

## SDLL129 - Diagramme de Campbell d'une poutre avec 3 disques et 2 des paliers à caractéristiques variables en fonction de la vitesse de rotation

---

### Résumé :

Ce test permet de valider le calcul des modes en rotation d'un système d'arbres tournant avec la macro `CALC_MODE_ROTATION` et du diagramme de Campbell avec la macro `IMPR_DIAG_CAMPBELL`, dans le cas où les caractéristiques en raideur et amortissement dépendent de la vitesse de rotation.

Dans ce test, on a un modèle de rotor avec trois disques, supporté par deux paliers hydrodynamiques, dont les matrices de raideur et d'amortissement sont non symétriques et dépendent de la vitesse de rotation. Cet exemple ainsi que les résultats de référence correspondants sont tirés du manuel de qualification de ROTORINSA, [bib2], logiciel éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors en flexion.

Une bonne concordance est observée entre les résultats de *Code\_Aster* et la solution de référence.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Un modèle de rotor supporté par 2 paliers (nœuds  $B1$  et  $B2$  sur la figure ci-dessous), dont les matrices de raideur et d'amortissement sont non symétriques. Il est composé de 3 disques, et 4 sections d'arbre.

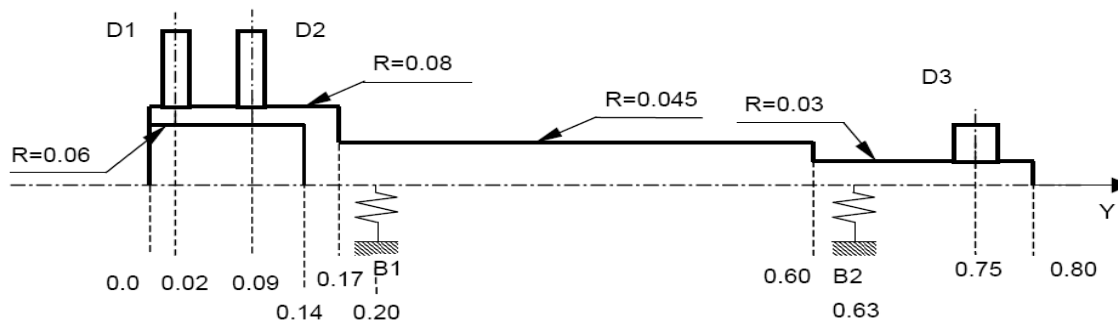


Figure 1.1-a-a : Modèle de rotor avec 3 disques et 2 paliers asymétriques

### 1.2 Propriétés du matériau

Les caractéristiques géométriques et matériau sont listées dans le tableau suivant.

| Matériau |    | $E = 2.10^{11} \text{ N/m}^2$ | $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$       | $\nu = 0.3$                        |
|----------|----|-------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| Disque   | D1 | $M = 20 \text{ kg}$           | $I_D = 200.10^{-3} \text{ kg m}^2$ | $I_P = 400.10^{-3} \text{ kg m}^2$ |
|          | D2 | $M = 17 \text{ kg}$           | $I_D = 170.10^{-3} \text{ kg m}^2$ | $I_P = 340.10^{-3} \text{ kg m}^2$ |
|          | D3 | $M = 10 \text{ kg}$           | $I_D = 15.10^{-3} \text{ kg m}^2$  | $I_P = 30.10^{-3} \text{ kg m}^2$  |

Les caractéristiques des paliers sont renseignés dans les tableaux qui suivent.

$$\Omega = 0 \text{ tr/min}$$

Palier P1

$$\begin{aligned} K_{yy} &= 90.10^6 \text{ N/m} & K_{zz} &= 50.10^7 \text{ N/m} \\ K_{yz} &= 8.10^4 \text{ N/m} & K_{zy} &= -9.10^4 \text{ N/m} \\ c_{yy} &= 15.10^4 \text{ Ns/m} & c_{zz} &= 45.10^4 \text{ Ns/m} \\ c_{yz} &= -1.10^2 \text{ Ns/m} & c_{zy} &= 1.10^2 \text{ Ns/m} \end{aligned}$$

Palier P2

$$\begin{aligned} K_{yy} &= 60.10^6 \text{ N/m} & K_{zz} &= 15.10^7 \text{ N/m} \\ K_{yz} &= 8.10^4 \text{ N/m} & K_{zy} &= -8.10^4 \text{ N/m} \\ c_{yy} &= 12.10^4 \text{ Ns/m} & c_{zz} &= 19.10^4 \text{ Ns/m} \\ c_{yz} &= -1.10^2 \text{ Ns/m} & c_{zy} &= 1.10^2 \text{ Ns/m} \end{aligned}$$

$\Omega = 5000 \text{ tr/min}$

|           |                                 |                                 |
|-----------|---------------------------------|---------------------------------|
| Palier P1 | $K_{yy} = 90.10^6 \text{ N/m}$  | $K_{zz} = 50.10^7 \text{ N/m}$  |
|           | $K_{yz} = 9.10^4 \text{ N/m}$   | $K_{zy} = -9.10^4 \text{ N/m}$  |
|           | $c_{yy} = 15.10^4 \text{ Ns/m}$ | $c_{zz} = 45.10^4 \text{ Ns/m}$ |
|           | $c_{yz} = -1.10^2 \text{ Ns/m}$ | $c_{zy} = 1.10^2 \text{ Ns/m}$  |

|           |                                 |                                 |
|-----------|---------------------------------|---------------------------------|
| Palier P2 | $K_{yy} = 60.10^6 \text{ N/m}$  | $K_{zz} = 15.10^7 \text{ N/m}$  |
|           | $K_{yz} = 8.10^4 \text{ N/m}$   | $K_{zy} = -8.10^4 \text{ N/m}$  |
|           | $c_{yy} = 12.10^4 \text{ Ns/m}$ | $c_{zz} = 19.10^4 \text{ Ns/m}$ |
|           | $c_{yz} = -1.10^2 \text{ Ns/m}$ | $c_{zy} = 1.10^2 \text{ Ns/m}$  |

$\Omega = 6500 \text{ tr/min}$

|           |                                 |                                 |
|-----------|---------------------------------|---------------------------------|
| Palier P1 | $K_{yy} = 100.10^6 \text{ N/m}$ | $K_{zz} = 40.10^7 \text{ N/m}$  |
|           | $K_{yz} = 15.10^4 \text{ N/m}$  | $K_{zy} = -15.10^4 \text{ N/m}$ |
|           | $c_{yy} = 13.10^4 \text{ Ns/m}$ | $c_{zz} = 33.10^4 \text{ Ns/m}$ |
|           | $c_{yz} = -1.10^2 \text{ Ns/m}$ | $c_{zy} = 1.10^2 \text{ Ns/m}$  |

|           |                                 |                                 |
|-----------|---------------------------------|---------------------------------|
| Palier P2 | $K_{yy} = 70.10^6 \text{ N/m}$  | $K_{zz} = 14.10^7 \text{ N/m}$  |
|           | $K_{yz} = 13.10^4 \text{ N/m}$  | $K_{zy} = -13.10^4 \text{ N/m}$ |
|           | $c_{yy} = 10.10^4 \text{ Ns/m}$ | $c_{zz} = 15.10^4 \text{ Ns/m}$ |
|           | $c_{yz} = -1.10^2 \text{ Ns/m}$ | $c_{zy} = 1.10^2 \text{ Ns/m}$  |

$\Omega = 8000 \text{ tr/min}$

|           |                                 |                                 |
|-----------|---------------------------------|---------------------------------|
| Palier P1 | $K_{yy} = 110.10^6 \text{ N/m}$ | $K_{zz} = 35.10^7 \text{ N/m}$  |
|           | $K_{yz} = 20.10^4 \text{ N/m}$  | $K_{zy} = -20.10^4 \text{ N/m}$ |
|           | $c_{yy} = 11.10^4 \text{ Ns/m}$ | $c_{zz} = 26.10^4 \text{ Ns/m}$ |
|           | $c_{yz} = -2.10^2 \text{ Ns/m}$ | $c_{zy} = 2.10^2 \text{ Ns/m}$  |

|           |                                 |                                 |
|-----------|---------------------------------|---------------------------------|
| Palier P2 | $K_{yy} = 80.10^6 \text{ N/m}$  | $K_{zz} = 14.10^7 \text{ N/m}$  |
|           | $K_{yz} = 20.10^4 \text{ N/m}$  | $K_{zy} = -20.10^4 \text{ N/m}$ |
|           | $c_{yy} = 9.10^4 \text{ Ns/m}$  | $c_{zz} = 13.10^4 \text{ Ns/m}$ |
|           | $c_{yz} = -2.10^2 \text{ Ns/m}$ | $c_{zy} = 2.10^2 \text{ Ns/m}$  |

$\Omega = 10000 \text{ tr/min}$

|           |                                 |                                 |
|-----------|---------------------------------|---------------------------------|
| Palier P1 | $K_{yy} = 115.10^6 \text{ N/m}$ | $K_{zz} = 33.10^7 \text{ N/m}$  |
|           | $K_{yz} = 35.10^4 \text{ N/m}$  | $K_{zy} = -35.10^4 \text{ N/m}$ |
|           | $c_{yy} = 10.10^4 \text{ Ns/m}$ | $c_{zz} = 20.10^4 \text{ Ns/m}$ |
|           | $c_{yz} = -2.10^2 \text{ Ns/m}$ | $c_{zy} = 3.10^2 \text{ Ns/m}$  |

|           |                                 |                                 |
|-----------|---------------------------------|---------------------------------|
| Palier P2 | $K_{yy} = 90.10^6 \text{ N/m}$  | $K_{zz} = 14.10^7 \text{ N/m}$  |
|           | $K_{yz} = 30.10^4 \text{ N/m}$  | $K_{zy} = -30.10^4 \text{ N/m}$ |
|           | $c_{yy} = 8.10^4 \text{ Ns/m}$  | $c_{zz} = 10.10^4 \text{ Ns/m}$ |
|           | $c_{yz} = -2.10^2 \text{ Ns/m}$ | $c_{zy} = 2.10^2 \text{ Ns/m}$  |

$\Omega = 14000 \text{ tr/min}$

|           |                                 |                                 |
|-----------|---------------------------------|---------------------------------|
| Palier P1 | $K_{yy} = 120.10^6 \text{ N/m}$ | $K_{zz} = 30.10^7 \text{ N/m}$  |
|           | $K_{yz} = 70.10^4 \text{ N/m}$  | $K_{zy} = -70.10^4 \text{ N/m}$ |

$$\begin{aligned}c_{yy} &= 7.10^4 \text{ Ns/m} & c_{zz} &= 15.10^4 \text{ Ns/m} \\c_{yz} &= -3.10^2 \text{ Ns/m} & c_{zy} &= 4.10^2 \text{ Ns/m}\end{aligned}$$

|        |    |                                 |                                 |
|--------|----|---------------------------------|---------------------------------|
| Palier | P2 | $K_{yy} = 100.10^6 \text{ N/m}$ | $K_{zz} = 14.10^7 \text{ N/m}$  |
|        |    | $K_{yz} = 60.10^4 \text{ N/m}$  | $K_{zy} = -60.10^4 \text{ N/m}$ |
|        |    | $c_{yy} = 6.10^4 \text{ Ns/m}$  | $c_{zz} = 8.10^4 \text{ Ns/m}$  |
|        |    | $c_{yz} = -3.10^2 \text{ Ns/m}$ | $c_{zy} = 3.10^2 \text{ Ns/m}$  |

## 1.3 Conditions aux limites

Pour bloquer les mouvements de type corps rigide dans la direction  $x$ , on bloque les degrés de liberté  $DX$  et  $DRX$  au nœud palier  $BI$ .

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul

Les résultats de référence sont donnés par ROTORINSA, code aux éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors en flexion. Les paramètres suivants ont été utilisés pour les résultats de référence :

- Le calcul porte sur un nombre de modes en rotation  $NVES = 8 + 4$  , dans ROTORINSA.
- La plage de vitesses de rotation est définie de 0 à  $20000 \text{ tr/mn}$  avec un pas  $500 \text{ tr/mn}$  .

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Les résultats de ROTORINSA donnent les fréquences des modes en flexion.

Le calcul des modes en rotation est effectué avec Code\_Aster en utilisant la même modélisation que ROTORINSA. Les résultats de Code\_Aster donnent à la fois les fréquences des modes de flexion, de torsion et de traction/compression. Le nombre de modes calculés est 12.

### 2.3 Références

- [1] ROTORINSA, logiciel éléments finis destiné à prévoir le comportement dynamique de rotors en flexion, LaMCoS UMR5259, INSA-Lyon.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un système d'arbres tournant avec des vitesses de rotation positives.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le rotor est maillé en 21 éléments finis d'arbre de type `POU_D_T` et comporte 5 éléments discrets de type `DIS_TR` pour la modélisation des disques et des paliers.

Nombre de nœuds : 22  
Nombre et type d'éléments : 21 SEG2  
5 POI1

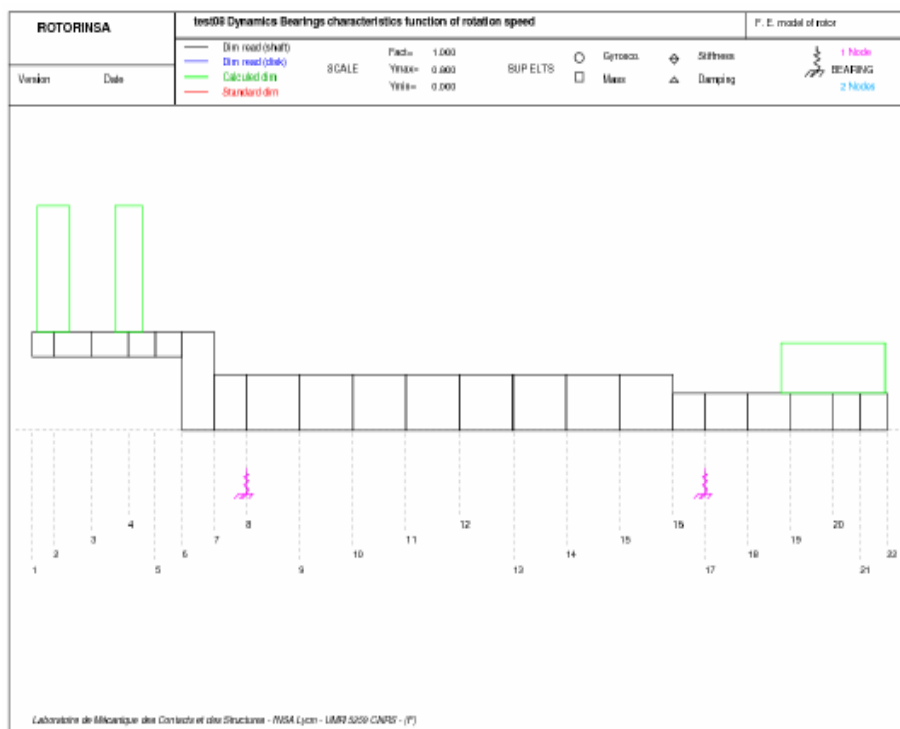


Figure 1-b : Caractéristique du modèle éléments finis sous ROTORINSA

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

### Fréquences propres en fonction de la vitesse de rotation (calcul direct) :

Les valeurs des 8 premières fréquences de flexion pour les vitesses  $0 \text{ tr/min}$  et  $20000 \text{ tr/min}$ , pour les deux logiciels, sont présentées dans le tableau ci-dessous.

| N° Fréq<br>en<br>flexion | Vitesse de<br>rotation<br>( $\text{tr/min}$ ) | ROTORINSA        |                            | Code_Aster       |                         |
|--------------------------|-----------------------------------------------|------------------|----------------------------|------------------|-------------------------|
|                          |                                               | $F \text{ (Hz)}$ | Facteur<br>d'amortissement | $F \text{ (Hz)}$ | Amortissement<br>réduit |
| 1                        | 0                                             | 130.695          | 6.37866E-01                | 131.547          | 6.37613E-01             |
|                          | 20000                                         | 123.683          | 1.24817E-01                | 123.706          | 1.24678E-01             |
| 2                        | 0                                             | 227.925          | 9.58757E-02                | 227.716          | 9.49991E-02             |
|                          | 20000                                         | 200.581          | 2.17961E-01                | 200.728          | 2.17632E-01             |
| 3                        | 0                                             | 313.311          | 2.27364E-01                | 313.935          | 2.27701E-01             |
|                          | 20000                                         | 286.743          | 1.81652E-01                | 286.912          | 1.81388E-01             |
| 4                        | 0                                             | 381.529          | 6.52812E-01                | 375.305          | 6.61825E-01             |
|                          | 20000                                         | 308.624          | 4.32727E-01                | 309.825          | 4.31714E-01             |
| 5                        | 0                                             | 390.802          | 1.77361E-01                | 390.241          | 1.74485E-01             |
|                          | 20000                                         | 370.338          | 2.54912E-01                | 369.917          | 2.54178E-01             |
| 6                        | 0                                             | 1448.01          | 1.42312E-01                | 1439.66          | 1.54371E-01             |
|                          | 20000                                         | 409.861          | 5.58764E-01                | 412.422          | 5.63110E-01             |
| 7                        | 0                                             | 1554.84          | 1.07354E-01                | 1554.35          | 1.11688E-01             |
|                          | 20000                                         | 813.124          | 4.73230E-01                | 824.952          | 4.70031E-01             |
| 8                        | 0                                             | 2050.12          | 3.08294E-01                | 1928.78          | 3.04586E-01             |
|                          | 20000                                         | 997.312          | 4.93828E-01                | 1006.17          | 5.08301E-01             |

Tableau 2-a : Fréquences propres de type flexion pour ROTORINSA et Code\_Aster (calcul direct)

Le critères de tolérance en relatif sont de 10% sur les résultats à l'arrêt et de 5% sur les résultats à  $20000 \text{ tr/min}$ . A la tolérance près, les fréquences obtenues sont en adéquation avec celles de ROTORINSA.

## Fréquences propres en fonction de la vitesse de rotation (calcul en 2 étages) :

Les valeurs des 8 premières fréquences de flexion pour les vitesses  $0 \text{ tr/min}$  et  $20000 \text{ tr/min}$ , pour les deux logiciels, sont présentées dans le tableau ci-dessous.

| N° Fréq en flexion | Vitesse de rotation ( $\text{tr/min}$ ) | ROTORINSA        |                         | Code_Aster       |                      |
|--------------------|-----------------------------------------|------------------|-------------------------|------------------|----------------------|
|                    |                                         | $F \text{ (Hz)}$ | Facteur d'amortissement | $F \text{ (Hz)}$ | Amortissement réduit |
| 1                  | 0                                       | 130.695          | 6.37866E-01             | 130.909          | 6.37982E-01          |
|                    | 20000                                   | 123.683          | 1.24817E-01             | 123.701          | 1.24816E-01          |
| 2                  | 0                                       | 227.925          | 9.58757E-02             | 227.890          | 9.56146E-02          |
|                    | 20000                                   | 200.581          | 2.17961E-01             | 200.634          | 2.17876E-01          |
| 3                  | 0                                       | 313.311          | 2.27364E-01             | 313.433          | 2.27817E-01          |
|                    | 20000                                   | 286.743          | 1.81652E-01             | 286.805          | 1.81739E-01          |
| 4                  | 0                                       | 381.529          | 6.52812E-01             | 380.699          | 6.55069E-01          |
|                    | 20000                                   | 308.624          | 4.32727E-01             | 308.825          | 4.32616E-01          |
| 5                  | 0                                       | 390.802          | 1.77361E-01             | 390.883          | 1.76940E-01          |
|                    | 20000                                   | 370.338          | 2.54912E-01             | 370.399          | 2.54825E-01          |
| 6                  | 0                                       | 1448.01          | 1.42312E-01             | 1448.54          | 1.45247E-01          |
|                    | 20000                                   | 409.861          | 5.58764E-01             | 410.199          | 5.60285E-01          |
| 7                  | 0                                       | 1554.84          | 1.07354E-01             | 1556.64          | 1.07779E-01          |
|                    | 20000                                   | 813.124          | 4.73230E-01             | 814.475          | 4.72976E-01          |
| 8                  | 0                                       | 2050.12          | 3.08294E-01             | 2009.06          | 3.09277E-01          |
|                    | 20000                                   | 997.312          | 4.93828E-01             | 998.343          | 4.95564E-01          |

Tableau 2-b : Fréquences propres de type flexion pour ROTORINSA et Code\_Aster (calcul en 2 étages)

Le critères de tolérance en relatif sont de 5% sur les résultats à l'arrêt et de 1% sur les résultats à  $20000 \text{ tr/min}$ . A la tolérance près, les fréquences obtenues sont en meilleure adéquation avec celles de ROTORINSA (par comparaison à la méthode de calcul modal direct). En effet, c'est cette méthode de calcul modal en 2 étages qui est utilisé dans ROTORINSA.

Dans Code\_Aster, on observe aussi des fréquences et des modes de torsion et de modes de traction/compression. Ces modes ne sont pas calculés par ROTORINSA, car il modélise uniquement le comportement en flexion.

Les valeurs de la première fréquence en torsion pour les vitesses  $0 \text{ tr/min}$  et  $20000 \text{ tr/min}$ , pour Code\_Aster, sont présentées dans le tableau ci-dessous

| N° Fréq en Torsion | Vitesse de rotation ( $\text{tr/min}$ ) | $F \text{ (Hz)}$ |
|--------------------|-----------------------------------------|------------------|
| 1                  | 0                                       | 5.81803E+02      |
|                    | 20000                                   | 5.81803E+02      |

Tableau 2-c : Fréquences de torsion données par Code\_Aster

La valeur de la première fréquence en traction pour les vitesses  $0 \text{ tr/min}$  et  $20000 \text{ tr/min}$ , pour Code\_Aster, sont présentées dans le tableau ci-dessous

| N° Fréq en Torsion | Vitesse de rotation (tr/min) | $F$ (Hz)    |
|--------------------|------------------------------|-------------|
| 1                  | 0                            | 1.67224E+03 |
|                    | 20000                        | 1.67224E+03 |

**Tableau 2-c : Fréquences de traction données par Code\_Aster**

En résumé dans le tableau ci-dessous, sont présentés, les nombres les fréquences calculées et utilisées dans le tracé du diagramme de Campbell dans Code\_Aster.

Nombre de valeurs propres détectées : 12

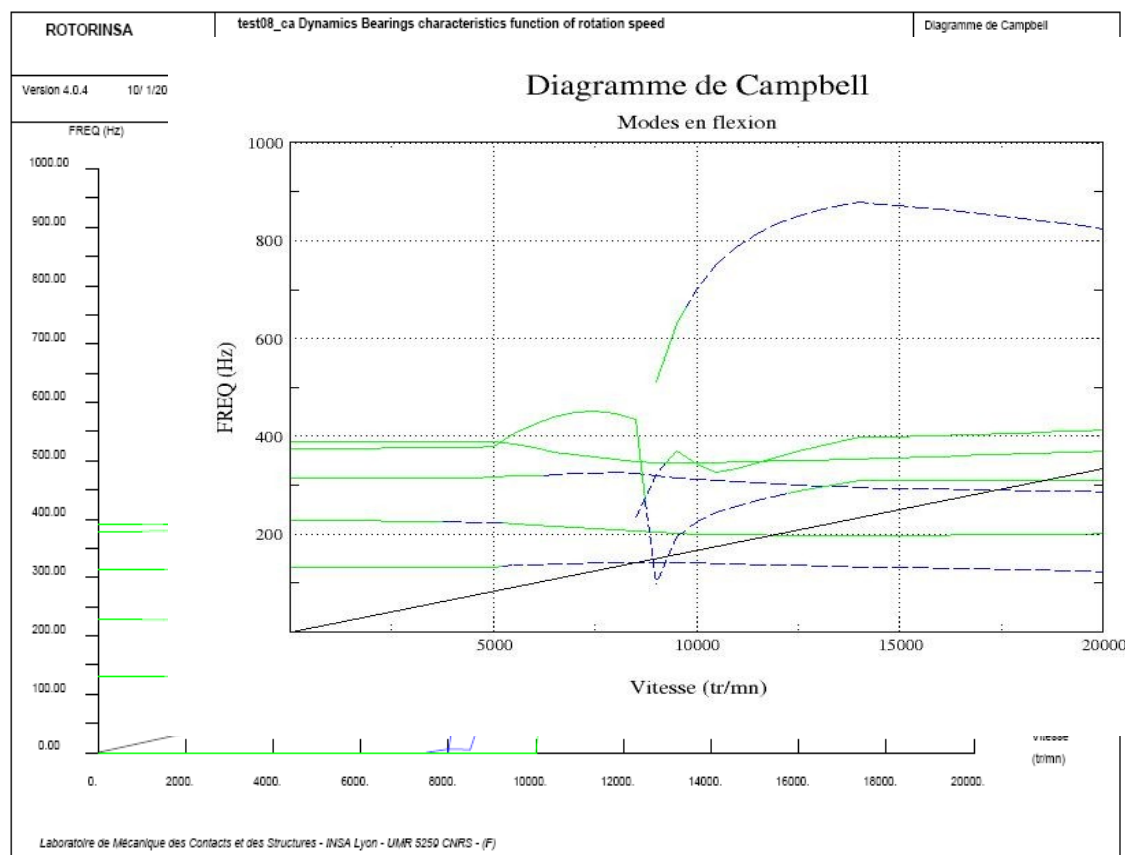
Nombre de fréquences demandées pour le tracé : 8

|                                           | calculés | tracés |
|-------------------------------------------|----------|--------|
| Nombre de fréquences totales              | 12       | 8      |
| Nombre de fréquences en flexion           | 8        | 7      |
| Nombre de fréquences torsion              | 1        | 1      |
| Nombre de fréquences traction/compression | 1        | 0      |

**Tableau 2-d : Fréquences calculées et tracées (Code\_Aster)**

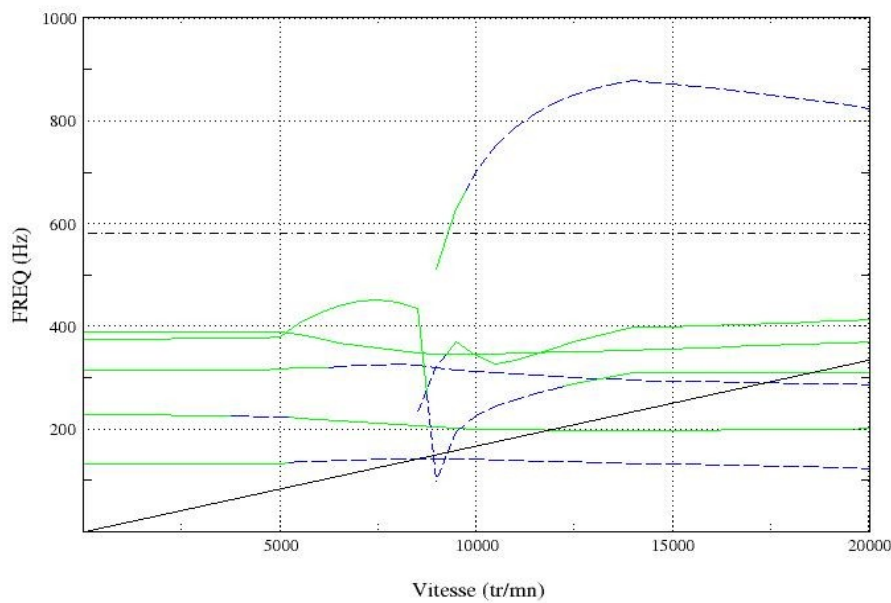
## Diagramme de Campbell :

Le diagramme de Campbell obtenue dans Code-Aster en suivant les modes de flexion par comparaison de forme (matrices MAC) correspond parfaitement à celui obtenu par ROTORINSA.



**Figure 3-b : Diagramme de Campbell en flexion donnée par Code\_Aster**

On observe en plus le suivi des modes de torsion et de traction/compression. Pour cette application, les modes de traction/compression sont situés au delà de l'intervalle de fréquences considéré. Les modes de torsion sont invariants par rapport à la vitesse de rotation et donc les courbes d'évolution sont des lignes horizontales.

**Diagramme de Campbell****Figure 3-c : Diagramme de Campbell en flexion et torsion**

Pour les modes de torsion : couleur de trait noir, style un tiret, un pointillé.

**Vitesses critiques (Points d'intersection avec les droites  $Y = SX$ ) :**

Les vitesses critiques éventuelles dues aux balourds ou à des forces tournantes synchrones à la vitesse du rotor, sont obtenues par les intersections de la droite de pente  $S=1$  avec les courbes d'évolution des fréquences.

Le tableau ci-dessous montre que Les points d'intersection pour les modes en flexion obtenus sont en adéquation parfaite avec ceux de ROTORINSA.

| ROTORINSA<br>$S=1$          |                            | Code-Aster<br>$S=1$         |                            |
|-----------------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| Vitesse<br>( <i>tr/mn</i> ) | Fréquence<br>( <i>Hz</i> ) | Vitesse<br>( <i>tr/mn</i> ) | Fréquence<br>( <i>Hz</i> ) |
| 8490.71                     | 141.51                     | 8494.57                     | 141.58                     |
| 9232.07                     | 153.87                     | 9287.67                     | 154.79                     |
| 11874.83                    | 197.91                     | 11880.25                    | 198.00                     |
| 17407.04                    | 290.12                     | 17413.65                    | 290.23                     |
| 18526.74                    | 308.78                     | 18579.12                    | 309.65                     |

**Tableau 4-a : Vitesses critiques par Code\_Aster et ROTORINSA**

---

## 4 Synthèse des résultats

---

Ce cas-test permet de valider la fonctionnalité Diagramme de Campbell pour des lignes d'arbres dont les caractéristiques en raideur et amortissement dépendent de la vitesse de rotation puisqu'on retrouve les mêmes résultats par Code\_Aster et par ROTORINSA.