
SSLP321 - Propagation d'une fissure X-FEM dans une plaque en flexion 3 points

Résumé

Ce test a pour but de valider le trajet de propagation de fissure avec X-FEM en 2D, dans le cadre de l'élasticité linéaire.

Ce test met en jeu une plaque rectangulaire avec une fissure débouchante, et soumise à une flexion 3 points comme dans l'article de Mariani et Perego [1].

Quatre méthodes pour gérer la propagation d'une fissures X-FEM sont disponibles. Chacune d'entre elles fait l'objet d'une modélisation.

- modélisation *A* : méthode maillage
- modélisation *B* : méthode simplexe
- modélisation *C* : méthode upwind
- modélisation *D* : méthode géométrique

Les comparaisons se font avec les valeurs données par la méthode maillage.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

La géométrie, les dimensions et les matériaux sont pris identiques à ceux de Mariani et al. [1].

La structure 2D est une plaque rectangulaire ($230\text{ mm} \times 75\text{ mm}$), comportant une fissure débouchante [Figure 1.1-a]. La longueur de la fissure initiale est $a = 19\text{ mm}$.

Les nœuds notés $P1$, $P2$ et $P3$ servent à imposer les conditions aux limites, qui sont explicitées au paragraphe [§1.3].

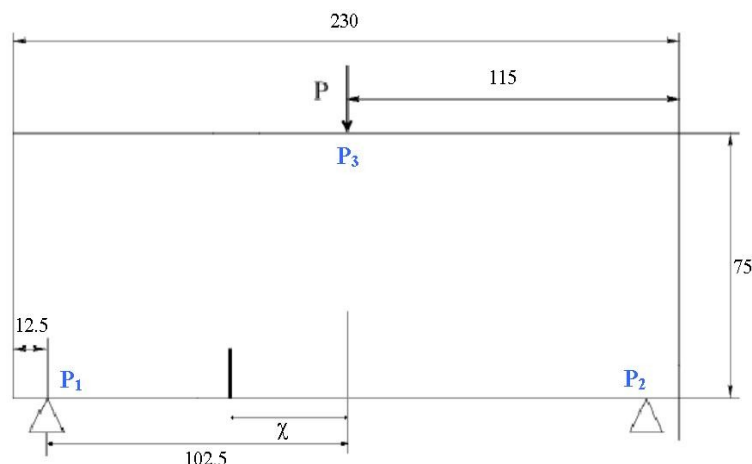


Figure 1.1-a: géométrie de la plaque fissurée

1.2 Propriétés du matériau

Module d'Young : $E = 31,37 \cdot 10^9 \text{ Pa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.2$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Le chargement consiste à appliquer une force nodale unitaire en $P3$.

Afin de bloquer les modes rigides, on bloque les déplacements des nœuds $P1$ et $P2$ comme suit :

- $DY^{P1} = DY^{P2} = 0$;
- $DX^{P1} = 0$.

1.4 Solution de référence

L'étude de ce cas se base entièrement sur l'article de Mariani et Perego. Trois configurations initiales de fissure sont choisies : $\chi = 0, 25$ et 50 . Dans ce cas test, nous n'avons choisi que $\chi = 50$. On compare donc le trajet de propagation par rapport au trajet expérimental de l'article [1].

Les expressions de référence des facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} sont celles de la méthode maillage. On comparera donc les valeurs des méthodes simplexe, upwind et géométrique aux valeurs données par la méthode maillage.

Pour la propagation de la fissure, nous utilisons la loi de Paris :

$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m$ où a est la longueur de fissure, C et m sont des constantes du matériau, ΔK est la différence entre deux $FICs$ consécutifs et N est le nombre de cycles.

Le critère de bifurcation utilisé est le *maximum hoop stress criterion*:

$$\beta = 2 \arctan \left[\frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} - \text{sign}(K_{II}) \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \right]$$

Avec les valeurs numériques du test :

Pas de propagation : 0,3 m

x_0 : 65 mm

y_0 : 19 mm

Nombre de pas de propagation : 13

RI : 3 mm

RS : 12 mm

RP : 12 mm

Référence (méthode maillage)			
x (mm)	y (mm)	K_I (MPa.m ^{0,5})	K_{II} (MPa.m ^{0,5})
65	19	2,43961 10 ⁻¹	4,27722 10 ⁻²
66,129	22,313	2,90147 10 ⁻¹	1,21013 10 ⁻⁴
67,261	25,625	3,30840 10 ⁻¹	7,10255 10 ⁻³
68,533	28,885	3,75984 10 ⁻¹	1,94683 10 ⁻³
69,839	32,132	4,33606 10 ⁻¹	1,20266 10 ⁻³
71,164	35,372	4,96975 10 ⁻¹	8,82542 10 ⁻⁴
72,5	38,607	5,73785 10 ⁻¹	-1,23199 10 ⁻³
73,821	41,848	6,70222 10 ⁻¹	-3,54655 10 ⁻³
75,109	45,103	7,89716 10 ⁻¹	-4,54122 10 ⁻³
76,359	48,372	9,39463 10 ⁻¹	-8,18030 10 ⁻³
77,552	51,662	1,15201	-1,55772 10 ⁻²
78,655	54,984	1,45163	-2,31849 10 ⁻²
79,652	58,339	1,91885	-3,52229 10 ⁻²

Tableau 1.4-1 : valeurs de référence pour K_I et K_{II}

1.5 Références bibliographiques

- 1 **Mariani S, Perego U** – Extended finite element method for quasi-brittle fracture, *International Journal for numerical methods in engineering*, 58:103-126 (2003)

2 Modélisation A : Méthode maillage

Dans cette modélisation, la méthode maillage est testée pour la propagation de fissure. Les level-sets sont déterminées par projection orthogonale sur les segments composant la fissure.

2.1 Caractéristiques du maillage

La structure est modélisée par un maillage régulier composé de 90×30 QUAD4, respectivement suivant les axes x , y . La fissure n'est pas maillée.

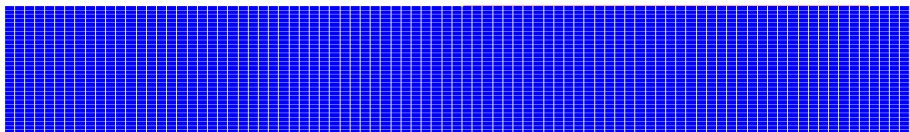


Figure 2.1-a : maillage de la plaque fissurée

2.2 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque pas de propagation, on teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} données par CALC_G.

2.2.1 Résultats sur K_I :

On réalise un test relatif de non régression sur K_I avec une précision de 2.10^{-3} .

Identification	Code_Aster	Référence	différence
CALC_G			
KI_1	2,43961 10^{-1}	2,43961 10^{-1}	-
KI_2	2,90147 10^{-1}	2,90147 10^{-1}	-
KI_3	3,30840 10^{-1}	3,30840 10^{-1}	-
KI_4	3,75984 10^{-1}	3,75984 10^{-1}	-
KI_5	4,33606 10^{-1}	4,33606 10^{-1}	-
KI_6	4,96975 10^{-1}	4,96975 10^{-1}	-
KI_7	5,73785 10^{-1}	5,73785 10^{-1}	-
KI_8	6,70222 10^{-1}	6,70222 10^{-1}	-
KI_9	7,89716 10^{-1}	7,89716 10^{-1}	-
KI_10	9,39463 10^{-1}	9,39463 10^{-1}	-
KI_11	1,15201	1,15201	-
KI_12	1,45163	1,45163	-
KI_13	1,91885	1,91885	-

2.2.2 Résultats sur K_{II} :

Pour ce test, on souhaite que K_{II} soit tel que $K_{II} = K_{IIref} \pm 10^{-2}$.

Identification	Code_Aster	Référence	Différence
CALC_G			
KII_1	4,27722 10 ⁻²	4,27722 10 ⁻²	-
KII_2	1,21013 10 ⁻⁴	1,21013 10 ⁻⁴	-
KII_3	7,10255 10 ⁻³	7,10255 10 ⁻³	-
KII_4	1,94683 10 ⁻³	1,94683 10 ⁻³	-
KII_5	1,20266 10 ⁻³	1,20266 10 ⁻³	-
KII_6	8,82542 10 ⁻⁴	8,82542 10 ⁻⁴	-
KII_7	-1,23199 10 ⁻³	-1,23199 10 ⁻³	-
KII_8	-3,54655 10 ⁻³	-3,54655 10 ⁻³	-
KII_9	-4,54122 10 ⁻³	-4,54122 10 ⁻³	-
KII_10	-8,18030 10 ⁻³	-8,18030 10 ⁻³	-
KII_11	-1,55772 10 ⁻²	-1,55772 10 ⁻²	-
KII_12	-2,31849 10 ⁻²	-2,31849 10 ⁻²	-
KII_13	-3,52229 10 ⁻²	-3,52229 10 ⁻²	-

2.3 Résultats complémentaires

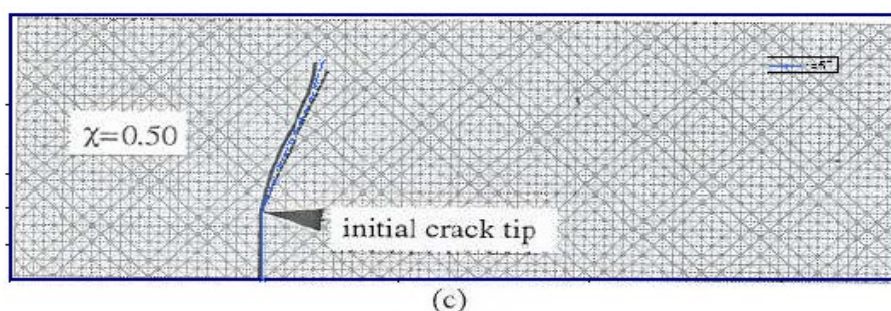


Figure 2.3-a: Comparaison du trajet obtenu avec la méthode maillage aux trajets de l'étude de Mariani et Perego

Sur la Figure 2.3-a, on peut voir : en noir les résultats numériques de Mariani et Perego, en pointillés les résultats expérimentaux et en bleu les résultats de la méthode maillage de Code_Aster. La méthode maillage donne des résultats proches des données expérimentales.

3 Modélisation B : Méthode simplexe

Dans cette modélisation, la méthode simplexe est testée pour la propagation de fissure.
Les level-sets sont déterminées par résolution des équations de réactualisation.
On utilise ici le même maillage que dans la modélisation A (§2.1).

3.1 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque pas de propagation, on teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} données par CALC_G.

3.1.1 Résultats sur KI :

On réalise un test relatif de non régression sur K_I par rapport à $K_{I\text{ maillage}}$ avec une précision de 5% .

Identification	Code_Aster	Référence	Différence (%)
CALC_G			
KI_1	2,43961 10 ⁻¹	2,43961 10 ⁻¹	-2,03 10 ⁻⁶ %
KI_2	2.92165 10 ⁻¹	2,90147 10 ⁻¹	0,7%
KI_3	3.28560 10 ⁻¹	3,30840 10 ⁻¹	0,7%
KI_4	3.77477 10 ⁻¹	3,75984 10 ⁻¹	0,4%
KI_5	4.30381 10 ⁻¹	4,33606 10 ⁻¹	-0,74%
KI_6	4.91730 10 ⁻¹	4,96975 10 ⁻¹	-1,05%
KI_7	5.70274 10 ⁻¹	5,73785 10 ⁻¹	-0,61%
KI_8	6.72226 10 ⁻¹	6,70222 10 ⁻¹	0,3%
KI_9	7.92798 10 ⁻¹	7,89716 10 ⁻¹	0,40%
KI_10	9.53757 10 ⁻¹	9,39463 10 ⁻¹	1,52%
KI_11	1.18351	1,15201	2,7%
KI_12	1.91525	1,45163	1,43%
KI_13	1.91525	1,91885	-0,2%

3.1.2 Résultats sur K_{II} :

Pour ce test, on souhaite que K_{II} soit tel que $K_{II} = K_{IIref} \pm 5.10^{-2}$. (test absolu)

Identification	Code_Aster	Référence	Différence
CALC_G			
KII_1	4,27722 10 ⁻²	4,27722 10 ⁻²	-3,92 10 ⁻⁸
KII_2	-1.20651 10 ⁻²	1,21013 10 ⁻⁴	-1,2 10 ⁻²
KII_3	2.50981 10 ⁻²	7,10255 10 ⁻³	1,8 10 ⁻²
KII_4	-1.27415 10 ⁻²	1,94683 10 ⁻³	-1,5 10 ⁻²
KII_5	1.71501 10 ⁻²	1,20266 10 ⁻³	1,6 10 ⁻²
KII_6	-7.31099 10 ⁻³	8,82542 10 ⁻⁴	-8 10 ⁻³
KII_7	1.17880 10 ⁻³	-1,23199 10 ⁻³	2 10 ⁻³
KII_8	-1.14348 10 ⁻²	-3,54655 10 ⁻³	-8 10 ⁻³
KII_9	-1.65167 10 ⁻²	-4,54122 10 ⁻³	4 10 ⁻³
KII_10	2.30598 10 ⁻²	-8,18030 10 ⁻³	-1,5 10 ⁻²
KII_11	-1.23573 10 ⁻²	-1,55772 10 ⁻²	3 10 ⁻³
KII_12	2.55864 10 ⁻²	-2,31849 10 ⁻²	4,9 10 ⁻²
KII_13	-3.94340 10 ⁻²	-3,52229 10 ⁻²	-4 10 ⁻³

4 Modélisation C : Méthode upwind

Dans cette modélisation, la méthode upwind est testée pour la propagation de fissure. Les level-sets sont déterminées par résolution des équations de réactualisation par schéma aux différences finies. On utilise ici le même maillage que dans la modélisation A (§2.1).

4.1 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque pas de propagation, on teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} données par CALC_G.

4.1.1 Résultats sur K_I :

On réalise un test relatif de non régression sur K_I par rapport à $K_{I\text{ maillage}}$ avec une précision de 3% .

Identification	Code_Aster	Référence	Différence (%)
CALC_G			
KI_1	2,43961 10 ⁻¹	2,43961 10 ⁻¹	-2,03 10 ⁻⁶ %
KI_2	2,93562 10 ⁻¹	2,90147 10 ⁻¹	1,18%
KI_3	3,30633 10 ⁻¹	3,30840 10 ⁻¹	-0,06%
KI_4	3,78989 10 ⁻¹	3,75984 10 ⁻¹	0,80%
KI_5	4,35284 10 ⁻¹	4,33606 10 ⁻¹	0,39%
KI_6	4,96344 10 ⁻¹	4,96975 10 ⁻¹	-0,13%
KI_7	5,76792 10 ⁻¹	5,73785 10 ⁻¹	0,52%
KI_8	6,7717 10 ⁻¹	6,70222 10 ⁻¹	1,04%
KI_9	8,01923 10 ⁻¹	7,89716 10 ⁻¹	1,55%
KI_10	9,5467 10 ⁻¹	9,39463 10 ⁻¹	1,62%
KI_11	1,15267	1,15201	0,06%
KI_12	1,49437	1,45163	2,94%
KI_13	1,97462	1,91885	2,91%

4.1.2 Résultats sur K_{II} :

Pour ce test, on souhaite que K_{II} soit tel que $K_{II} = K_{IIref} \pm 3.10^{-2}$. (test absolu)

Identification	Code_Aster	Référence	Différence
CALC_G			
KII_1	4,27722 10 ⁻²	4,27722 10 ⁻²	-3,92 10 ⁻⁸
KII_2	-1,51008 10 ⁻²	1,21013 10 ⁻⁴	-1,50 10 ⁻²
KII_3	1,98377 10 ⁻²	7,10255 10 ⁻³	1,30 10 ⁻²
KII_4	3,96386 10 ⁻³	1,94683 10 ⁻³	2 10 ⁻³
KII_5	-7,55701 10 ⁻⁴	1,20266 10 ⁻³	-2 10 ⁻³
KII_6	5,18582 10 ⁻⁴	8,82542 10 ⁻⁴	-3,64 10 ⁻⁴
KII_7	-1,29680 10 ⁻²	-1,23199 10 ⁻³	-1,2 10 ⁻²
KII_8	7,94729 10 ⁻³	-3,54655 10 ⁻³	1,1 10 ⁻²
KII_9	7,13366 10 ⁻³	-4,54122 10 ⁻³	1,2 10 ⁻²
KII_10	-1,03437 10 ⁻²	-8,18030 10 ⁻³	-2 10 ⁻³
KII_11	-3,26290 10 ⁻²	-1,55772 10 ⁻²	-1,7 10 ⁻²
KII_12	-7,04819 10 ⁻³	-2,31849 10 ⁻²	1,6 10 ⁻²
KII_13	-4,36313 10 ⁻²	-3,52229 10 ⁻²	-8 10 ⁻³

5 Modélisation D : Méthode géométrique

Dans cette modélisation, la méthode géométrique est testée pour la propagation de fissure. Les level-sets sont recalculées à chaque pas de propagation. On utilise ici le même maillage que dans la modélisation *A* (§2.1).

5.1 Grandeurs testées et résultats

Pour chaque pas de propagation, on teste la valeur des facteurs d'intensité de contraintes K_I et K_{II} donnés par CALC_G.

5.1.1 Résultats sur K_I :

On réalise un test relatif de non régression sur K_I par rapport à $K_{I\text{ maillage}}$ avec une précision de 3% .

Identification	Code_Aster	Référence	Différence (%)
CALC_G			
KI_1	2,4396 10 ⁻¹	2,43961 10 ⁻¹	-2,03 10 ⁻⁴ %
KI_2	2,9026 10 ⁻¹	2,90147 10 ⁻¹	0,04%
KI_3	3,3057 10 ⁻¹	3,30840 10 ⁻¹	0,08%
KI_4	3,7665 10 ⁻¹	3,75984 10 ⁻¹	0,18%
KI_5	4,3352 10 ⁻¹	4,33606 10 ⁻¹	0,01%
KI_6	4,966710 ⁻¹	4,96975 10 ⁻¹	0,06%
KI_7	5,7348 10 ⁻¹	5,73785 10 ⁻¹	0,05%
KI_8	6,7175 10 ⁻¹	6,70222 10 ⁻¹	0,23%
KI_9	7,8989 10 ⁻¹	7,89716 10 ⁻¹	0,02%
KI_10	9,3925 10 ⁻¹	9,39463 10 ⁻¹	0,02%
KI_11	1,15158	1,15201	0,04%
KI_12	1,45290	1,45163	0,09%
KI_13	1,92063	1,91885	0,09%

5.1.2 Résultats sur K_{II} :

Pour ce test, on souhaite que K_{II} soit tel que $K_{II} = K_{IIref} \pm 3.10^{-2}$ (test en absolu).

Identification	Code_Aster	Référence	Différence %
CALC_G			
KII_1	4,27721 10 ⁻²	4,27722 10 ⁻²	3,92 10 ⁻⁸
KII_2	5,49728 10 ⁻⁵	1,21013 10 ⁻⁴	6,6 10 ⁻⁵
KII_3	8,31292 10 ⁻³	7,10255 10 ⁻³	1,21 10 ⁻³
KII_4	1,41042 10 ⁻³	1,94683 10 ⁻³	5,36 10 ⁻⁴
KII_5	1,93652 10 ⁻⁴	1,20266 10 ⁻³	7,34 10 ⁻⁴
KII_6	7,04563 10 ⁻⁴	8,82542 10 ⁻⁴	1,78 10 ⁻⁴
KII_7	0,0	-1,23199 10 ⁻³	1,23 10 ⁻³
KII_8	0,0	-3,54655 10 ⁻³	3,55 10 ⁻³
KII_9	0,0	-4,54122 10 ⁻³	4,54 10 ⁻³
KII_10	0,0	-8,18030 10 ⁻³	8,18 10 ⁻³
KII_11	0,0	-1,55772 10 ⁻²	1,56
KII_12	0,0	-2,31849 10 ⁻²	2,32
KII_13	0,0	-3,52229 10 ⁻²	3,52

6 Synthèses des résultats

6.1 Comparaison des méthodes

On peut comparer les trajets que donnent les quatre méthodes (maillage, simplexe, upwind et géométrique) :

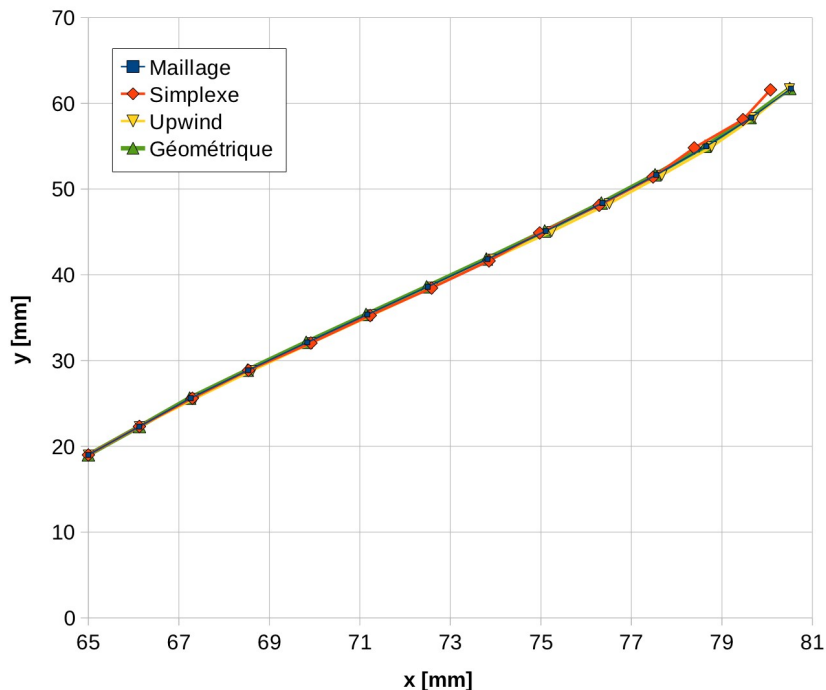


Figure 6.1-a: Comparaison des trajets des quatre méthodes avec Code_Aster

Les quatre méthodes donnent toutes le même parcours de propagation, qui est très proche aux données expérimentales (Figure 2.3-a).

Seulement la solution calculée par la méthode simplexe montre un petit écart vers la fin de la simulation par rapport aux autres trois solutions.

6.2 Performance des méthodes

On peut comparer le temps de calcul pour le même nombre de pas de propagation (13) des quatre méthodes. Pour les méthodes simplexe et upwind, on a vérifié la performance en utilisant ou non la restriction du domaine de calcul (respectivement `ZONE_MAJ='TORE'` ou `ZONE_MAJ='TOUT'`). On remarque que la restriction du domaine permet de réduire fortement le temps de calcul de ces deux méthodes et de rendre la performance des méthodes maillage, simplexe et upwind comparable. Toutefois, la méthode géométrique est sans doute la méthode la plus performante.

Maillage	Méthode	Temps (s)
quadrangles	Maillage	145
	Simplexe	280 (ZONE_MAJ='TOUT')
		131 (ZONE_MAJ='TORE')

	Upwind	200 (ZONE_MAJ='TOUT')
		150 (ZONE_MAJ='TORE')
	Géométrie	24

6.3 Conclusion

Les objectifs de ce test sont atteints :

- Valider sur un cas simple le calcul des facteurs d'intensité de contraintes en mode I pour les éléments X-FEM pour les quatre méthodes maillage, simplexe, upwind et géométrie.
- Si on utilise la restriction du domaine, la performance des trois méthodes maillage, simplexe et upwind est comparable. Toutefois, dans tous les cas, la méthode géométrie est beaucoup plus performante.