

SSLP310 - Fissure pressurisée dans un domaine plan illimité

Résumé :

Ce test est issu de la validation indépendante de la version 3 en mécanique de la rupture.

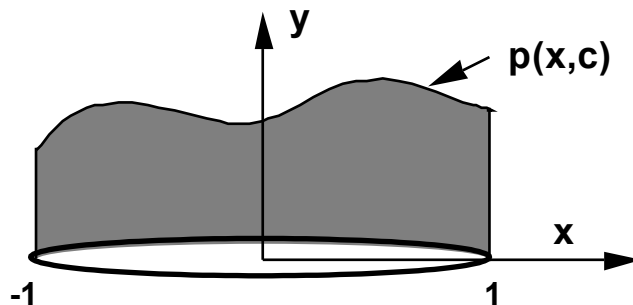
Il s'agit d'un test bidimensionnel en statique (déformations ou contraintes planes) qui a pour objectif la vérification de G et K_I sous chargement par pression répartie non uniforme sur les lèvres, en milieu illimité. On vérifie également la nullité de K_{II} avec l'option CALC_K_G de l'opérateur CALC_G.

Le comportement de la structure est élastique linéaire isotrope.

Le cas test comprend une seule modélisation 2D plane dans laquelle on étudie l'influence du paramètre c intervenant dans le chargement. Le calcul mécanique se fait par appel à la macro-commande MACRO_ELAS_MULT.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



On considère la fissure rectiligne $-1 \leq x \leq 1$ dans le domaine plan illimité.

1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique linéaire homogène de module d'Young E et de coefficient de Poisson ν .
 $E = 1000 \text{ MPa}$, $\nu = 0,3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites

Relation linéaire $UX(-1,0) + UX(1,0) = 0$

Condition de symétrie $UY = 0$ pour $x \leq 1$, $x \geq 1$ et $y = 0$.

Chargement n° 1

$$p(x) = 1$$

Chargement n° 2

$$p(x, c) = \exp(cx) \text{ où } c \text{ est un paramètre}$$

Chargement n° 3

$$p(x, c) = \text{Sh}(cx) \text{ où } c \text{ est un paramètre}$$

Chargement n° 4

$$p(x, c) = \text{Ch}(cx) \text{ où } c \text{ est un paramètre}$$

Chargement n° 5

$$p(x, c) = \cos(cx) \text{ où } c \text{ est un paramètre}$$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Calcul symbolique exact à l'aide du logiciel MAPLE V [bib1].

2.2 Résultats de référence

Chargement n° 1

$$K_I(x=1) = \sqrt{\pi}$$

Chargement n° 2

$K_I(x=1, c) = \sqrt{\pi} (I_0(c) + I_1(c))$ où I_0 et I_1 sont les fonctions de Bessel modifiées de première espèce d'indices 0 et 1 [bib2].

Chargement n° 3

$$K_I(x=1, c) = \sqrt{\pi} I_1(c)$$

Chargement n° 4

$$K_I(x=1, c) = \sqrt{\pi} I_0(c)$$

Chargement n° 5

$K_I(x=1, c) = \sqrt{\pi} J_0(c)$ où J_0 est la fonction de Bessel de première espèce d'indice 0 [bib2].

Dans tous les cas de chargement

$$G = \frac{K_I^2}{E} \text{ en contraintes planes}$$

$$G = \frac{(1-\nu^2) K_I^2}{E} \text{ en déformations planes}$$

2.3 Références bibliographiques

- [1] On the evaluation of stress intensity factors for a simple crack under parametric loading. Technical note. N.I. IOKADIMIS et G.T. ANASTASSELOS. Computers and Structures, 51, n°6, 791-794, 1994.
- [2] Handbook of mathematical functions, Chapitre 9. M. ABRAMOWITZ et I.A. STEGUN (Editeurs). United States Dept. of Commerce, National Bureau of Standards.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est limité à la région finie $-x_{max} \leq x \leq x_{max}$, $-y_{max} \leq y \leq y_{max}$ avec $x_{max} = y_{max} = 15$.

Il est constitué de 1156 quadrangles à 8 noeuds et de 3398 triangles à 6 noeuds.
Il comporte 10372 noeuds.

On utilise l'hypothèse des contraintes planes.

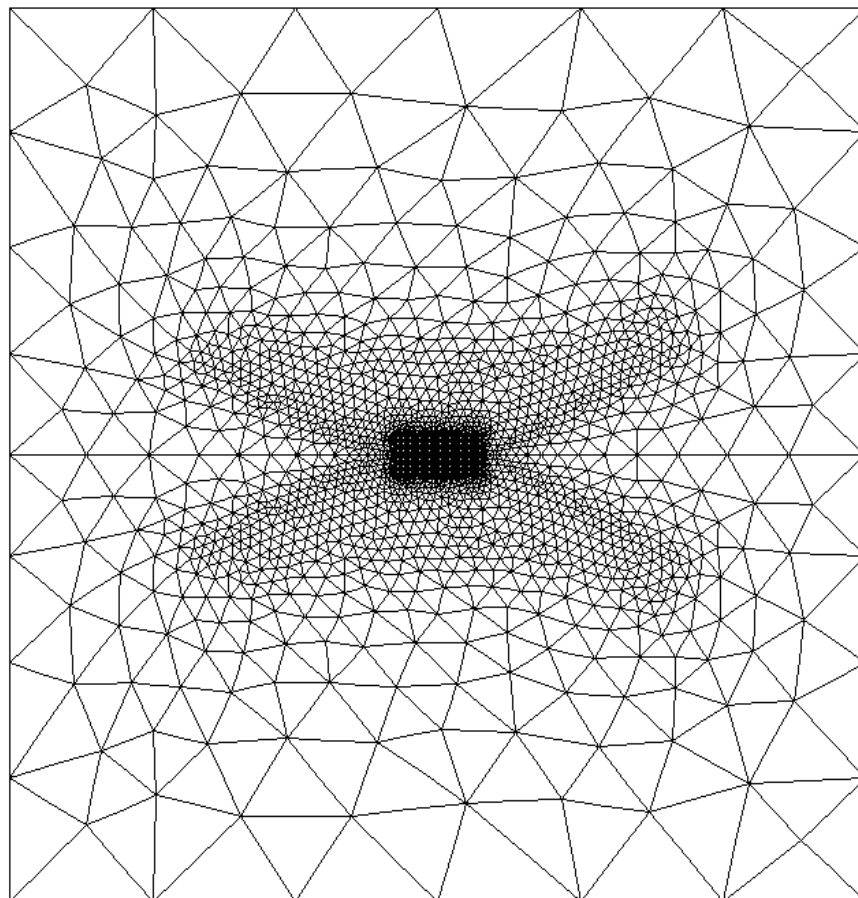
3.2 Caractéristiques du maillage

La maillage est généré avec *gibi* (utilisation de la procédure FISS2D). Les paramètres topologiques concernant le raffinement autour du fond de fissure (tore) sont:

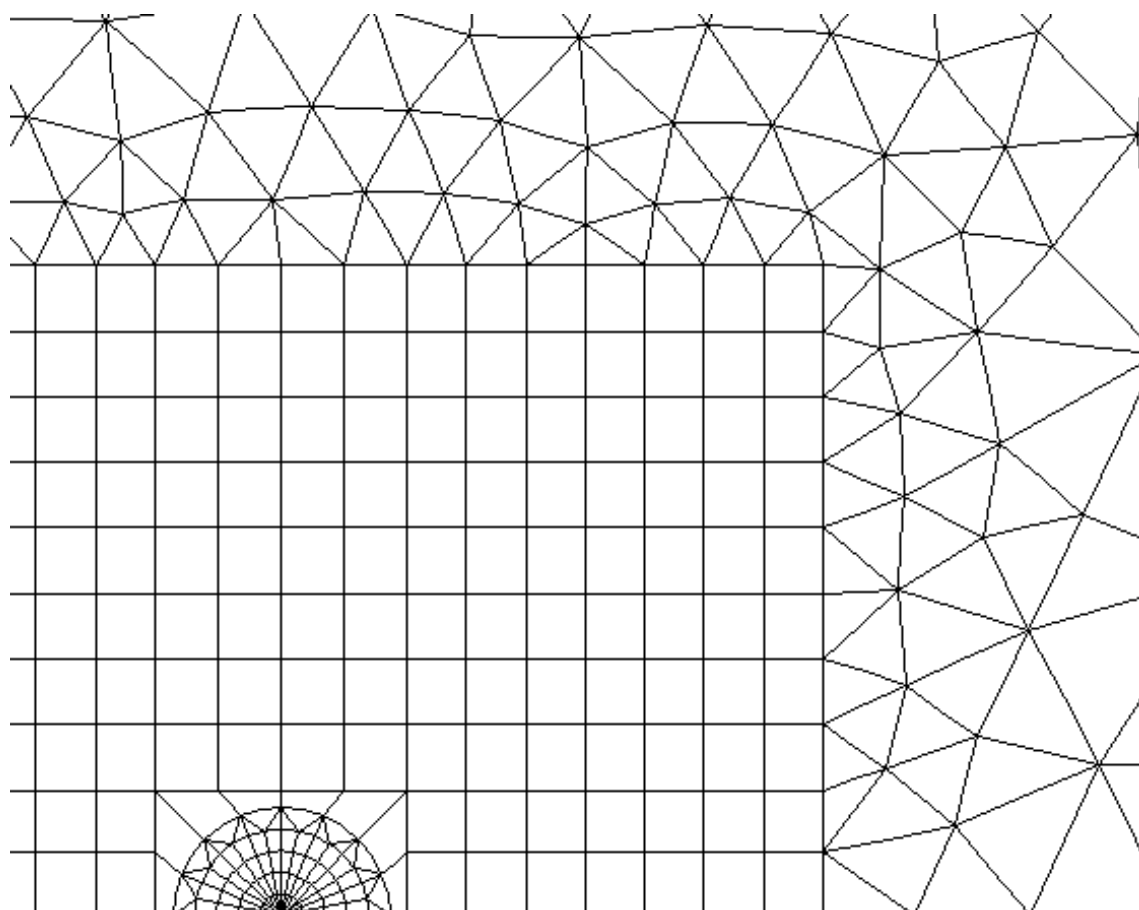
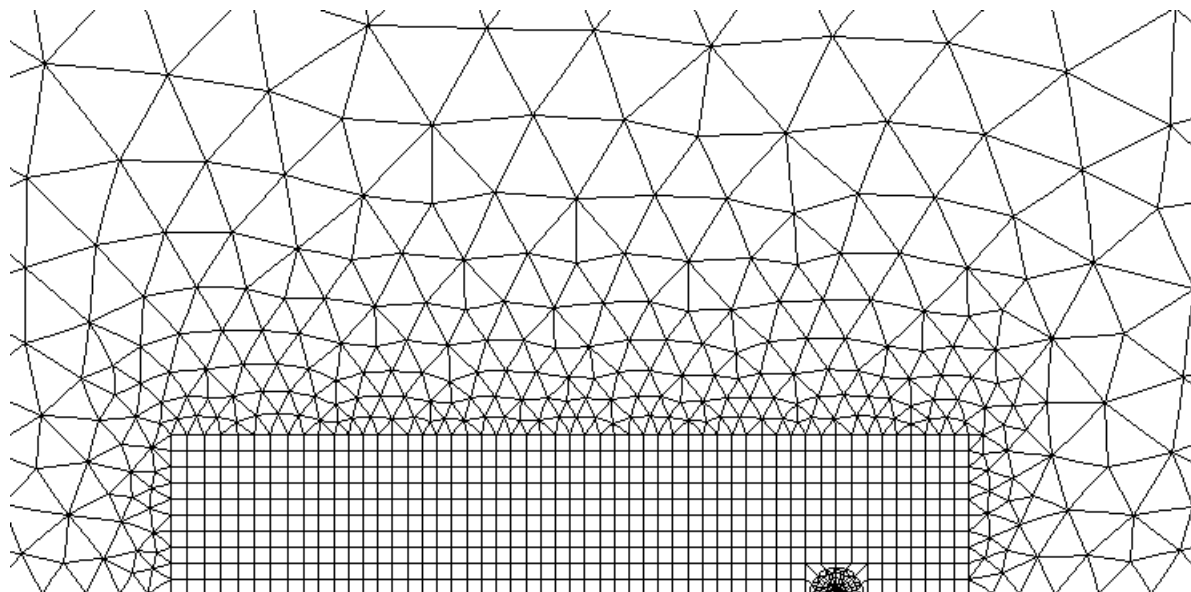
- $nc = 4$ (nombre de couronnes)
- $ns = 8$ (nombre de secteurs)
- $nt = 1$ (nombre de couronnes de déraffinement)

Le maillage fin rayonnant est limité à l'extrémité droite de la fissure.

La densité du maillage en partie courante de la fissure est choisie de façon à pouvoir discrétiser convenablement le chargement $p(x, c)$.



Zooms sur le maillage de la fissure :



3.3 Fonctionnalités testées

L'ensemble des cas de chargement est traité simultanément dans la macro-commande MACRO_ELAS_MULT. Le taux de restitution d'énergie G est calculé en post-traitement par la méthode thêta (opérateur CALC_G) pour chaque cas de chargement successivement et pour différentes couronnes d'intégration.

3.4 Grandeurs testées et résultats

3.5 Valeurs testées

Couronne 0 (triangles)

$$R_{\text{inf}} = 0 \text{ mm} , R_{\text{sup}} = 0,02 \text{ mm}$$

Identification	Référence	Aster	% différence
G , chargement n°1	3,14158E-3	3,04077E-3	-3,209
K_I , chargement n°1	1,77245	1,66	-6,57
G , chargement n°2, $c=1$	1,05349E-2	0,01	-3,738
K_I , chargement n°2, $c=1$	3,24576	3,03108	-6,61
G , chargement n°2, $c=5$	8,356742	7,9065	-5,39
K_I , chargement n°2, $c=5$	91,41522	85,4189	-6,56
G , chargement n°3, $c=1$	1,00344E-3	9,6006E-4	-4,323
K_I , chargement n°3, $c=1$	1,00172	0,93505	-6,66
G , chargement n°3, $c=5$	1,86052	1,760148	-5,4
K_I , chargement n°3, $c=5$	43,13380	40,33829	-6,48
G , chargement n°4, $c=1$	5,03571E-3	4,86064E-3	-3,477
K_I , chargement n°4, $c=1$	2,24404	2,09602	-6,6
G , chargement n°4, $c=5$	2,331095	2,20566	-5,38
K_I , chargement n°4, $c=5$	48,28142	45,08068	-6,63
G , chargement n°5, $c=1$	1,839487E-3	1,78707E-3	-2,849
K_I , chargement n°5, $c=1$	1,356277	1,267569	-6,54
G , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	4,1738E-8	-
K_I , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	2,0383E-3	-

Couronne 1 (quadrangles)

$$R_{\text{inf}} = 0,02 \text{ mm} , R_{\text{sup}} = 0,04 \text{ mm}$$

Identification	Référence	Aster	% différence
G , chargement n°1	3,14158E-3	3,1669E-3	0,807
K_I , chargement n°1	1,77245	1,78079	0,471
G , chargement n°2, $c=1$	1,05349E-2	1,056655E-2	0,30
K_I , chargement n°2, $c=1$	3,24576	3,256597	0,334
G , chargement n°2, $c=5$	8,356742	8,25545	-1,212
K_I , chargement n°2, $c=5$	91,41522	91,528	0,123
G , chargement n°3, $c=1$	1,00344E-3	1,000804E-3	- 0,263
K_I , chargement n°3, $c=1$	1,00172	1,003475	0,175
G , chargement n°3, $c=5$	1,86052	1,83815	-1,202
K_I , chargement n°3, $c=5$	43,13380	43,2091	0,175
G , chargement n°4, $c=1$	5,03571E-3	5,06348E-3	0,552
K_I , chargement n°4, $c=1$	2,24404	2,25312	0,405
G , chargement n°4, $c=5$	2,331095	2,302636	-1,221
K_I , chargement n°4, $c=5$	48,28142	48,3188	0,078
G , chargement n°5, $c=1$	1,839487E-3	1,86066E-3	1,152
K_I , chargement n°5, $c=1$	1,356277	1,363914	0,563
G , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	3,98377E-8	-
K_I , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	4,721938E-3	-

Couronne 2 (quadrangles)

$$R_{\text{inf}} = 0,04 \text{ mm} , R_{\text{sup}} = 0,06 \text{ mm}$$

Identification	Référence	Aster	% différence
G , chargement n°1	3,14158E-3	3,1678E-3	0,835
K_I , chargement n°1	1,77245	1,78075	0,468
G , chargement n°2, $c=1$	1,05349E-2	1,056949E-2	0,328
K_I , chargement n°2, $c=1$	3,24576	3,256529	0,332
G , chargement n°2, $c=5$	8,356742	8,257967	-1,182
K_I , chargement n°2, $c=5$	91,41522	9,1527E1	0,123
G , chargement n°3, $c=1$	1,00344E-3	1,001087E-3	-0,234
K_I , chargement n°3, $c=1$	1,00172	1,0034589	0,174
G , chargement n°3, $c=5$	1,86052	1,838717	-1,172
K_I , chargement n°3, $c=5$	43,13380	43,2088	0,174
G , chargement n°4, $c=1$	5,03571E-3	5,064887E-3	0,579
K_I , chargement n°4, $c=1$	2,24404	2,25307	0,402
G , chargement n°4, $c=5$	2,331095	2,30333	-1,191
K_I , chargement n°4, $c=5$	48,28142	48,31838	0,077
G , chargement n°5, $c=1$	1,839487E-3	1,86117E-3	1,179
K_I , chargement n°5, $c=1$	1,356277	1,363877	0,560
G , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	4,0008E-8	-
K_I , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	4,711869E-3	-

Couronne 3 (quadrangles)

$$R_{\text{inf}} = 0,06 \text{ mm} , R_{\text{sup}} = 0,08 \text{ mm}$$

Identification	Référence	Aster	% différence
G , chargement n°1	3,14158E-3	3,16794E-3	0,839
K_I , chargement n°1	1,77245	1,78078	0,471
G , chargement n°2, $c=1$	1,05349E-2	1,05699E-2	0,333
K_I , chargement n°2, $c=1$	3,24576	3,2566	0,334
G , chargement n°2, $c=5$	8,356742	8,25837	1,177
K_I , chargement n°2, $c=5$	91,41522	91,5293	0,125
G , chargement n°3, $c=1$	1,00344E-3	1,001132E-3	- 0,230
K_I , chargement n°3, $c=1$	1,00172	1,003481	0,176
G , chargement n°3, $c=5$	1,86052	1,838809	- 1,167
K_I , chargement n°3, $c=5$	43,13380	43,20984	0,176
G , chargement n°4, $c=1$	5,03571E-3	5,065103E-3	0,584
K_I , chargement n°4, $c=1$	2,24404	2,25312	0,405
G , chargement n°4, $c=5$	2,331095	2,303447	- 1,186
K_I , chargement n°4, $c=5$	48,28142	48,31948	0,079
G , chargement n°5, $c=1$	1,839487E-3	1,86124E-3	1,183
K_I , chargement n°5, $c=1$	1,356277	1,363907	0,563
G , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	4,00631E-8	-
K_I , chargement n°5, $c=2,4048255577$	0	4,71155E-3	-

3.6 Remarques

La couronne 0 (entourant le fond de fissure et constituée de triangles) donne des résultats médiocres par rapport aux autres couronnes.

Les écarts relatifs maximums entre les couronnes 1,2 et 3 pour G et K_I sont donnés ci-dessous pour les divers chargements.

	Chargement 1	Chargement 2	Chargement 3	Chargement 4	Chargement 5
Ecart sur G	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%	0,03%
Ecart sur K_I	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%

Les écarts sur G et K_I sont négligeables.

Dans tous les cas de chargement et pour toutes les couronnes, on a vérifié également que le K_{II} est nul.

4 Synthèse des résultats

A l'exception des résultats obtenus sur la couronne 0, les calculs de K et G sont très voisins de la solution théorique exacte. En effet, les écarts sont toujours inférieurs à 1,2 % pour le calcul de G et inférieurs à 0,6 % pour le calcul de K_I .