

SSL402 - Anneau dynamométrique

Résumé :

Ce test permet de vérifier en élasticité linéaire le calcul des efforts intérieurs et des contraintes sur une poutre courbe.

Une modélisation permet de tester les éléments courbes de Timoshenko (POU_C_T).

La solution de référence est analytique et les résultats obtenus sont de très bonne qualité.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Anneau circulaire

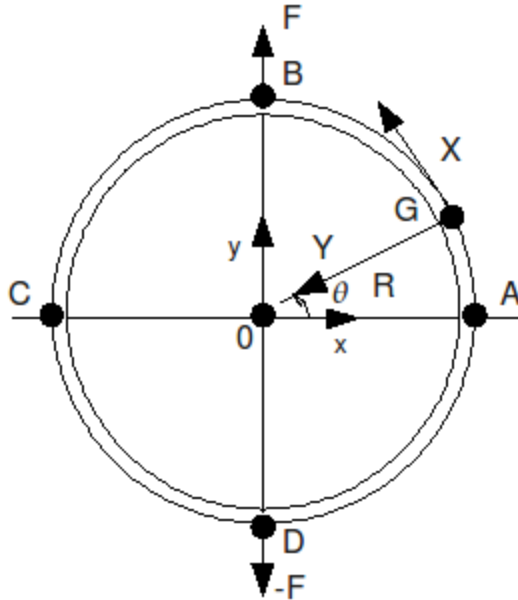


Figure 1-a : Anneau circulaire.

$$R = 2 \text{ m}$$

La section (pleine) est un cercle de rayon $0,01 \text{ m}$.

1.2 Propriétés des matériaux

Module d'Young : $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0,3$

1.3 Conditions aux limites et chargement

Condition aux limites :

$$DX = DY = DZ = DRX = 0 \text{ sur le point } A$$

$$DY = DZ = 0 \text{ sur le point } C$$

Chargement :

sur B , $F = 1 \text{ N}$,

sur D , $F = -1 \text{ N}$.

2 Solutions de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour les solutions de référence : analytique

Sur le tronçon (A, B) $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$, nous avons :

$$N = \frac{F}{2} \cos \theta, \quad Vy = -\frac{F}{2} \sin \theta, \quad M_z = -\frac{FR}{2}(1 - \cos \theta) + \Gamma.$$

Sur le tronçon (B, C) $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$, nous avons :

$$N = -\frac{F}{2} \cos \theta, \quad Vy = \frac{F}{2} \sin \theta, \quad M_z = -\frac{FR}{2}(1 + \cos \theta) + \Gamma.$$

Par utilisation de la loi de comportement reliant M à la rotation de la normale et compte tenu que cette dernière est nulle en A et en B , nous avons :

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} M d\theta = 0,$$

$$\text{d'où : } \Gamma = M_A = M_C = \frac{\pi - 2}{2\pi} F R$$

2.2 Résultats de référence

Efforts intérieurs pour $\theta = 0^\circ$ et 90° .

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

2.4 Références bibliographiques

1. Rapport n° 2314/A de l'Institut Aérotechnique « Proposition et réalisation de nouveaux cas tests manquant à la validation des poutres *Aster* »

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le modèle est composé de 4 éléments poutre courbe de Timoshenko.

3.2 Caractéristiques du maillage

Il est constitué de 4 éléments POU_C_T.

3.3 Grandeurs testées et résultats

3.3.1 Effort intérieur à $\theta=0^\circ$

	Type de Référence	Référence	Tolérance
N	ANALYTIQUE	5.000E-01	1,00E-003 %
V_y	ANALYTIQUE	0.0000	1,00E-005 *
MF_z	ANALYTIQUE	3.6338E-01	1,00E-003 %

* Écart absolu

3.3.2 Effort intérieur à $\theta=90^\circ$

	Type de Référence	Référence	Tolérance
N	ANALYTIQUE	0.0000	1,00E-005 *
V_y	ANALYTIQUE	-5.0000E-01	1,00E-003 %
MF_z	ANALYTIQUE	-6.3662E-01	1,00E-003 %

*Ecart absolu

3.3.3 Contrainte à $\theta=0^\circ$

	Type de Référence	Référence	Tolérance
S_{XX}	ANALYTIQUE	4.6426E+05	1,00E-003 %
S_{XY}	ANALYTIQUE	0.0000	1,00E-003 %

* Ecart absolu

3.3.4 Contrainte à $\theta=90^\circ$

	Type de Référence	Référence	Tolérance
S_{XX}	ANALYTIQUE	-8.1056E+05	1,00E-003 %
S_{XY}	ANALYTIQUE	-1.8568E+03	1,00E-003 %

3.4 Remarques

La symétrie par rapport à l'axe (A, C) implique la nullité de l'effort tranchant T en A et en C . L'équilibre suivant O_y du demi-anneau (A, B, C) impose en A et en C un effort normal égal à $\frac{F}{2}$. La symétrie par rapport à l'axe (B, D) implique que les moments en A et en C sont égaux en valeur absolue et de sens contraires.

4 Synthèse des résultats

Les résultats concordent avec la solution analytique et permettent de valider le calcul des efforts internes (EFGE_ELNO) et des contraintes (SIPM_ELNO) par les éléments de poutres courbes (POU_C_T).