
SSLP304 - Plaque carrée orthotrope en traction uniaxiale hors des axes d'orthotropie

Résumé :

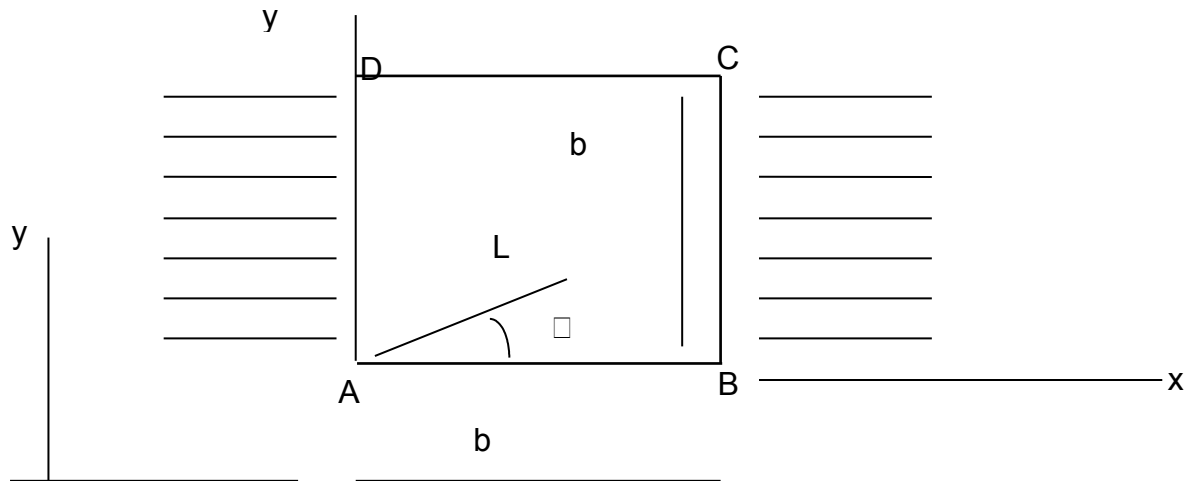
Ce test représente le calcul statique d'une plaque carrée, en matériau élastique orthotrope, dont les axes d'orthotropie sont inclinés de 30 degrés par rapport à l'arête de base, soumise à une traction uniaxiale. Il permet de valider la bonne prise en compte des matériaux élastiques orthotropes et du changement de repère associé. 4 modélisations sont utilisées : C_PLAN avec des mailles QUAD8 et TRIA6, dans un premier repère, C_PLAN dans un second repère, COQUE_3D avec des mailles QUAD9 et TRIA7, en petits déplacements et COQUE_3D en grands déplacements. Les déplacements et les contraintes obtenus sont comparés à une solution de référence analytique.

Les deux premières modélisations de ce test sont issues de la validation indépendante de la version 3 de Code_Aster (lot statique linéaire).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Une plaque carrée, constituée d'un matériau orthotrope incliné de 30 degrés par rapport à l'arête AB .



Avec $b = 1\text{ m}$, épaisseur quelconque (contraintes planes), angle d'orthotropie : $\theta = 30$ degrés.

1.2 Propriétés des matériaux

Les propriétés des matériaux constituant la plaque sont :

élastique orthotrope :

$$\begin{aligned} E_L &= 4.E10\text{ Pa} \\ E_T &= 1.E10\text{ Pa} \\ G_{LT} &= 0.45E10\text{ Pa} \\ G_{TN} &= 0.35E10\text{ Pa} \\ NU_{LT} &= 0.075 \end{aligned}$$

L'axe L est incliné de 30 degrés par rapport à AB .

1.3 Conditions aux limites et chargements

- Au point A : $DX=0$, $DY=0$
- Au point B : $DX=0$,
- Chargement linéique réparti : $F_x=10^4\text{ Pa}$ sur BC
- Chargement linéique réparti : $F_x=-10^4\text{ Pa}$ sur DA

1.4 Conditions initiales

Sans objet.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution analytique, obtenue avec l'hypothèse d'uniaxialité des contraintes :

$$\sigma_{xx}(x, y) = F_x \quad \sigma_{xy}(x, y) = \sigma_{yx}(x, y) = \sigma_{zz}(x, y) = 0$$

soit dans le repère (A, L, T) :

$$\sigma_{LL}(x, y) = c^2 F_x, \sigma_{TT}(x, y) = s^2 F_x \quad \sigma_{LT}(x, y) = -cs F_x$$

Par la loi de comportement élastique orthotrope, en utilisant les conventions de *Code_Aster* en ce qui concerne NU_{LT} , (cf. document d'utilisation de la commande `DEFI_MATERIAU` [§3.5.2]), on obtient directement (voir par exemple [bib1]) :

$$\varepsilon_{xx}(x, y) = \frac{F_x}{E_x}, \varepsilon_{yy}(x, y) = -\frac{\nu_{xy}}{E_x} F_x, 2\varepsilon_{xy}(x, y) = \frac{\eta_x}{E_x} F_x$$

avec :

$$\frac{1}{E_x(\theta)} = \frac{c^4}{E_L} + \frac{s^4}{E_T} + c^2 s^2 \left(\frac{1}{G_{LT}} - 2 \frac{\nu_{LT}}{E_T} \right) \quad \frac{\nu_{xy}}{E_x(\theta)} = (c^4 + s^4) \frac{\nu_{LT}}{E_T} - c^2 s^2 \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{1}{G_{LT}} \right)$$

$$\frac{\eta_y}{E_x(\theta)} = -2cs \left\{ \left(\frac{c^2}{E_L} - \frac{s^2}{E_T} \right) + (c^2 - s^2) \left(\frac{\nu_{LT}}{E_T} - \frac{1}{2G_{LT}} \right) \right\}$$

avec $c = \cos \theta$

$s = \sin \theta$

Comme les déformations sont uniformes dans la plaque on obtient, par intégration, les déplacements dans le repères (A, x, y) :

$$u_x(x, y) = \varepsilon_{xx} \cdot x$$

$$u_y(x, y) = \varepsilon_{yy} \cdot y + 2\varepsilon_{xy} \cdot x$$

2.2 Résultats de référence

Déplacements dans le repère (A, x, y) (en m) :

Point	B	C	D
u_x	0.	$5.917 \cdot 10^{-7}$	$5.917 \cdot 10^{-7}$
u_y	$-2.292 \cdot 10^{-7}$	$-5.028 \cdot 10^{-7}$	$-7.319 \cdot 10^{-7}$

Contraintes dans le repère lié à l'orthotropie :

$$\sigma_{LL}(x, y) = 7500 \text{ Pa}, \quad \sigma_{TT}(x, y) = 2500 \text{ Pa}, \quad \sigma_{LT}(x, y) = 4330.127 \text{ Pa}$$

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique

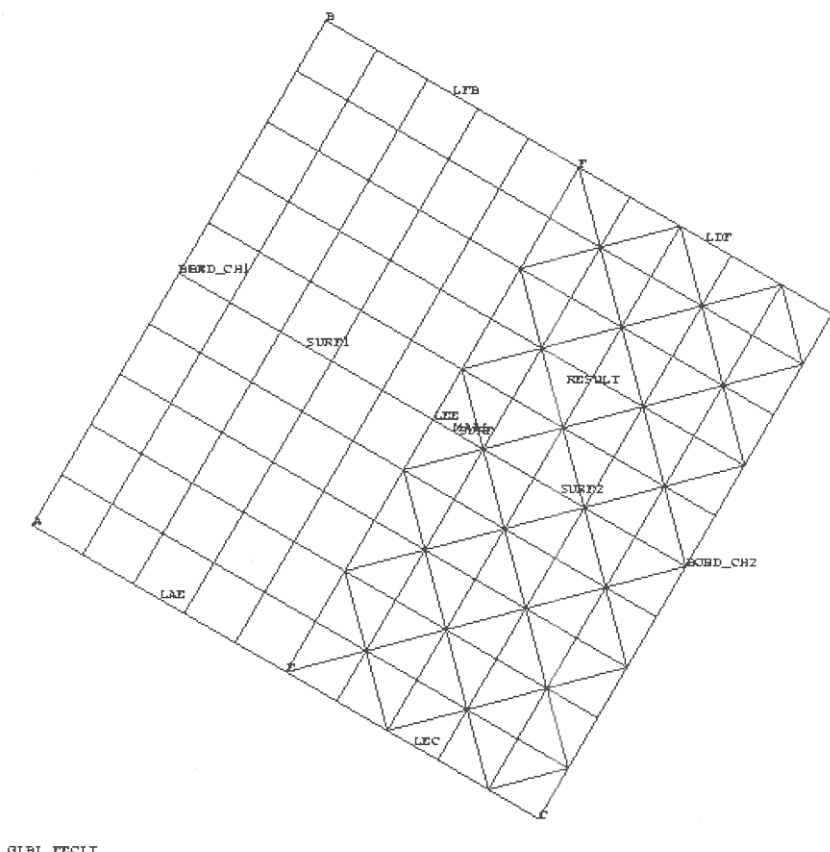
2.4 Références bibliographiques

- 1) GAY D : « Matériaux composites » ; 3^{ème} édition, Hermès

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation C_PLAN. La plaque est tournée de -30 degrés autour de Z , c'est-à-dire que l'axe X global est colinéaire à l'axe d'orthotropie L . Les conditions aux limites et chargements, à appliquer dans le repère (A, x, y) lié à la plaque, sont donc projetées sur le repère global (A, X, Y) (utilisation de LIAISON_DDL en B).



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 391

Nombre de mailles et types : 50 QUAD8, 100 TRIA6

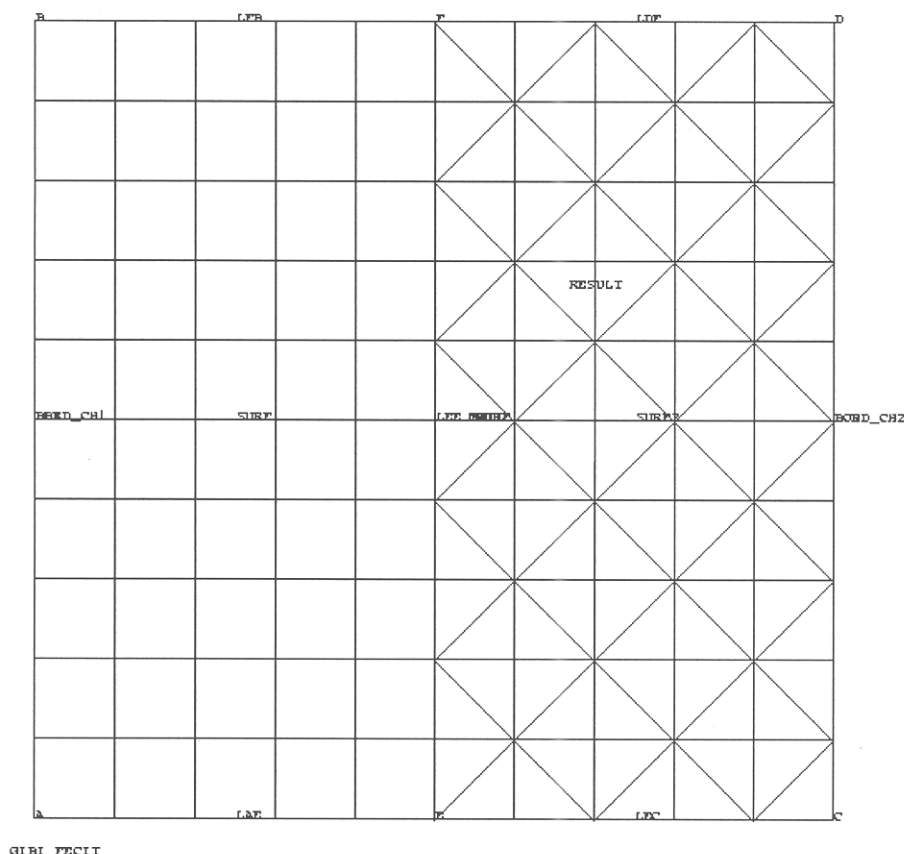
3.3 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence
$U_x(c) = U_x(D)$	$DX(C)$	$5.917 \cdot 10^{-7}$
$U_y(B)$	$DY(B)$	$-2.292 \cdot 10^{-7}$
$U_y(C)$	$DY(C)$	$-5.028 \cdot 10^{-7}$
$U_y(D)$	$DY(D)$	$-7.319 \cdot 10^{-7}$
σ_{LL}	$SIXX$ (tout point)	7500
σ_{TT}	$SIYY$ (tout point)	2500
σ_{LL}	$SIXY$ (tout point)	4300.127

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation C_PLAN. La plaque est parallèle aux axes globaux, c'est-à-dire que l'axe X global est colinéaire à l'axe x . C'est donc l'axe d'orthotropie L qui est à orienter (à l'aide du mot-clé MASSIF de AFFE_CARA_ELEM).



4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 391

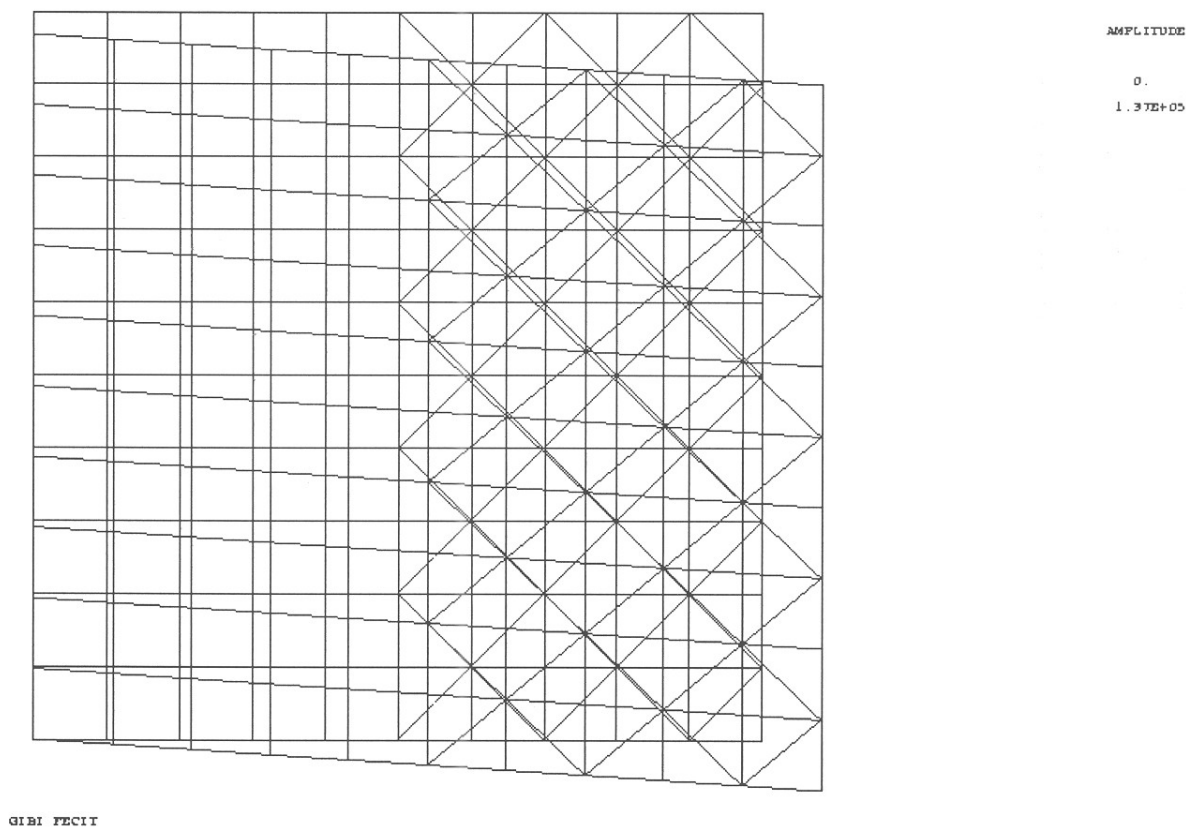
Nombre de mailles et types : 50 QUAD8, 100 TRIA6

4.3 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence
$U_x(c) = U_x(D)$	$DX(C)$	$5.917 \cdot 10^{-7}$
$U_y(B)$	$DY(B)$	$-2.292 \cdot 10^{-7}$
$U_y(C)$	$DY(C)$	$-5.028 \cdot 10^{-7}$
$U_y(D)$	$DY(D)$	$-7.319 \cdot 10^{-7}$
σ_{LL}	SI_{XX} (tout point)	7500
σ_{TT}	SI_{YY} (tout point)	2500
σ_{LL}	SI_{XY} (tout point)	4300.127

4.4 Remarques

Allure de la déformée : non symétrique à cause de l'orthotropie.



5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE_3D. La plaque est parallèle aux axes globaux, c'est-à-dire que l'axe X global est colinéaire à l'axe x . C'est donc l'axe d'orthotropie L qui est à orienter (à l'aide du mot-clé MASSIF de AFFE_CARA_ELEM). Le maillage est identique à celui de la modélisation B.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 541

Nombre de mailles et types : 50 QUAD9, 100 TRIA7

5.3 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence
$U_x(c) = U_x(D)$	$DX(C)$	$5.917 \cdot 10^{-7}$
$U_y(B)$	$DY(B)$	$-2.292 \cdot 10^{-7}$
$U_y(C)$	$DY(C)$	$-5.028 \cdot 10^{-7}$
$U_y(D)$	$DY(D)$	$-7.319 \cdot 10^{-7}$
σ_{LL}	$SIXX$ (tout point)	7500
σ_{TT}	$SIYY$ (tout point)	2500
σ_{LL}	$SIXY$ (tout point)	4300.127

6 Modélisation D

6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation `COQUE_3D` en grands déplacements. La plaque est parallèle aux axes globaux, c'est-à-dire que l'axe X global est colinéaire à l'axe x . C'est donc l'axe d'orthotropie L qui est à orienter (à l'aide du mot-clé `MASSIF` de `AFFE_CARA_ELEM`). Le maillage est identique à celui de la modélisation B.

6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 541

Nombre de mailles et types : 50 QUAD9, 100 TRIA7

6.3 Fonctionnalités testées

6.4 Valeurs testées

Valeur	Identification	Référence
$U_x(c) = U_x(D)$	$DX(C)$	$5.917 \cdot 10^{-7}$
$U_y(B)$	$DY(B)$	$-2.292 \cdot 10^{-7}$
$U_y(C)$	$DY(C)$	$-5.028 \cdot 10^{-7}$
$U_y(D)$	$DY(D)$	$-7.319 \cdot 10^{-7}$
σ_{LL}	$SIXX$ (tout point)	7500
σ_{TT}	$SIYY$ (tout point)	2500
σ_{LL}	$SIXY$ (tout point)	4300.127

7 Synthèse des résultats

Les résultats des quatre modélisations sont très proches de la solution analytique : au maximum 0.015 % d'écart pour les 4 modélisations.

Ce test valide donc la prise en compte de l'élasticité orthotrope.