

SDLD105 - Réponse transitoire d'un système masses-ressorts à un séisme avec correction statique

Résumé

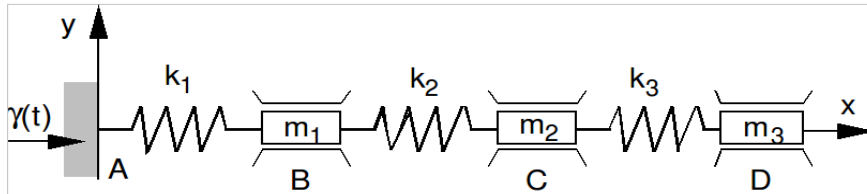
Ce cas test, inspiré du cas test VPCS SDLD04, consiste à calculer la réponse transitoire non amortie d'un système masses-ressorts linéaire encastré-libre soumis à une accélération imposée.

Son objectif est de montrer un exemple de correction statique *a posteriori* et l'intérêt de cette correction.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On calcule la réponse d'un système linéaire composé de trois masses et de trois ressorts à une accélération imposée au niveau de son point d'ancrage (A) :



1.2 Propriétés des matériaux

- raideurs de liaison : $k_1 = 1000 \text{ N/m}$ et $k_2 = k_3 = 100 \text{ N/m}$;
- masses ponctuelles : $m = m_1 = m_2 = m_3 = 1 \text{ kg}$.
- amortissement modal de 5 % pour tous modes

1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites

Les seuls déplacements autorisés sont les translations selon l'axe x .

Le point A est encastré : $dx = dy = dz = drx = dry = drz = 0$.

Chargement

Le point d'ancrage A est soumis à une accélération harmonique de fréquence f_{ex} . Le calcul est fait de 0 à 20 s .

1.4 Conditions initiales

Le système est initialement au repos : à $t=0$, $dx(0)=0$ et $dx/dt(0)=0$ en tout point.

2 Solution de référence

L'objectif du cas test est de montrer l'effet de troncature modale sur un exemple très simple de calcul sismique et d'illustrer l'intérêt de la correction statique *a posteriori*. La solution de référence est donc le calcul transitoire direct réalisé avec l'opérateur `DYNA_VIBRA`.

Le système masses-ressorts possède trois degrés de liberté. Il est donc associé à trois modes dont les fréquences calculées sont :

$$f_1 = 0,946 \text{ Hz} , f_2 = 2,533 \text{ Hz} \text{ et } f_3 = 5,305 \text{ Hz} .$$

La fréquence d'excitation du signal sismique harmonique a été choisie à $f_{ex} = 2 \text{ Hz}$ pour ne garder dans la base modale que les deux premiers modes. On respecte la règle de retenir les modes jusqu'à deux fois la fréquence maximale d'excitation.

Le tableau des masses modales effectives unitaires donne des informations intéressantes :

Masse effective unitaire			
NUME_MODE	FREQUENCE	MASS_EFFE_UN_DX	CUMUL_DX
1	9.48538E-01	6.82972E-01	6.82972E-01
2	2.53344E+00	5.03369E-02	7.33309E-01
3	5.30513E+00	2.66691E-01	1.00000E+00

On observe que le troisième mode aura une réponse dynamique négligeable car sa fréquence propre vaut $f_3 = 5,305 \text{ Hz}$, au-delà de $2 \times f_{ex} = 4,0 \text{ Hz}$. En revanche sa masse modale effective unitaire dans la direction x vaut 26,7 %. Elle n'est donc pas négligeable et ce mode peut avoir de l'influence sur la réponse du système masses-ressorts par sa contribution quasi-statique. C'est le but de la correction statique que de la prendre en compte.

Si on regarde maintenant la géométrie du mode 3. On constate que c'est principalement sur le nœud *N02* que l'on va pouvoir observer l'effet du mode et donc l'effet de la correction statique.

	Mode 1	Mode 2	Mode 3
Nœud	DX	DX	DX
<i>N01</i> (point <i>A</i>)	0.00000E+00	0.00000E+00	0.00000E+00
<i>N02</i> (point <i>B</i>)	5.08430E-02	9.84653E-02	9.93841E-01
<i>N03</i> (point <i>C</i>)	5.41213E-01	8.33623E-01	-1.10279E-01
<i>N04</i> (point <i>D</i>)	8.39347E-01	-5.43487E-01	1.09069E-02

En effet, à la lecture du tableau des composantes modales, il apparaît que la composante du mode 3 sur tous les nœuds est minoritaire par rapport aux autres modes, sauf pour le nœud *N02*.

2.1 Résultats de référence

On prend pour résultats de référence les résultats donnés par `DYNA_VIBRA` avec la base modale complète aux nœuds *N02* et *N04* à l'instant $t = 19,4 \text{ s}$.

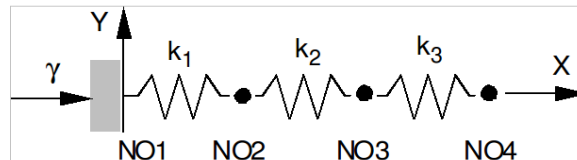
2.2 Incertitude sur la solution

Précision sur l'intégration en temps dans `DYNA_VIBRA`

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Les ressorts et masses ponctuelles sont modélisés par des éléments discrets à 3 degrés de liberté DIS_T :



Le nœud *NO1* est encastré et soumis à une accélération imposée $\gamma(t)$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4
Nombre de mailles et types : 3 DIS_T

3.3 Grandeurs testées et résultats

Fréquences propres (en *Hz*) du système :

Numéro du mode	Code_Aster
1	0,94853
2	2,53344
3	5,30513

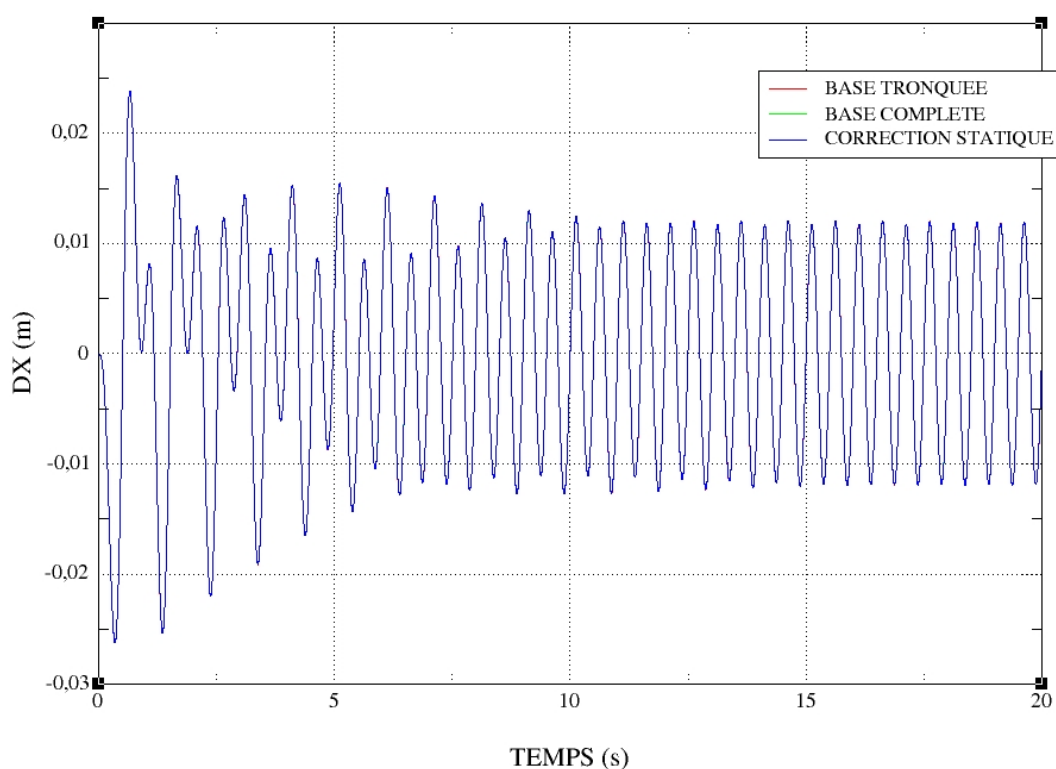
Calcul transitoire par synthèse modale

On teste la prise en compte d'un chargement sous forme de vecteur projeté sur la base modale, sous forme de composante modale, sous forme de vecteur projeté et de composante modale simultanément ainsi que la prise en compte des modes négligés par la correction statique.

Valeurs du déplacement relatif du nœud *NO4* à l'instant $t = 19,4 s$:

base modale	Référence
base tronquée	-0.011301
base complète	-0.011301
correction statique	-0.011301

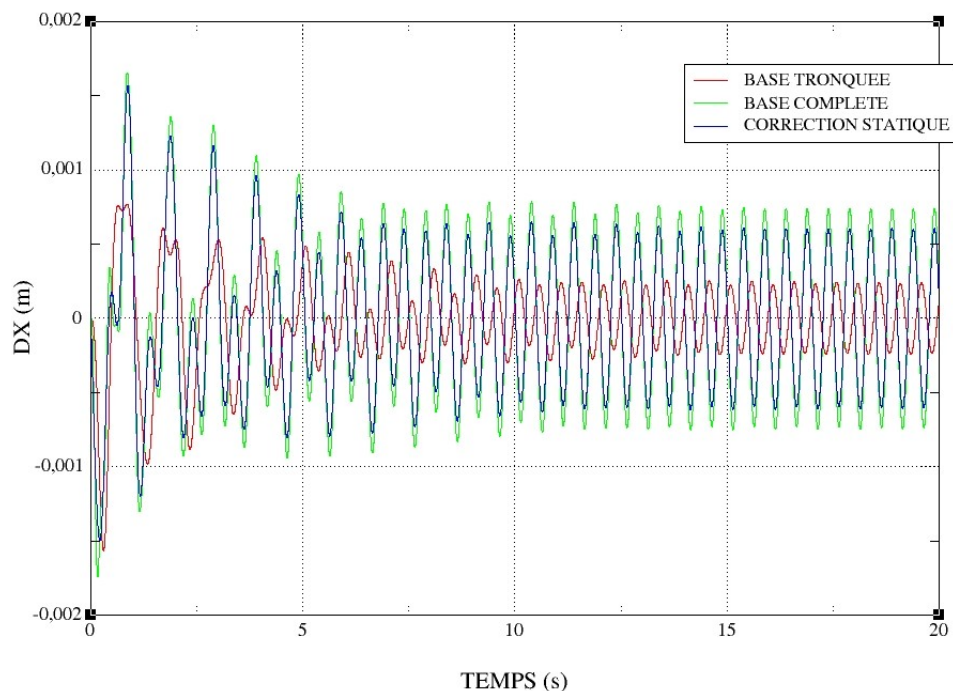
DEPLACEMENT AU NOEUD N04



Valeurs du déplacement relatif du nœud $NO2$ à l'instant $t = 19,4 s$:

base modale	Référence	Calcul	Erreur	Tolérance
base tronquée	7.331625E-04	-1.647491E-04	122.5%	150%
base complète	7.331625E-04	7.331624852E-04	0.0%	1.0E-06%
correction statique	7.331625E-04	5.961668E-04	18.7%	20.0%

DEPLACEMENT AU NOEUD N02



On a illustré ci-dessus l'intérêt de la correction statique : comme prévu à la lecture des déformées modales la correction statique n'est pas visible pour le *NO4* mais joue un rôle important pour le *NO2*. Sans correction statique au *NO2* le déplacement est déphasé et son amplitude minoré de 50%. Avec correction statique l'erreur reste visible (inférieure à 20%) mais le calcul reste réaliste. Sur un calcul moins caricatural l'erreur sera moins sensible. On remarque aussi que l'amplitude du déplacement au nœud *NO2* est de deux ordres plus petite que celle au nœud *NO4*.

4 Synthèse des résultats

Le cas test est un exemple de mise en œuvre de la correction statique a posteriori. Sur un système spécialement calculé pour montrer ses effets, il montre que la correction statique peut réduire de façon importante l'erreur due à l'effet de troncature modale sur les « hautes fréquences ». Sur une étude industrielle on peut s'attendre à un effet moins visible.