

SDLV123 - Calcul de G élastodynamique en milieu infini pour une fissure plane de longueur finie

Résumé

Il s'agit d'un problème de mécanique de la rupture dans un milieu en état de déformation plane en régime élastodynamique transitoire. On considère une fissure de longueur $2a$ plongée dans un milieu supposé infini. On impose une pression uniforme sur les lèvres de la fissure, qui atteint un palier en un laps de temps de 1 micro-seconde (choc). Ce test permet de calculer le taux de restitution d'énergie G au cours du temps, en tenant compte des termes d'inertie.

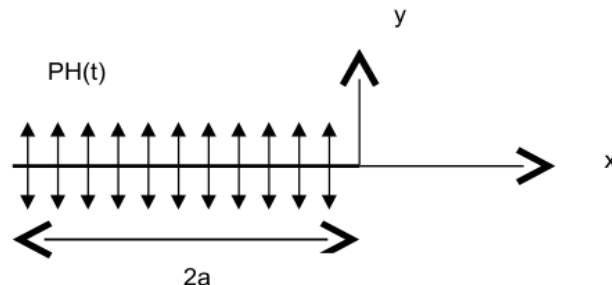
L'intérêt du test est la stabilité de G selon différentes couronnes et la comparaison à une solution analytique exacte jusqu'au temps $t = 2a/V_C$, où V_C représente la célérité des ondes longitudinales.

Ce test contient une modélisation en déformation plane et une modélisation tridimensionnelle. Des conditions aux limites absorbantes sur les frontières du solide permettent d'éviter les retours d'onde et donc de simuler un milieu infini.

Les écarts du calcul de G sur différentes couronnes par rapport à la solution de référence ne dépassent pas 1%.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



Il s'agit d'une fissure plane de demi-longueur $a = 20\text{m}$.

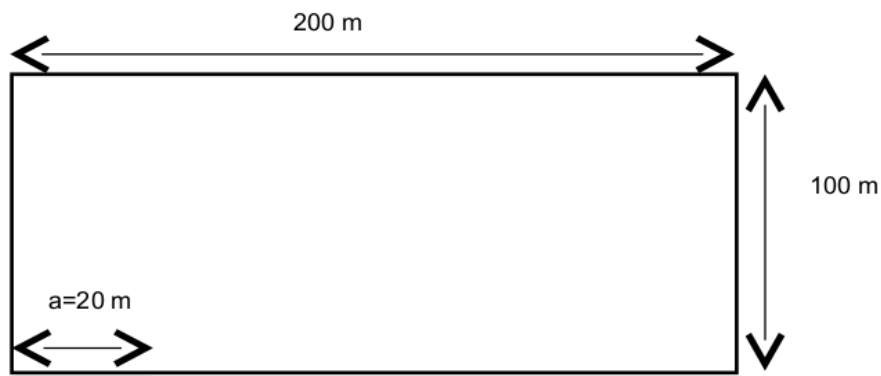
Le milieu supposé infini est modélisé par un carré de côté de 200m . Les plans xz et yz étant des plans de symétrie, on ne représente qu'un quart de la structure et donc une demi-lèvre de fissure de longueur $a = 20\text{m}$.

1.2 Propriétés des matériaux

Masse volumique	$\rho = 7500\text{kg/m}^3$
Module d'Young :	$E = 2.10^{11}\text{MPa}$
Coefficient de Poisson :	$\nu = 0.3$

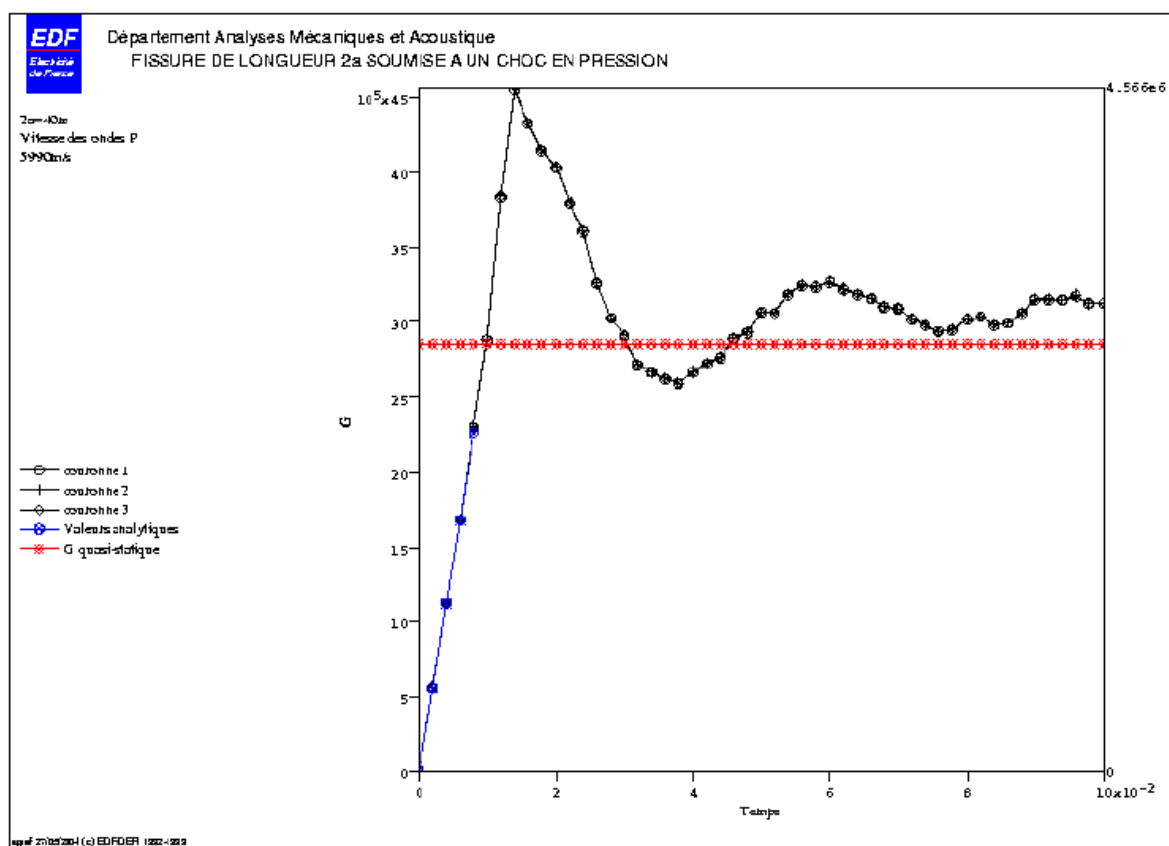
1.3 Conditions aux limites et chargements

Les plans xz et yz étant des plans de symétrie, on ne représente qu'un quart de la structure (rectangle de 200m sur 100m), et une demi-lèvre de fissure de longueur $a = 20\text{m}$.



• Mécanique : Déplacement imposé

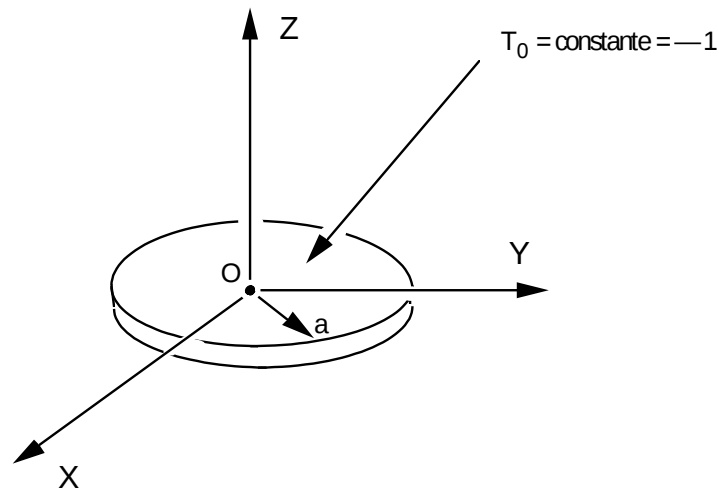
Groupe de nœuds	<i>grnm1</i>	$DX = 0.$
Groupe de nœuds	<i>grnm2</i>	$DY = 0.$



2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est issue de THAU et LU [bib1] et du livre de L.B. FREUND [bib2]:



$$K_I^D(t) = 2P H(t) \frac{\sqrt{1-2\nu}}{(1-\nu)} \sqrt{\frac{c_d t}{\pi}}, \quad 0 < t < 2a/c_d$$

L'expression du taux de restitution de l'énergie est la suivante :

$$G(t) = \frac{K_I^{D^2}(t)}{E} (1-\nu^2) = 4P^2 H(t) \frac{(1-2\nu)(1+\nu)}{(1-\nu)E} \frac{c_d t}{\pi}, \quad 0 < t < 2a/c_d$$

$$G = \frac{(1-\nu^2)}{E} K_1^2 \quad \text{avec} \quad K_1 = \frac{\alpha E}{P(1-\nu)} T_0 \sqrt{Pa}$$

$$\text{soit : } G = \frac{(1-\nu^2)}{P(1-\nu)^2} \alpha^2 E T_0^2 a$$

2.2 Résultat de référence

Le résultat de référence est donc : $G = 5.911510^{-7} N/mm$

t	G_{freund}
2e-3	5.677e5
4e-3	1.135e6
6e-3	1.703e6

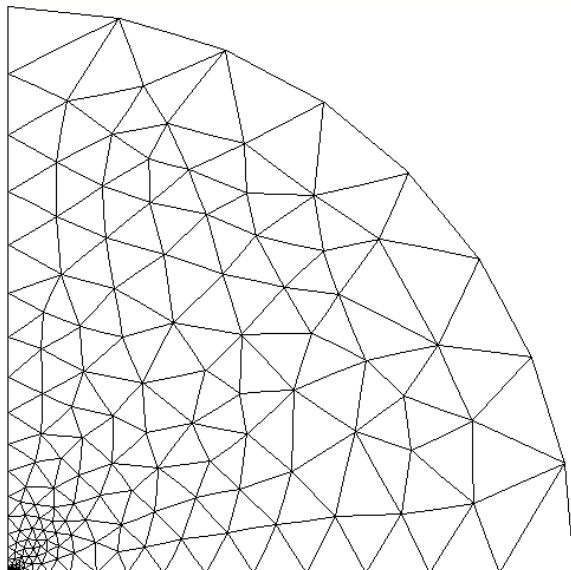
2.3 Référence bibliographique

- 1) Transient stress intensity factors for a finite crack in an elastic solid caused by a dilatational wave, International Journal of Solids and Structures 7, THAU et LU (1971)
- 2) Dynamic Fracture Mechanics L.B FREUND.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation en déformations planes :



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 832

Nombre de mailles et types : 323 TRIA6, 42 QUAD8, 59 SEG3

Couronne 1 : $R_{\text{inf}} = 1.$ $R_{\text{sup}} = 4.$
Couronne 2 : $R_{\text{inf}} = 0.5$ $R_{\text{sup}} = 4.5$

3.3 Résultats

Les valeurs testées sont celles du taux de restitution de l'énergie G sur les différentes couronnes d'intégration :

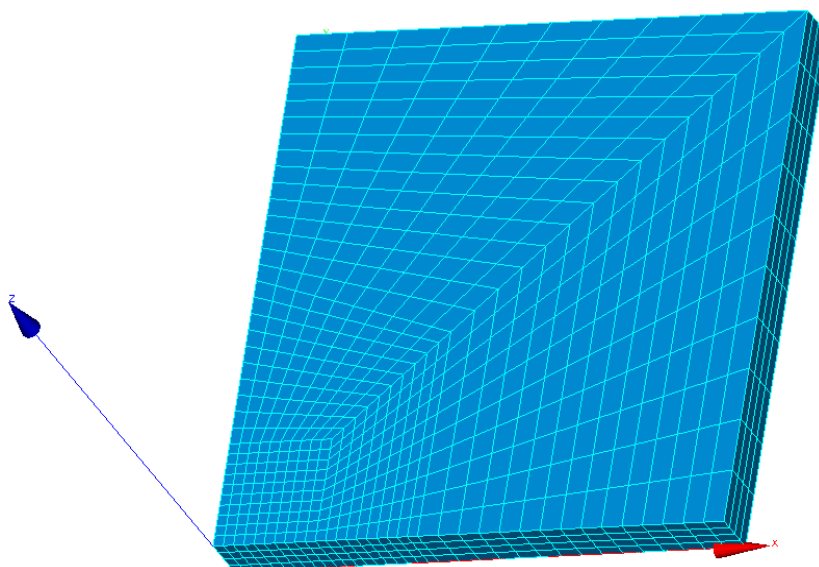
La valeur de référence est $G = 5.94510^{-7} \text{ N/mm}$

Elle est donnée par unité de surface d'extension de la fissure, donc pour $a=5$ et compte tenu de la symétrie du maillage, il faut comparer le résultat d'Aster à : $G_{\text{Aster}} = G_{\text{rf}} \frac{a}{2} = 1.477810^{-6}$, car G dans Code_Aster correspond à une surface d'extension de 1 radian.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'une modélisation en 3D :



4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 3230

Nombre de mailles et types : 1560 QUAD4, 2400 HEXA8, 253 SEG2

Couronne 1 : $R_{\text{inf}} = 1.$ $R_{\text{sup}} = 4.$

Couronne 2 : $R_{\text{inf}} = 0.5$ $R_{\text{sup}} = 4.5$

4.3 Résultats

Les valeurs testées sont identiques à celles de la modélisation A.

5 Synthèse des résultats

Invariance du résultat par rapport aux couronnes. Terme thermique correct.