

Pour une plaque de dimension **finie**, les abaques [bib1] permettent d'obtenir le coefficient de concentration de contraintes, et on trouve que pour une traction de $1\,MPa$, $SIYY$ maximum vaut environ $3{,}03\,MPa$ au point B .

2.2 Références bibliographiques

[1] Analyse limite des structures fissurées et critères de résistance. F. VOLDOIRE : Note EDF/DER/HI/74/95/26 1995

[2] Stress concentration factors. R.E. PETERSON Ed. J. WILEY p150

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Déroulement du TP

Il s'agit de mener à bien le calcul élastique en générant la géométrie et le maillage à l'aide de SalomeMeca, et le fichier de commandes Aster à l'aide d'Eficas et de l'assistant. La modélisation est C_PLAN élastique. Un quart de la plaque est modélisé. On définira également les commandes nécessaires au dépouillement (tracés de courbes et post-traitements graphiques).

3.1.1 Géométrie

On créera la face plane du quart supérieur droit le la plaque.

Les principales étapes sont après le lancement du module GEOM de Salome-Meca :

Création du contour : On peut par exemple utiliser New Entity / Base / Sketch2D. Il est plus simple de tourner dans le sens direct, en commençant par le point B par exemple, de coordonnées $(10,0)$. En partant de B , pour l'arc de cercle, utiliser « Perpendicular », et définir l'angle et le rayon. Puis donner les autres points par leurs coordonnées absolues. Terminer par « Sketch Closure ». On obtient alors un contour fermé (Wire1).
Création de la face : New Entity / Build / Face en se basant sur le contour Wire1.
Création des groupes : Il faut construire les groupes (de « edges ») sur lesquels s'appuieront les conditions aux limites (symétries et chargement). Pour cela sélectionner « Create Group » en sélectionnant l'objet face (clic-droit), puis sélectionner le type d'entité géométrique (ici la ligne), sélectionner le bord directement sur le graphique. Ensuite il faut cliquer sur « Add ». Un numéro d'objet doit alors apparaître. On peut changer le nom du groupe avant de la valider par « Apply ». Construire ainsi les 3 groupes de bord utiles pour le calcul.

3.1.2 Maillage

On créera un maillage plan du quart supérieur droit le la plaque, en éléments d'ordre 2, pour avoir une précision suffisante.
Les principales étapes sont après le lancement du module SMESH de Salome-Meca :

Création du maillage : *Create Mesh* , sélection de la géométrie à mailler, puis de l'algorithme de discrétisation : ici *Netgen1D-2D* avec l'hypothèse *Netgen2D Parameters* et les valeurs *Fine* et *Second order* .
Calcul du maillage : *Compute* On obtient alors un maillage libre qui comporte environ 113 TRIA6 et 250 nœuds.
Création des groupes du maillage : On crée les groupes de mailles correspondants aux groupe géométriques par *Create Groups From Geometry*, sélection de tous les groupes géométriques : on obtient 3 groupes d'*edges* sur le maillage. On nommera ces groupes : *gauche* , *bas* , *haut* .
Export du maillage au format MED.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Remarques :

Ce maillage est suffisamment fin (avec des éléments quadratiques) pour avoir une bonne approximation de la solution en élasticité : par exemple si on compare $\sigma_{\theta\theta}$ sur le bord du trou par rapport à la solution analytique, on obtient un écart de moins de 5%.

La géométrie et les paramètres de maillage sont définis dans le fichier `forma01a.datg` associé au test. Le maillage produit est stocké dans le fichier `forma01a.mmed`.

3.2 Création et lancement du cas de calcul via astk

On ouvre le module ASTER et à l'aide d'Eficas, on définit le fichier de commandes du cas de calcul.

Les principales étapes sont :

Lecture du maillage (LIRE_MAILLAGE) au format MED ;
Définition des éléments finis utilisés (AFFE_MODELE) avec une modélisation C_PLAN ;
Réorientation des normales aux éléments : on utilisera MODI_MAILLAGE/ ORIE_PEAU_2D pour orienter tous les éléments de la même façon, avec une normale tournée vers l'extérieur (utiliser le groupe 'haut') ;
Définition et affectation du matériau (DEFI_MATERIAU et AFFE_MATERIAU) ;
Définition des conditions limites et chargements (AFFE_CHAR_MECA) ;
Symétrie sur le quart de plaque (DDL_IMPO) ;
Traction (FORCE_CONTOUR ou PRES_REP) ;
Résolution du problème élastique (MECA_STATIQUE) ;
Calcul du champ de contraintes par éléments aux noeuds (option 'SIGM_ELNO' de CALC_CHAMP) ; on enrichira le concept issu de MECA_STATIQUE en reprenant le même nom de concept.
Calcul du champ de contraintes équivalentes par éléments aux noeuds (option 'SIEQ_ELNO' de CALC_CHAMP/CRITERES) ; on enrichira le concept issu de MECA_STATIQUE en reprenant le même nom de concept.
Calcul du champ de contraintes équivalentes par éléments aux points de Gauss (option 'SIEQ_ELGA' de CALC_CHAMP) ;on enrichira le concept issu de MECA_STATIQUE en reprenant le même nom de concept.
Impression des résultats au format MED (IMPR_RESU).

On crée un cas de calcul avec le fichier de commande et le maillage. Pour cela on ajoute dans l'onglet étude d'astk une ligne pour le fichier *.comm, *.mmed, *.mess et *.resu. Il faut également en ajouter une pour le fichier de résultat *.rmed.

On lance le cas de calcul.

Remarque :

Bien qu'un peu plus compliqué pour un calcul aussi simple, ce mode de lancement est le plus générique. Il permet d'accéder à toutes les fonctionnalités d'astk et donc de gérer des études complexes comportant de nombreux fichiers de données.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.3 Création et lancement du cas de calcul via le module Aster

On crée un cas de calcul avec l'assistant d'élasticité. On prendra soin lors de la création du cas de calcul de cocher l'option *Save result database* qui permet d'avoir une base contenant tous les résultats.

On lance le cas de calcul.

Remarque :

Les groupes définis sur la géométrie et utilisés dans le calcul sont automatiquement créés sur le maillage s'ils ne sont pas déjà présents.

3.4 Post-traitement des résultats

3.4.1 Utilisation du module de post-traitement Post-Pro

On propose les post-traitements suivants :

- Visualiser la déformée de la plaque (*Deformed Shape*) avec la norme du déplacement en iso-valeurs (*Magnitude coloring*) superposé au maillage initial (*Create representation* sur *onCells* puis passage en représentation *Wireframe*),
- Vérifier à partir de l'iso-valeurs des contraintes aux nœuds que l'on retrouve un rapport 3 entre la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ au bord du trou et la force appliquée.

3.4.2 Utilisation du module de post-traitement Paravis

On propose les post-traitements suivants :

- Importer le fichier de résultats (*Open Paraview File*) puis Apply
- Visualiser le maillage initial (passage en représentation *Wireframe*)
- Visualiser la déformée de la plaque (Filtre *Warp by Vector*) avec la norme du déplacement en iso-valeurs (Vectors = *RESU_DEPL_Vector* *et* *ScaleFactor = 100*) superposé au maillage initial,

Vérifier à partir de l'iso-valeurs des contraintes aux nœuds que l'on retrouve un rapport 3 entre la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ au bord du trou et la force appliquée.

3.4.3 Utilisation de Stanley

Tout calcul Aster produit une base qui correspond à l'ensemble des objets calculés dans une étude. On utilise la possibilité d'ouvrir la base directement en sélectionnant *Run Stanley* par clic-droit sur celle-ci.

Il s'agit en fait d'une poursuite du calcul Aster dans laquelle on peut faire des post-traitements.

On propose les post-traitement suivants :

- Visualiser le champ SIGM_NOEU,
- Tracer la courbe de SIYY le long du segment BD ,
- Visualiser le champ SIEQ_ELGA, champ aux point de Gauss.

Remarques :

Le champ aux points de Gauss est visualisé sous forme de sphères localisées aux points de Gauss des éléments et dont la taille et la couleur varient selon la valeur du champ à cet endroit.

3.5 Grandeurs testées et résultats

Valeur des composantes de contraintes :

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Localisation	Identification	Référence (Analytique)	Tolérance
Nœud B	Contrainte $SIYY$	303.0	5.0%
Nœud A	Contrainte $SIXX$	-100.0	15.0%

Ces tests sur des valeurs analytiques sont doublés par des tests de non-régression.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Déroulement du TP

Il s'agit de mettre en œuvre l'adaptation de maillage à la suite d'un calcul élastique.
On repartira donc de l'étude réalisée lors de la modélisation A.

4.2 Adaptation de maillage

À l'aide d'Eficas, on modifie le fichier de commande pour calculer l'indicateur d'erreur (option 'ERME_ELEM' de CALC_ERREUR)

On lance le calcul et on effectue le post-traitement suivant :

Visualiser SIYY du champ SIEF_ELGA, notamment au bord du trou, et relever la valeur maximale (de l'ordre de $260\,MPa$), Si on est dans PARAVIS, il faut auparavant appliquer le filtre Intégration Points/Gauss Points et passer le mode de représentation de Surface à Point Sprite.
Visualiser la cartographie de l'indicateur d'erreur (champ ERME_ELEM, composante ERREST, erreur totale)

On modifie le fichier de commande pour effectuer une adaptation de maillage et calculer ensuite directement la nouvelle valeur d'indicateur d'erreur :

Insérer la commande MACR_ADAP_MAIL pour une adaptation de type 'RAFFINEMENT' sur le résultat avec le champ d'adaptation 'ERME_ELEM' et la composante 'ERREST' avec un critère de 10% des éléments pour avoir un effet significatif, (on nommera le nouveau maillage MAIL2).
Enchaîner ensuite les commandes AFFE_MODELE, AFFE_MATERIAU, AFFE_CHAR_MECA, MECA_STATIQUE et CALC_CHAMP sur ce nouveau maillage.

On lance le calcul et on effectue le post-traitement suivant :

Voir l'effet de l'adaptation sur le maximum de SIYY du champ de contrainte. Le maximum est maintenant de l'ordre de $280\,MPa$.
Visualiser la cartographie de l'indicateur d'erreur (composante ERREST, erreur totale).

4.3 Grandeurs testées et résultats

Valeur des composantes de contraintes pour le maillage initial et après une adaptation :

Maillage	Localisation	Identification	Référence (Analytique)	Tolérance
1	Nœud B	Contrainte $SIYY$	303.0	5.0%
1	Nœud A	Contrainte $SIXX$	-100.0	15.0%
2	Nœud B	Contrainte $SIYY$	303.0	2.0%
2	Nœud A	Contrainte $SIXX$	-100.0	3.0%

Ces tests sur des valeurs analytiques sont doublés par des tests de non-régression.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Modélisation C

5.1 Déroulement du TP

Il s'agit de mettre en œuvre une adaptation de maillage dans une boucle python sur un calcul élastique.

5.2 Adaptation de maillage

À partir du fichier de commande de la modélisation A, on ajoute une boucle python pour effectuer deux adaptations. On pourra se reporter au fichier `forma01c.comm`.

On lance le calcul et on effectue le post-traitement suivant :

Voir l'effet de l'adaptation sur le maximum de `SIYY` du champ de contrainte. Le maximum est maintenant de l'ordre de $280\,MPa$.
Visualiser la cartographie de l'indicateur d'erreur (composante `ERREST`, erreur totale)

5.3 Grandeurs testées et résultats

Valeur des composantes de contraintes pour le maillage initial et après une adaptation :

Maillage	Localisation	Identification	Référence (Analytique)	Tolérance
1	Nœud B	Contrainte $SIYY$	303.0	5.0%
1	Nœud A	Contrainte $SIXX$	-100.0	15.0%
2	Nœud B	Contrainte $SIYY$	303.0	2.0%
2	Nœud A	Contrainte $SIXX$	-100.0	3.0%
3	Nœud B	Contrainte $SIYY$	303.0	1.0%
3	Nœud A	Contrainte $SIXX$	-100.0	2.0%

Ces tests sur des valeurs analytiques sont doublés par des tests de non-régression.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Synthèse des résultats

Ce test permet de montrer comment mener le calcul d'une structure élastique et son dépouillement, et en particulier de mettre en évidence le bénéfice à utiliser l'adaptation de maillage pour améliorer la précision des résultats.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)