
Opérateur CALC_G

1 But

Cet opérateur calcule les grandeurs de mécanique de la rupture suivantes, en 2D et en 3D :

- le taux de restitution d'énergie par la méthode thêta dans le cas d'un problème thermo-élastique linéaire ou non linéaire [R7.02.01] et [R7.02.03], en statique ou en dynamique [R7.02.02],
- les facteurs d'intensité de contraintes $K1$, $K2$ et $K3$ par la méthode des déplacements singuliers dans le cas d'un problème thermo-élastique linéaire [R7.02.05],
- la forme bilinéaire g , fonction d'une série de déplacements, telle que $g(u, u) = G(u)$,
- la maximisation de G et de $K1$ sous des contraintes bornes.

Cet opérateur peut être utilisé aussi bien pour des fissures maillées (approche classique) que pour des fissures non maillées (méthode X-FEM).

Avant une première utilisation, il est conseillé de se référer aux documents de référence et de conseils d'utilisation correspondants, notamment le document [U2.05.01].

Cet opérateur génère un concept de type `table_sdaster`.

2 Syntaxe

```
[table_sdaster] = CALC_G
(
# Récupération du résultat du calcul mécanique
  ♦ RESULTAT = resu, / [evol_elas]
                    / [evol_noli]
                    / [dyna_trans]
                    / [mode_meca]
                    / [mult_elas]

  # Si RESULTAT de type evol_elas, evol_noli ou dyna_trans
  ♦ / TOUT_ORDRE = 'OUI', [DEFAULT]
    / NUME_ORDRE = l_ordre, [l_I]
    / LIST_ORDRE = lis, [listis]
    / INST = l_inst, [l_R]
    / LIST_INST = l_reel, [listr8]

  # Si RESULTAT de type mode_meca
  ♦ / TOUT_MODE = 'OUI', [DEFAULT]
    / NUME_MODE = l_ordre, [l_I]
    / LIST_MODE = lis, [listis]
    / FREQ = l_inst, [l_R]
    / LIST_FREQ = l_reel, [listr8]

  ♦ CRITERE = / 'RELATIF', [DEFAULT]
              ♦ PRECISION = / prec, [R]
                  / 1.E-6, [DEFAULT]
              / 'ABSOLU',
                ♦ PRECISION = prec, [R]

# Récupération ou création du champ thème

  ♦ THETA =_F( ♦ / ♦ FOND_FISS = ff, [fond_fiss]
              ♦ / R_INF = r, [R]
                / R_INF_FO = rz, [fonction]
              ♦ / R_SUP = r, [R]
                / R_SUP_FO = rz, [fonction]
              ♦ / MODULE = / m, [R]
                  / 1, [DEFAULT]
                / MODULE_FO = mz, [fonction]
              ♦ DIRECTION = (d1,d2,d3), [l_R]
                ♦ DIRE_THETA = chamno [cham_no_sdaster]

              / ♦ FISSURE = ffx, [fiss_xfem]
                ♦ / R_INF = r, [R]
                  / R_INF_FO = rz, [fonction]
                ♦ / R_SUP = r, [R]
                  / R_SUP_FO = rz, [fonction]

                ♦ NUME_FOND = / 1, [DEFAULT]
                    / n, [I]
                ♦ NB_POINT_FOND = n, [I]

              / ♦ THETA = theta, [cham_no_sdaster]
                ♦ SYME = / 'NON', [DEFAULT]
```

```

/ 'OUI',
),

# Chargement
# Si RESULTAT de type mult_elas
  ◊ NOM_CAS = nom, [l_Kn]

# Sinon
  ◊ EXCIT = _F ( ◊ CHARGE = charge, [char_meca]
                ◊ FONC_MULT = fmult, [char_cine_meca]
                ), [fonction]
                [formule]

# Finsi

# Comportement
  ◊ / COMP_ELAS = _F (
    ◊ RELATION = / 'ELAS', [DEFAULT]
                / 'ELAS_VMIS_LINE',
                / 'ELAS_VMIS_TRAC',
                / 'ELAS_VMIS_PUIS',
    ◊ DEFORMATION = / 'PETIT', [DEFAULT]
                   / 'GROT_GDEP',
    ◊ / TOUT = 'OUI', [DEFAULT]
      / | GROUP_MA = lgrma, [l_gr_maille]
        | MAILLE = lma, [l_maille]
    ),

  / COMP_INCR = _F (
    ◊ RELATION = / 'ELAS', [DEFAULT]
                / 'VMIS_ISOT_TRAC',
                / 'VMIS_ISOT_LINE',
    ◊ DEFORMATION = / 'PETIT', [DEFAULT]
                   / 'PETIT_REAC',
    ◊ / TOUT = 'OUI', [DEFAULT]
      / | GROUP_MA = lgrma, [l_gr_maille]
        | MAILLE = lma, [l_maille]
    ◊ SIGM_INIT = sig, [cham_elem, cham_no]
    ),

# Méthode de discrétisation de thêta en fond de fissure (3D local)
  ◊ LISSAGE = _F ( ◊ LISSAGE_THETA = / 'LEGENDRE' [DEFAULT]
                 / 'LAGRANGE'
                 / 'LAGRANGE_REGU'
    ◊ LISSAGE_G = / 'LEGENDRE' [DEFAULT]
                 / 'LAGRANGE'
                 / 'LAGRANGE_NO_NO'
                 / 'LAGRANGE_REGU'
    # Si LISSAGE_THETA = 'LEGENDRE' ou LISSAGE_G = 'LEGENDRE':
    ◊ DEGRE = / 5 [DEFAULT]
              / 0,1,2,3,4,6,7,
    ),

# Option demandée

```

```

    ♦ OPTION = / 'CALC_G' ,
                / 'CALC_G_GLOB' ,
                / 'CALC_K_G' ,
                / 'G_MAX' ,
                / 'G_MAX_GLOB' ,
                / 'CALC_K_MAX' ,
                / 'G_BILI' ,
                / 'G_BILI_GLOB' ,

# Si OPTION = 'G_MAX' ou 'G_MAX_GLOB'
  ♦ BORNES =_F ( ♦ NUME_ORDRE = num , [I]
                 ♦ VALE_MIN = qmin , [R]
                 ♦ VALE_MAX = qmax , [R]
                ),
# Si OPTION = 'CALC_K_MAX'
  ♦ SIGNES =_F ( ♦ CHARGE_S = listS , [l_I]
                 ♦ CHARGE_NS = listNS , [l_I]
                ),
# Si OPTION = 'CALC_G' ou 'CALC_G_GLOB'
  ♦ CALCUL_CONTRAINTE = 'NON',

  ♦ TITRE = titre, [l_Kn]

# Impression d'informations

  ♦ INFO = / 1 , [DEFAULT]
           / 2 ,
)

```

3 Opérandes

3.1 Opérande RESULTAT

/ RESULTAT = resu

Nom d'un concept résultat de type `evol_elas`, `evol_noli`, `dyna_trans`, `mode_meca` ou `mult_elas`. Cet opérande permet de récupérer le champ de déplacement (et de vitesse et d'accélération pour un calcul en dynamique).

Le modèle et le champ de matériau, nécessaires au calcul, sont également extrait de la structure de données résultat. Les options de calcul possibles pour chaque type de modélisation sont rappelées dans le tableau ci-dessous.

	Calcul de <i>G</i>	Calcul de <i>K</i>
D_PLAN / C_PLAN D_PLAN_INCO, D_PLAN_INCO_UP	CALC_G	CALC_K_G
<i>Fissure maillée</i>	G_MAX G_BILI	
D_PLAN/ C_PLAN <i>Fissure non maillée</i>	CALC_G	CALC_K_G
AXIS, AXIS_INCO, AXIS_INCO_UP	CALC_G	CALC_K_G
<i>Fissure maillée</i>	G_MAX G_BILI	
AXIS <i>Fissure non maillée</i>	CALC_G	CALC_K_G
3D, 3D_INCO, 3D_INCO_UP	CALC_G / CALC_G_GLOB	CALC_K_G
<i>Fissure maillée</i>	G_MAX / G_MAX_GLOB G_BILI / G_BILI_GLOB	CALC_K_MAX
3D <i>Fissure non maillée</i>	CALC_G	CALC_K_G CALC_K_MAX

Tableau 3.1 : Disponibilité, par modélisation, des options de calcul.

Remarques sur les propriétés matériau :

Les caractéristiques du matériau, récupérées dans la structure de données `resu`, sont les suivantes :

- module d'Young `E`,
- coefficient de Poisson `NU`,
- coefficient de dilatation thermique `ALPHA` (pour un problème thermo-mécanique),
- limite d'élasticité `SY` (pour un problème élastique non linéaire),
- pente de la courbe de traction `D_SIGM_EPSI` (pour un problème élastique non linéaire avec écrouissage isotrope linéaire).

Pour le calcul de restitution d'énergie, ces caractéristiques peuvent dépendre de la géométrie (option 'CALC_G') et de la température (option 'CALC_G', 'CALC_G_GLOB'). Elles doivent être indépendantes de la température pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes.

Les caractéristiques SY et D_SIGM_EPSI ne sont traitées que pour un problème élastique non linéaire avec écrouissage de Von Mises et avec l'option de calcul du taux de restitution d'énergie 'CALC_G_GLOB'. Le calcul des coefficients d'intensité de contraintes est traité uniquement en élasticité linéaire.

Remarque :

Pour le calcul des facteurs d'intensité de contraintes (option 'CALC_K_G'), les caractéristiques doivent être définies sur tous les matériaux, y compris sur les éléments de bord, du fait de la méthode de calcul [R7.02.05]. Pour s'assurer de ce fait, il est conseillé de faire un AFFE = _F (TOUT = 'OUI') dans la commande AFFE_MATERIAU [U4.43.03], quitte à utiliser la règle de surcharge ensuite.

Pour les éléments incompressibles (_INCO, _INCO_UP), il est conseillé d'utiliser STAT_NON_LINE pour obtenir les résultats.

Les facteurs d'intensité des contraintes obtenus avec l'option CALC_K_G sont calculés en évaluant la forme bilinéaire de G avec une solution singulière purement mécanique (solution asymptotique de Westergaard). Si on résout un problème thermo-mécanique, on ne prend alors pas en compte la singularité due au champ thermique.

Un indicateur de l'erreur due à cette approximation peut être obtenu en évaluant la différence entre G et G_{irwin} . En pratique, on évalue en tout point du fond de fissure la quantité $\frac{|G - G_{irwin}|}{|G|}$, et on en fait ensuite la moyenne arithmétique. Si cette moyenne excède les 50 %, on estime alors que l'on sort du périmètre de validité de l'approche, et un message d'alarme est émis.

Problème du bi-matériau :

1^{er} cas : On a un bi-matériau mais la pointe de fissure est dans un seul matériau, cf. Figure 3.1-a. Si on est assuré que la couronne, définie entre les rayons inférieur R_INF et supérieur R_SUP, a comme support des éléments du même matériau, le calcul est possible quelle que soit l'option choisie. Sinon seules les options 'CALC_G' et 'CALC_G_GLOB' sont possibles.

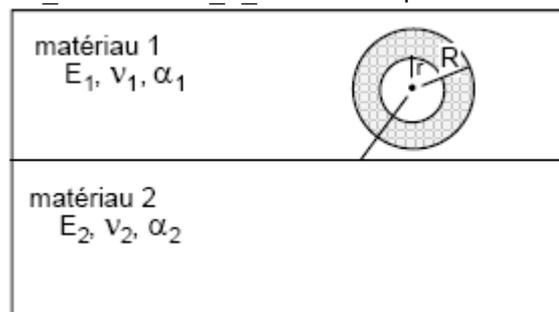
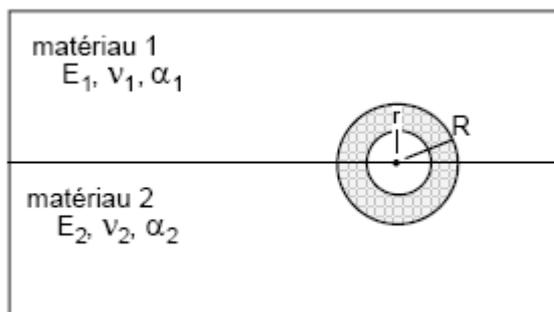


Figure 3.1-a : Bi-matériau : 1^{er} cas

2nd cas : On a un bi-matériau où la pointe de fissure est à l'interface, cf. Figure 3.1-b. À ce jour, seules les options de calcul du taux de restitution d'énergie (options 'CALC_G_GLOB' et 'CALC_G') sont disponibles. Le calcul de coefficients d'intensité de contraintes n'est pas possible dans ce cas.

Figure 3.1-b : Bi-matériau : 2nd cas

3.2 Opérandes TOUT_ORDRE / NUME_ORDRE / LIST_ORDRE / INST / LIST_INST / TOUT_MODE / NUME_MODE / LIST_MODE / FREQ / LIST_FREQ / PRECISION / CRITERE

Ces opérandes sont utilisés avec l'opérande RESULTAT.

Les opérandes TOUT_ORDRE, NUME_ORDRE, LIST_ORDRE, INST, LIST_INST sont associés aux résultats de type evol_elas, evol_noli ou dyna_trans. Voir [U4.71.00].

Les opérandes TOUT_MODE, NUME_MODE, LIST_MODE, FREQ, LIST_FREQ sont associés aux résultats de type mode_meca.

3.3 Opérande NOM_CAS

◇ NOM_CAS = nom

L'opérande NOM_CAS est associé aux résultats de type mult_elas (produit par l'opérateur MACRO_ELAS_MULT). Plusieurs cas de charges peuvent être listés derrière cet opérande, à condition bien sûr, d'avoir servis dans la création du résultat de type mult_elas. Si NOM_CAS n'est pas noté, tous les cas de charge sont traités.

3.4 Mot clé EXCIT et opérandes CHARGE/FONC_MULT

◇ EXCIT = _F(◆ CHARGE = charge
 ◇ FONC_MULT = fmult)

Le mot clé EXCIT permet de récupérer une liste de chargements charge, issus des commandes AFFE_CHAR_MECA ou AFFE_CHAR_MECA_F [U4.44.01], et les éventuels coefficients multiplicateurs associés fmult.

Le mot clé EXCIT est facultatif et ne doit pas être renseigné dans le cas général.

Ce mot-clé est interdit dans le cas d'un résultat de type mult_elas, produit par l'opérateur MACRO_ELAS_MULT. Le ou les chargements à utiliser sont définis avec l'opérande NOM_CAS.

En dehors de ce cas, si le mot clé EXCIT est absent de la commande, le chargement pris en compte est celui extrait de resu. Si le chargement est fourni via EXCIT, alors c'est ce chargement qui sera utilisé dans CALC_G. Si le chargement fourni dans EXCIT est différent de celui présent dans resu (cohérence du nom et du nombre de charges, des couples charge-fonction), une alarme est émise et le calcul se poursuit avec les chargements indiqués par l'utilisateur. Attention, cet usage n'est valide que lorsque le résultat est créé via l'opérateur CREA_RESU. En effet, comme CREA_RESU ne permet pas d'appliquer de charges, EXCIT donne la possibilité de définir le chargement directement dans CALC_G.

Les chargements supportés actuellement par les différentes modélisations et pouvant avoir un sens en mécanique de la rupture sont les suivantes :

- Effort volumique : ROTATION, FORCE_INTERNE, PESANTEUR.
- Effort surfacique sur les lèvres de la fissure : FORCE_CONTOUR (2D), FORCE_FACE (3D), PRES_REP.
- Dilatation thermique : la température est transmise via AFFE_MATERIAU/AFFE_VARC
- Pré-déformation : PRE_EPSI (cas fissure maillée uniquement, en 2D pour toutes les options, et en 3D uniquement pour l'option CALC_G_GLOB)

En cas de problème thermo-mécanique, la température est transmise via les propriétés matériau (AFFE_MATERIAU / AFFE_VARC / EVOL). La dilatation thermique est donc automatiquement prise en compte dans le calcul avec CALC_G.

Remarque :

Les chargements non supportés par une option sont ignorés. A ce jour, les chargements suivants pouvant avoir un sens en mécanique de la rupture ne sont pas traités :

- FORCE_NODALE
- FORCE_ARETE
- DDL_IMPO *sur les lèvres de la fissure*
- FACE_IMPO
- PRE_EPSI *en 3D pour les options CALC_G et CALC_K_G*

Il est important de noter que les seuls chargements pris en compte dans un calcul de mécanique de la rupture avec la méthode θ sont ceux supportés par les éléments à l'intérieur de la couronne, où le champ de vecteurs θ est non nul (entre R_INF et R_SUP [R7.02.01 §3.3]). **Les seuls types de charge susceptibles d'influencer le calcul de G sont donc les chargements volumiques (pesanteur, rotation), un champ de température non uniforme ou des efforts appliqués sur les lèvres de la fissure.**

Attention :

- Si plusieurs chargements de même nature (par exemple force volumique) apparaissent dans le calcul, ils sont combinés entre eux pour le post-traitement. Il n'est cependant pas possible à ce jour de faire cette combinaison si des chargements de type FORMULE sont présents : le calcul se termine alors en erreur.
- On applique aussi une règle d'exclusion lors de la présence simultanée d'un champ de pré-déformations (via 'PRE_EPSI') et d'un champ de contraintes initiales (voir § 13)
- Il n'est pas possible à ce jour d'associer une charge définie à partir d'une FORMULE et un coefficient multiplicateur (FONC_MULT). Dans ce cas, le calcul se termine en erreur.
- Les charges cinématiques (AFFE_CHAR_CINE et AFFE_CHAR_CINE_F), ne peuvent pas être prises en compte dans le calcul.
- Pour l'option CALC_K_G, si un chargement est imposé sur les lèvres de la fissure (PRES_REP ou FORCE_CONTOUR), alors il faut **obligatoirement** orienter correctement les mailles de celles-ci (en utilisant ORIE_PEAU_2D ou ORIE_PEAU_3D) préalablement au calcul de K (cas fissure maillée uniquement).
- Si on fait un calcul en grandes transformations (mot clé DEFORMATION : 'GROT_GDEP' sous le mot clé facteur COMP_ELAS ou DEFORMATION = 'PETIT_REAC' sous le mot clé facteur COMP_INCR) les chargements supportés doivent être des charges mortes, typiquement une force imposée et pas une pression [R7.02.03 §2.4] ; ces charges doivent avoir été déclarées comme non suivieuses dans STAT_NON_LINE.
- On note que le calcul de CALC_G avec la modélisation AXIS n'est pas disponible pour les résultats des calculs thermo-mécaniques en grande déformation et grande rotation.

3.5 Mot clé THETA

Le champ θ est :

- 1) soit calculé préalablement par l'opérateur CALC_THETA puis transmis par le mot clé facteur THETA (cf §3.3.1),
- 2) soit calculé dans CALC_G à partir des mots clés R_INF/R_INF_FO, R_SUP/R_SUP_FO, MODULE/MODULE_FO, FOND_FISS/FISSURE.

Les différents cas sont décrits dans le tableau ci-dessous selon l'option de calcul, la modélisation (2D ou 3D) et le type de fissure (fissure maillée ou non).

	CALC_G (G_MAX, G_BILI)	CALC_K_G	CALC_G_GLOB (G_MAX_GLOB, G_BILI_GLOB)
2D - Fissure maillée	♦ / THETA / ♦ FOND_FISS ♦ R_INF, ..	♦ / R_INF,R_SUP... / THETA ♦ FOND_FISS	-
2D - Fissure non maillée	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	-
3D - Fissure maillée	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FOND_FISS	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FOND_FISS	♦ / THETA / ♦ FOND_FISS ♦ R_INF, ..
3D - Fissure non maillée	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	♦ R_INF, R_SUP... ♦ FISSURE	-

Conseils sur le choix des couronnes (dans CALC_THETA ou CALC_G) :

- Éviter d'utiliser un champ *thêta* défini avec un rayon inférieur R_INF nul. Les champs de déplacements sont singuliers en fond de fissure et introduisent des résultats imprécis en post-traitement de mécanique de la rupture.
- Il est conseillé d'utiliser successivement la commande CALC_G avec au moins trois champs *thêta* de couronnes différentes pour s'assurer de la stabilité des résultats. En cas de variation importante (supérieure à 5-10%) il faut s'interroger sur la bonne prise en compte de toute la modélisation.
- Pour l'option CALC_K_G en 2D-axisymétrique, le rayon des couronnes doit être petit devant le rayon du fond de fissure pour avoir la meilleure précision possible. Il est interdit d'avoir des couronnes de rayon plus grand que le rayon du fond de fissure.

3.5.1 Opérandes THETA, FOND_FISS, FISSURE

```

♦ / THETA = theta
  / FOND_FISS = ff,
  / FISSURE = fiss,
    
```

Ces opérandes permettent de définir le (ou les) champs *thêta*.
 Il y a trois possibilités :

1) Si THETA est renseigné :

Le champ *thêta* est un champ de vecteur en chaque nœud du maillage. C'est un concept de type cham_no_sdaster. Il est généralement issu de la commande spécifique CALC_THETA [U4.82.02] qui permet d'affecter le module, la direction du champ *thêta* et les rayons de la couronne entourant le fond de fissure. Pour plus de précisions se reporter à [R7.02.01 §3].

2) Si FOND_FISS est renseigné :

ff est le fond de fissure défini par la commande DEFI_FOND_FISS [U4.82.01].
 Ce mot-clé ne peut être utilisé que si la fissure est maillée.

3) Si FISSURE est renseigné :
fiss est la fissure définie par la commande DEFI_FISS_XFEM [U4.82.08].
Ce mot-clé est obligatoire si la fissure n'est pas maillée.

3.5.2 Opérandes R_INF, R_INF_FO, R_SUP, R_SUP_FO, MODULE, MODULE_FO, DIRECTION, DIRE_THETA

Ces opérandes permettent de calculer le champ θ lorsque celui-ci n'a pas été préalablement déterminé. Ils correspondent respectivement aux rayons inférieur et supérieur des couronnes (scalaire ou fonction, en 3D, de l'abscisse curviligne), au module du champ θ et à sa direction.

L'utilisation de ces opérandes est décrite dans la documentation de CALC_THETA [U4.82.02]. Quelques conseils sont donnés ci-dessus.

En 3D, lorsque les rayons ne sont pas fonction de l'abscisse curviligne, les opérandes R_INF et R_SUP sont facultatifs. S'ils ne sont pas indiqués, ils sont automatiquement calculés à partir du maximum h des tailles de mailles connectées aux nœuds du fond de fissure. Ces tailles de mailles en chaque nœuds du fond sont calculées dans la commande DEFI_FOND_FISS, dans le cas d'une fissure maillée ou DEFI_FISS_XFEM, dans le cas d'une fissure non-maillée, et sont présentent respectivement dans le concept fond_fiss [D4.10.01] ou fiss_xfem [D4.10.01]. Il a été choisi de poser $R_{SUP} = 4h$ et $R_{INF} = 2h$. Si on choisit la valeur automatiquement calculée pour R_SUP et R_INF, il convient toutefois de s'assurer que ces valeurs (affichées dans le fichier .mess) sont cohérentes avec les dimensions de la structure.

Les opérandes DIRECTION et DIRE_THETA ne sont utilisables que pour des fissures maillées (présence du mot-clé FOND_FISS).

Attention, le mot-clé DIRECTION est facultatif, il ne doit être utilisé que dans le cas de fond de fissure plan, courbe ou rectiligne ; en effet, il désigne la direction du champ θ , qui doit, afin que le calcul soit correct, être dans le plan de propagation (mais pas nécessairement normal au fond). Il est toutefois recommandé de définir plutôt le fond de fissure dans DEFI_FOND_FISS en donnant aussi les groupes de mailles des lèvres.

Dans le cas d'un défaut initialement ouvert et dont le fond n'est pas plan, il n'est à l'heure actuelle pas possible de calculer le taux de restitution d'énergie.

3.5.3 Opérandes NUME_FOND et NB_POINT_FOND

◇ NUME_FOND = n,
◇ NB_POINT_FOND = nbnofo,

Cet ensemble de mot clés, facultatifs, ne doit être défini que pour des fissures non maillées (modélisation X-FEM), le mot-clé FISSURE étant donc renseigné.

NUME_FOND : il peut arriver, pour certaines structures, que le fond de fissure soit discontinu. Dans le cas d'une fissure définie par DEFI_FISS_XFEM le fond de fissure est alors découpé en plusieurs parties.

L'opérande NUME_FOND permet d'indiquer sur laquelle de ces sous-parties du fond de fissure on souhaite réaliser le calcul. Par défaut, le calcul se fait sur le premier fond de fissure.

NB_POINT_FOND : par défaut, le calcul se fait sur tous les points du fond de fissure, i.e. tous les points d'intersection entre le fond de fissure et les arêtes du maillage. Les points du fond de fissure peuvent alors être très irrégulièrement espacés, ce qui peut conduire à des oscillations gênantes sur les paramètres $G(s)$ ou $K(s)$ calculés.

L'opérande NB_POINT_FOND permet de fixer a priori le nombre de points de post-traitement, afin d'améliorer la régularité des résultats. Les nbnofo points sont équirépartis le long du fond de fissure. Quelques conseils sont donnés dans le §16.

3.5.4 Opérande SYME

```
◇ SYME = / 'NON' , [DEFAULT]
          / 'OUI' ,
```

Le mot clé `SYME` permet d'indiquer si le chargement est symétrique dans le cas où on ne modélise que la moitié du solide par rapport à la fissure. Sa présence n'est valide que si l'opérande `THETA` est présent.

Dans le cas `SYME = 'OUI'` on multiplie par 2 les valeurs du taux de restitution d'énergie G et sa dérivée éventuelle. De plus, on multiplie par 2 les valeurs de K_I et on affecte 0 à K_{II} et K_{III} . (valable quelque soit l'option).

Remarque :

Lorsque `FOND_FISS` est présent, l'information sur la symétrie du modèle est récupérée directement dans le concept `fond_fiss`. Donc si le mot clé `SYME = 'OUI'` est renseigné dans la commande `DEFI_FOND_FISS`, `CALC_G` prendra automatiquement en compte la symétrie du modèle.

Il n'est pas possible de prendre en compte la symétrie du modèle par rapport à la fissure quand celle-ci n'est pas maillée (cas X-FEM).

3.6 Mot clé COMP_ELAS

```
◇ COMP_ELAS = _F(
```

Ce mot clé facteur permet de définir un comportement **élastique** du matériau.

Le calcul du taux de restitution d'énergie G n'a de sens qu'en **élasticité** linéaire ou non linéaire (`COMP_ELAS`). Il est cependant possible de calculer un paramètre en élastoplasticité (voir §13)

Remarques :

- *Par défaut (si ni `COMP_ELAS` ni `COMP_INCR` est renseigné), la loi de comportement utilisée dans `CALC_G` est identique à celle utilisée pour le calcul mécanique (via `MECA_STATIQUE` ou `STAT_NON_LINE`)*
- *Rien n'interdit d'affecter un comportement différent lors du calcul des déplacements (par exemple élastoplastique) puis de réaliser ce post-traitement avec une autre relation (par exemple élastique non-linéaire). Une vérification de cohérence est effectuée sur les comportements utilisés pour le calcul et pour le post-traitement, et un message d'alarme est émis si il y a une différence ; l'utilisateur est responsable de l'interprétation des résultats obtenus [R7.02.03].*
- *Par exemple, si le chargement est parfaitement radial monotone, les calculs en élasticité non linéaire et en élastoplasticité conduisent aux mêmes résultats.*
- *La seule variable de commande (voir [U4.43.03] : opérateur `AFPE_MATERIAU`, mot-clé `AFPE_VARC`) autorisée pour le calcul du taux de restitution d'énergie est la température 'TEMP'. Il en va de même lorsque le mot-clé `COMP_INCR` est renseigné.*

Pour plus de précisions, se reporter à [U2.05.01].

3.6.1 Opérande RELATION

- `RELATION =`

Les relations de comportement possibles ('ELAS', 'ELAS_VMIS_LINE', 'ELAS_VMIS_TRAC', 'ELAS_VMIS_PUIS') sont détaillées dans [U4.51.11].

```
/ 'ELAS' (DEFAULT)
```

Relation de comportement élastique linéaire c'est-à-dire que la relation entre les déformations et les contraintes considérées est linéaire [R7.02.01 §1.1].

```
/ 'ELAS_VMIS_LINE'
```

Relation de comportement élastique non linéaire, de Von Mises à écrouissage isotrope linéaire. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI_MATERIAU (cf. l'opérateur STAT_NON_LINE [U4.51.03] et le mot clé VMIS_ISOT_LINE) [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20].

/ 'ELAS_VMIS_TRAC'

Relation de comportement élastique non linéaire, de Von Mises à écrouissage isotrope non linéaire. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI_MATERIAU (cf. l'opérateur STAT_NON_LINE [U4.51.03] et le mot clé VMIS_ISOT_TRAC) [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20].

/ 'ELAS_VMIS_PUIS'

Relation de comportement élastique non linéaire, de Von Mises à écrouissage isotrope non linéaire défini par une loi puissance. Les données matériaux nécessaires du champ matériau sont fournies dans l'opérateur DEFI_MATERIAU (cf. l'opérateur STAT_NON_LINE [U4.51.03] et le mot clé VMIS_ISOT_PUIS) [R7.02.03 §1.1] et [R5.03.20].

3.6.2 Opérande DEFORMATION

Ce mot-clé permet de définir les hypothèses utilisées pour le calcul des déformations. De manière générale, voir le paragraphe DEFORMATION de [U4.51,11].

◇ DEFORMATION =

/ 'PETIT' : les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les relations linéarisées. Cela signifie que l'on reste en Hypothèse de Petites Perturbations : petits déplacements, petites rotations et petites déformations. Cette option est la seule possible pour les fissures non maillées.

/ 'GROT_GDEP' : les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les déformations de Green-Lagrange [R7.02.03 §2.1], qui permettent de traiter les grandes rotations et grands déplacements, mais en restant en petites déformations.

Attention :

- Les chargements supportés en grand déplacement sont ceux supportés en élastique linéaire à condition que ce soient des charges mortes : charge imposée ou pression non suivieuse.
- Les déplacements et les rotations peuvent être grands mais il est indispensable de se limiter à de petites déformations si l'on souhaite une cohérence avec le matériau réel. Pour plus de précisions se référer à [R7.02.03 §2.5].

3.6.3 Relation de comportement disponible pour chaque option

COMP_ELAS	'ELAS'	'CALC_G'	'CALC_K_G'
		'PETIT'	'PETIT'
		'GROT_GDEP'	
	'ELAS_VMIS_LINE'	'PETIT'	non disp.
	'ELAS_VMIS_TRAC'	'GROT_GDEP'	
	'ELAS_VMIS_PUIS'	'GROT_GDEP'	

Tableau 3.6.4-a : Disponibilité, par option, des relations de comportement.

3.6.4 Opérande CALCUL_CONTRAINTE

◇ CALCUL_CONTRAINTE = 'NON'

Cet opérande est disponible qu'en présence de COMP_ELAS et uniquement pour les fissures maillées, sans état initial et pour les options 'CALC_G' et 'CALC_G_GLOB'.

Par défaut, les contraintes sont recalculées dans l'opérateur CALC_G, à partir du champ de déplacement et de la loi de comportement. Si CALCUL_CONTRAINTE = 'NON', alors G est calculé sans recalculer les contraintes à partir des déplacements solution (on utilise directement celles présentes dans la structure de données résultat).

Remarque :

Si les lois de comportement utilisées pour le calcul mécanique et pour le post-traitement sont les mêmes - ce qui constitue la pratique normale - alors les résultats avec ou sans recalcul des contraintes sont identiques.

Une pratique usuelle pour prendre en compte la plasticité consiste cependant à faire un calcul mécanique élastoplastique, suivi d'un post-traitement élastique non linéaire pour le calcul de G .

Si on reste bien dans le domaine de validité du calcul de G (chargement radial et monotone), alors les résultats avec ou sans recalcul des contraintes sont identiques. Dès qu'on sort de ce domaine de validité, l'écart croît.

Cette option, à réserver aux utilisateurs avertis, permet donc de vérifier à posteriori qu'on reste bien dans les hypothèses de calcul de G .

3.6.5 Opérandes TOUT / GROUP_MA / MAILLE

```
◇ / TOUT = 'OUI' ,  
  / | GROUP_MA = lgrma ,  
    | MAILLE = lma ,
```

Spécifie les mailles ou les nœuds sur lesquels la relation de comportement est utilisée.

3.7 Mot clé COMP_INCR

◇ COMP_INCR =

La relation de comportement est élastoplastique associée à un critère de Von Mises avec écrouissage isotrope ou cinématique. Il est possible de calculer en élastoplasticité un paramètre G , appelé G_{TP} et défini alors comme le flux d'énergie total (plasticité et rupture) à travers le défaut. Dans le cas de l'élastoplasticité, le défaut doit être modélisé par une entaille.

◇ RELATION =

/ 'ELAS'

Relation de comportement élastique incrémentale [U4.51.03]. Avec cette relation, il est possible de définir un état non nul de contraintes initiales.

/ 'VMIS_ISOT_LINE'

Von Mises avec écrouissage isotrope linéaire ([U4.51.03] et [R5.03.20]).

/ 'VMIS_ISOT_TRAC'

Von Mises avec écrouissage isotrope donné par une courbe de traction [U4.51.03]. Cette relation de comportement ne peut pas être utilisée dans CALC_G en présence de thermique.

◇ DEFORMATION =

Ce mot-clé permet de définir les hypothèses utilisées pour le calcul des déformations. De manière générale, voir le paragraphe DEFORMATION de [U4.51,11].

/ 'PETIT' :

les déformations utilisées dans la relation de comportement sont les relations linéarisées. Cette option est la seule possible pour les fissures non maillées.

- / 'PETIT_REAC' :
 les incréments de déformations sont calculés dans la géométrie actuelle (réactualisée) mais le comportement reste écrit sous l'hypothèse des petites déformations [U4.51.11].
- ◇ TOUT / GROUP_MA / MAILLE :
 spécifient les mailles sur lesquels la relation de comportement incrémentale est utilisée.
- ◇ SIGM_INIT :
 Dans le cas d'une relation de comportement élastique incrémentale, il est possible de définir un état de contraintes initiales non nul.
 Seule l'option CALC_G peut prendre en compte cet état de contraintes initiales.
 Compte tenu de la difficulté de validation de la formulation implantée dans CALC_G, il n'est actuellement pas licite de cumuler une pré-déformation (via le mot clé PRE_EPSI de l'opérateur AFFE_CHAR_MECA) et une contrainte initiale.
 Le champ de contrainte initiale fourni peut être de type SIEF_ELGA, SIEF_ELNO ou SIEF_NOEU (possibilité de les créer à partir de CREA_CHAMP en particulier).
 Dans tous les cas, ce champ de contrainte initiale doit être **auto-équilibré**, en absence de fissure, avec les seules conditions limite. L'utilisateur pourra (devrait...) vérifier que son champ de contraintes initiales est licite en l'appliquant dans le mot clé ETAT_INIT de l'opérateur STAT_NON_LINE, avec un comportement élastique incrémental (COMP_INCR, RELATION = 'ELAS'), avec les seules conditions limites ; le résultat mécanique doit être le même champ de contrainte sans déformations supplémentaires (voir Figure 3.1).

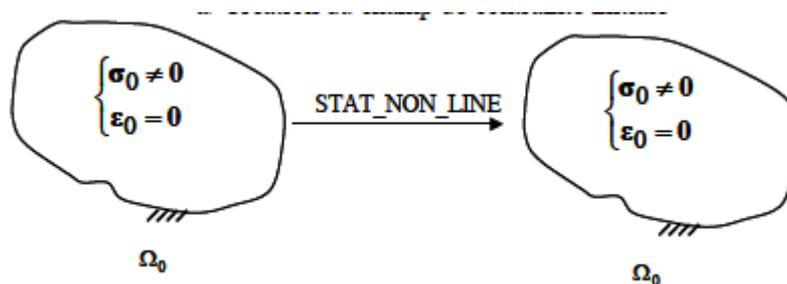


Figure 3.1 : Vérification de la validité du champ de contrainte initiale.

3.8 Opérande OPTION

- ◇ OPTION = / 'CALC_G' ,
 / 'CALC_G_GLOB' ,
 / 'CALC_K_G' ,
 / 'G_MAX' ,
 / 'G_MAX_GLOB' ,
 / 'CALC_K_MAX' ,
 / 'G_BILI' ,
 / 'G_BILI_GLOB' ,

3.8.1 OPTION = 'CALC_G' [R7.02.01] et [R7.02.03]

Elle permet le calcul du taux de restitution de l'énergie G par la méthode thêta en 2D ou en 3D local pour un problème thermo-élastique linéaire ou non linéaire.

En 2D, pour la modélisation AXIS, il faut diviser le résultat obtenu par le rayon en fond de fissure, cf. §4.2.

3.8.2 OPTION = 'CALC_G_GLOB' [R7.02.01] et [R7.02.03]

Elle permet le calcul du taux de restitution de l'énergie G par la méthode thêta en 3D global pour un problème thermo-élastique linéaire ou non linéaire. Il faut diviser la valeur brute de G donnée par Code_Aster par la longueur de la fissure, cf. §4.3.

3.8.3 OPTION = 'CALC_K_G' [R7.02.05]

Cette option calcule en 2D et en 3D le taux de restitution G et les coefficients d'intensité de contraintes K_1 , K_2 et K_3 en thermo-élasticité linéaire plane par la méthode des champs singuliers (utilisation de la forme bilinéaire de G , [R7.02.05]).

Remarques :

- Pour cette option, seuls les calculs élastiques linéaires sans état initial sont disponibles.
- Pour cette option en 2D, si INFO vaut 2, on génère le calcul et l'impression (dans le fichier MESSAGE) de l'angle de propagation de la fissure. Cet angle, calculé selon 3 critères ($K1$ ou G maximal, $K2$ minimal) d'après les formules d'AMESTOY, BUI et DANG-VAN [R7.02.05 §2.5], est donné à 10 degrés près.
- Dans le cas où la fissure est maillée (i.e. si le mot-clé FOND_FISS est renseigné), le calcul de cette option n'est possible que si les lèvres sont initialement collées (CONFIG_INIT='COLLEE' dans DEFI_FOND_FISS [U4.82.01]).

3.8.4 OPTION = 'G_BILI' ou 'G_BILI_GLOB' [R7.02.01]

Pour une série de déplacements (U_1, \dots, U_n) , cette option permet le calcul de la forme bilinéaire $g(U_i, U_j)$ pour $i \geq j$; si $i=j$ alors $g(u, u)=G(u)$. Les résultats sont stockés dans une table comportant deux indices i et j en référence aux déplacements U_i et U_j ordonnés dans la liste contenue dans la structure de données résultat sous le mot clé RESULTAT.

L'option 'G_BILI' correspond aux calculs 2D et 3D local; l'option 'G_BILI_GLOB' correspond au calcul du taux de restitution d'énergie 3D global.

Attention :

En 3D local, seules les combinaisons de discrétisation $G(s)$ de et du champ θ cf. [§] :
LEGENDRE-LEGENDRE ou LAGRANGE-LAGRANGE sont disponibles pour cette option.

Cette option de calcul n'est valable que pour des calculs élastiques linéaires où la superposition de chargement par combinaison linéaire est possible.

3.8.5 OPTION = 'G_MAX' ou 'G_MAX_GLOB' [R7.02.05]

Cette option concerne la maximisation de G en 2D et en 3D local (option 'G_MAX') ou en 3D global ('G_MAX_GLOB') sous des contraintes bornes [R7.02.05]. Il faut fournir la valeur des contraintes bornes derrière le mot clé BORNES, cf. § 3.10. Attention, cette option ne permet pas de distinguer les chargements conduisant à une ouverture ou à une fermeture de la fissure, contrairement à l'option CALC_K_MAX.

3.8.6 OPTION = 'CALC_K_MAX'

Cette option concerne la maximisation de K_1 en 3D local en présence de chargements signés et non signés. Il faut fournir le signe des chargements derrière le mot clé SIGNES, cf. §3.11. Contrairement aux options G_MAX et G_MAX_GLOB, cette option permet bien de distinguer ouverture et fermeture de la fissure.

Remarque :

dans le cas où la fissure est maillée (i.e. si le mot-clé FOND_FISS est renseigné), le calcul de cette option n'est possible que si les lèvres sont initialement collées (CONFIG_INIT='COLLEE' dans DEFI_FOND_FISS [U4.82.01]).

3.9 Mot clé LISSAGE

Le domaine d'application de ce mot clé se limite au cas 3D local.

3.9.1 Opérande LISSAGE_THETA

```

◇ LISSAGE_THETA = / 'LEGENDRE' [DEFAULT]
                  / 'LAGRANGE'
                  / 'LAGRANGE_REGU'
    
```

La trace du champ θ sur le fond de fissure peut être discrétisée soit suivant la base des N premiers polynômes de Legendre ('LEGENDRE'), soit suivant les fonctions de forme associées à la discrétisation du fond de fissure ('LAGRANGE' ou 'LAGRANGE_REGU') [R7.02.01].

LISSAGE_THETA = 'LEGENDRE' : $\theta(s)$ est discrétisé sur une base de polynômes de Legendre $\gamma_j(s)$ de degré j ($0 < j < Deg_{max}$) où Deg_{max} est le degré maximal donné sous le mot clé DEGRE (entre 0 et 7).

LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE' : $\theta(s)$ est discrétisé sur les fonctions de forme du nœud k du fond de fissure : $\varphi_k(s)$.

LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE_REGU' : forme régularisée du lissage de LAGRANGE, consistant à prendre systématiquement des fonctions de forme linéaires et à étendre le support de chaque champ θ sur 4 mailles consécutives (contre 2 avec 'LAGRANGE').

3.9.2 Opérande LISSAGE_G

```

LISSAGE_G = / 'LEGENDRE' , [DEFAULT]
            / 'LAGRANGE' ,
            / 'LAGRANGE_NO_NO' ,
            / 'LAGRANGE_REGU'
    
```

$G(s)$ peut être discrétisé soit suivant les polynômes de Legendre ('LEGENDRE'), soit suivant les fonctions de forme des nœuds du fond de fissure ('LAGRANGE'). La méthode 'LAGRANGE_NO_NO' est issue de la méthode LAGRANGE-LAGRANGE mais elle est simplifiée [R7.02.01]. De même, 'LAGRANGE_REGU' est une version régularisée de la méthode LAGRANGE, qui peut être utile pour les fonds de fissure maillés irrégulièrement ou avec des éléments quadratiques.

Si le lissage de θ par polynômes de Legendre a été retenu au mot clé précédent, alors le lissage de G doit lui aussi être de type Legendre. De même, si un lissage de θ de type 'LAGRANGE_REGU' a été retenu au mot clé précédent, alors le lissage de G doit lui aussi être de type 'LAGRANGE_REGU'.

Les options disponibles dans Aster sont résumées dans le tableau suivant :

Théta	
Polynômes de LEGENDRE	Fonctions de forme

$G(s)$	Polynômes de LEGENDRE	LISSAGE_THETA= 'LEGENDRE' LISSAGE_G = 'LEGENDRE'	LISSAGE_THETA='LAGRANGE' LISSAGE_G= 'LEGENDRE'
	Fonctions de forme		LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE' LISSAGE_G = 'LAGRANGE' ou 'LAGRANGE_NO_NO' LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE_REGU' LISSAGE_G = 'LAGRANGE_REGU'

3.9.3 Opérande DEGRE

◇ DEGRE = n

n est le degré maximal des polynômes de Legendre utilisés pour la décomposition du champ θ en fond de fissure [§3.12] (lorsque LISSAGE_THETA = 'LEGENDRE').

Par défaut n est affectée à 5. La valeur de n doit être comprise entre 0 et 7.

Si on retient les discrétisations LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE' et LISSAGE_G = 'LEGENDRE', on doit avoir $n < NNO$, où NNO est le nombre de nœuds en fond de fissure [R7.02.01 §2.3].

Conseils sur le lissage :

- *il est difficile de donner une préférence à l'une ou l'autre méthode de lissage. En principe les deux donnent des résultats numériques équivalents. Néanmoins le lissage de type 'LAGRANGE' est peu plus coûteux en temps CPU que le lissage de type 'LEGENDRE' ;*
- *le lissage de type 'LEGENDRE' est sensible au degré maximal des polynômes choisis. Le degré maximal doit être défini en fonction du nombre de nœuds en fond de fissure NNO . Si n est trop grand au regard de NNO les résultats sont médiocres [U2.05.01 §2.4] ;*
- *des oscillations peuvent apparaître avec le lissage de type 'LAGRANGE', en particulier si le maillage comporte des éléments quadratiques ou si la fissure n'est pas maillée. Si le maillage est rayonnant en fond de fissure (fissure maillée), il est alors recommandé de définir des couronnes R_{INF} et R_{SUP} coïncidant avec les frontières des éléments. Un lissage de type 'LAGRANGE_NO_NO' ou 'LAGRANGE_REGU' permet de limiter ces oscillations ;*
- *pour les fissures non maillées (méthode X-FEM), lorsque l'on utilise un lissage de type 'LAGRANGE' il est recommandé d'utiliser l'opérande NB_POINT_FOND pour garantir une équi-répartition des points de calculs en fond de fissure. Le choix d'un rapport de l'ordre de 5 entre le nombre de points total en fond de fissure (à chercher dans les informations imprimées dans le fichier message par la commande DEFI_FISS_XFEM) et le nombre de points de calcul semble approprié pour limiter les oscillations ;*
- *l'utilisation d'au moins deux types de lissage avec plusieurs couronnes d'intégration et la comparaison des résultats est **indispensable** afin de vérifier la validité du modèle.*

3.10 Mot-clé BORNES

◇ BORNES =

Ce mot clé facteur est obligatoire si on utilise les options 'G_MAX' et 'G_MAX_GLOB'. Sinon il n'est pas utilisé. Il permet de définir des couples de contraintes bornes (q_i^-, q_i^+) pour chaque

numéro d'ordre de la structure de données `resultat`. On cherche alors à définir la combinaison de chargement la plus pénalisante en terme de taux de restitution d'énergie :

$$\max_{q_i \leq q_i \leq q_i^+} G(\sum_i q_i Q_i) = \max \sum_{i,j=1}^N G_{ij} q_i q_j$$
 où Q_i sont les N chargements unitaires associés aux différents déplacements U_i contenus dans la structure de données `resultat`, et $G_{ij} = g(U_i, U_j)$ la forme bilinéaire de G .

◆ `NUME_ORDRE` = `num`

Numéro d'ordre dans la structure de données `resultat` associé aux valeurs de contraintes bornes.

◆ `VALE_MIN` = `qmin`

Valeur minimal du coefficient appliqué au chargement associé au résultat stocké dans le numéro d'ordre `num` de la structure de données `resu`.

◆ `VALE_MAX` = `qmax`

Valeur maximale du coefficient appliqué au chargement associé au résultat stocké dans le numéro d'ordre `num` de la structure de données `resu`.

Remarques :

- *L'utilisateur doit donner autant de couples de bornes que de numéros d'ordre contenus dans la structure de données `resultat` sous peine d'erreur fatale.*
- *Cette option de calcul n'est valable que pour des calculs élastiques linéaires où la superposition de chargement par combinaison linéaire est possible.*
- *Un exemple d'utilisation de cette option pour maximiser G en présence de chargements signés et non signés est donné dans le §5.3.*

3.11 Mot-clé SIGNES

◇ `BORNES` =

Ce mot clé facteur est obligatoire si on utilise l'option '`CALC_K_MAX`'. Sinon il n'est pas utilisé. Il permet de définir, pour chaque numéro d'ordre de la structure de données `resultat`, le type de chargement, i.e. si le chargement est signé ou non signé.

◆ `CHARGE_S` = `listS`

Liste des numéros d'ordre de la structure de données `resultat` associés à des chargements signés.

◆ `CHARGE_NS` = `listNS`

Liste des numéros d'ordre de la structure de données `resultat` associés à des chargements non signés.

Cette option permet de distinguer ouverture et fermeture de la fissure :

$$K^{max} = \sum_{CHARGE_S} K(u_i) + \sum_{CHARGE_NS} K(u_i) \cdot sign(K_I(u_i))$$

Un exemple d'utilisation de cette option est donné dans le 5.3.

3.12 Opérande TITRE

◇ `TITRE` = `titre`

[U4.03.01].

3.13 Opérande INFO

◇ INFO = /1, [DEFAULT]
/2,

Niveau de messages dans le fichier 'MESSAGE'.

3.14 Table produite

La commande CALC_G génère un concept de type table.

Celle-ci contient :

- en 2D ou 3D global : le taux de restitution d'énergie puis éventuellement, selon les options, sa dérivée ou les facteurs d'intensité des contraintes.
- en 3D local : pour l'option CALC_G, cette table contient, pour chaque nœud du fond de fissure :
 - le nom du nœud,
 - son abscisse curviligne le long du fond de fissure,
 - la valeur de G local au nœud.

Pour l'option CALC_K_G, la table contient :

- (en 3D) le numéro du point du fond de fissure,
- (en 3D) son abscisse curviligne le long du fond de fissure,
- la valeur des facteurs d'intensité des contraintes K_I , K_{II} , (K_{III}) et du G local en chaque point
- (en 3D), la valeur $BETA$ de l'angle de propagation de la fissure.
- la valeur du taux de restitution d'énergie G_{IRWIN} calculé à partir des facteurs d'intensité des contraintes.

G_{IRWIN} est obtenu à partir des facteurs d'intensité des contraintes K_I et K_{II} (et K_{III}) avec les formules suivantes :

$$G_{IRWIN} = \frac{1}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \text{ en contraintes planes}$$

$$G_{IRWIN} = \frac{(1-\nu^2)}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) \text{ en déformations planes et axi-symétrique}$$

$$G_{IRWIN} = \frac{(1-\nu^2)}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \text{ en 3D}$$

avec E module de Young et ν coefficient de Poisson et $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$. La comparaison entre G

et G_{IRWIN} permet de s'assurer de la cohérence des résultats : un écart trop important doit conduire à vérifier les paramètres du calcul (raffinement du maillage, choix des couronnes pour θ , lissage en 3D...).

L'angle $BETA$ de propagation en 3D est calculé selon la formule suivante (cf. [R7.02.12]) :

$$BETA = 2 \operatorname{atan} \left(\frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} - \operatorname{sign}(K_{III}) \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \right)$$

En 2D, l'angle de propagation de la fissure est indiqué dans le fichier message si INFO=2 (cf. exemple dans le paragraphe 5.1).

La commande IMPR_TABLE [U4.91.03] permet d'imprimer les résultats au format voulu.

4 Normalisation du taux de restitution global G

4.1 2D contraintes planes et déformations planes

En dimension 2 (contraintes planes et déformations planes), le fond de fissure est réduit à un point et la valeur $G(\theta)$ issue de la commande CALC_G est indépendante du choix du champ θ :

$$G = G(\theta) \quad \forall \theta \in \Theta$$

4.2 Axisymétrie

En axisymétrique il faut normaliser la valeur $G(\theta)$ obtenue avec Aster pour les options CALC_G, G_MAX et G_BILI :

$$G = \frac{1}{R} G(\theta)$$

où R est la distance du fond de fissure à l'axe de symétrie [R7.02.01 §2.4.4].

Pour l'option CALC_K_G, les valeurs de G et de K fournies dans le tableau résultat sont directement les valeurs locales, il ne faut donc pas les normaliser.

4.3 3D

En dimension 3, la valeur de $G(\theta)$ pour un champ θ donné est telle que :

$$G(\theta) = \int_{\Gamma_0} G(s) \theta(s) \cdot \mathbf{m}(s) ds$$

Par défaut, la direction du champ θ en fond de fissure est la normale au fond de fissure dans le plan des lèvres. En choisissant un champ θ unitaire au voisinage du fond de fissure, on a alors :

$$\theta(s) \cdot \mathbf{m}(s) = 1$$

et :

$$G(\theta) = \int_{\Gamma_0} G(s) ds$$

Soit G le taux de restitution de l'énergie global, pour avoir la valeur de G par unité de longueur, il faut diviser la valeur obtenue par la longueur de la fissure l :

$$G = \frac{1}{l} G(\theta) .$$

4.4 Symétrie du modèle

Si on ne modélise que la moitié du solide par rapport à la fissure :

- soit préciser le mot clé SYME = 'OUI' dans les commandes concernées ;
- soit ne pas oublier de multiplier par 2, les valeurs du taux de restitution d'énergie G ou $G(s)$ et par 4 celles de G_{Irwin} . De plus les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes correspondantes au mode de symétrie doivent aussi être multipliées par 2.

5 Exemples

5.1 Exemple d'utilisation en 2D

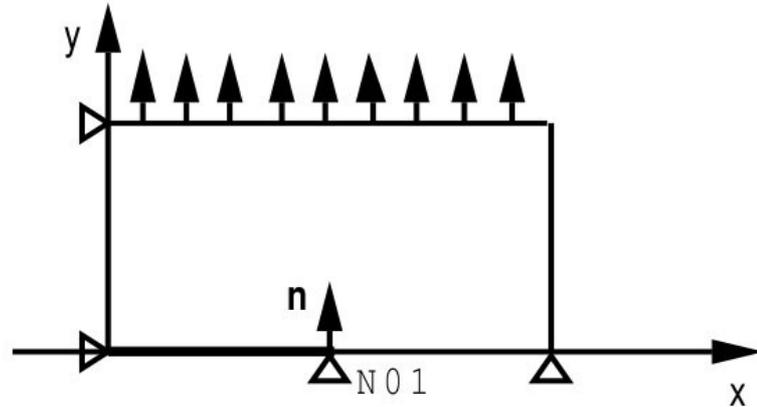


Figure 5.1-a : Calcul des facteurs d'intensités de contraintes.

```

ma = LIRE_MALLAGE ( )
mo = AFFE_MODELE (MAILLAGE = ma,
                  AFFE = _F( TOUT = 'OUI', PHENOMENE = 'MECANIQUE',
                              MODELISATION = 'D_PLAN'))

ff = DEFI_FOND_FISS ( NOEUD      = 'N01',
                      SYME       = 'OUI'
                      NORMALE    = (0. 1.),)

theta = CALC_THETA ( MODELE = mo,
                    THETA_2D = _F( NOEUD      = 'N01',
                                    MODULE    = 1.,
                                    R_INF     = 2.0,
                                    R_SUP    = 3.0,
                                    DIRECTION = (1. 0.),)

G0 = CALC_G ( RESULTAT = resu,
              THETA    = _F( THETA = theta,
                              SYME = 'OUI', ),
              OPTION   = 'CALC_G'
              INFO = 2,)

GK0 = CALC_G ( RESULTAT = resu,
              THETA    = _F( THETA = theta,
                              FOND_FISS = ff, ),
              OPTION   = 'CALC_K_G'
              INFO = 2,)

IMPR_TABLE ( TABLE = G4)

```

On calcule les facteurs d'intensité de contraintes K_1 et K_2 sur le modèle m_0 , avec le déplacement $depl$ solution du problème élastique avec :

- le champ de matériau *chma* produit par *AFPE_MATERIAU*,
- la charge *ch* produite par la commande *AFPE_CHAR_MECA*.

On récupère le nœud de fond de fissure *N01* et la normale à la fissure par le concept *fond_fiss*. Dans *G0*, on précise que le chargement global est symétrique par rapport à la fissure grâce au mot clé *SYME*. Il n'est pas nécessaire d'ajouter *SYME* dans *GK0* car le concept *fond_fiss* détient déjà l'information sur la symétrie grâce au mot clé *SYME* dans *DEFI_FOND_FISS*.

Comme *INFO* vaut 2, l'angle de propagation de la fissure est également calculé, et le résultat est imprimé dans le fichier *MESSAGE* avec le format suivant :

Nœud de fond de fissure : *N01*

Coordonnées du nœud de fond de fissure : 0. 0.

Coordonnées de la normale à la fissure : 0. 1.

K_1	K_2	G (IRWIN)
2.14364E+01	0.0000E+00	1.14880E-03

Taux de restitution d'énergie G : 1.14907E-03

Direction de la déviation de la fissure (en degrés) :

- Selon le critère K_1 maximum** : 0 avec $K1$ max : 2.14364E+01
- Selon le critère K_2 nul** : 0 avec $K2$ nul : 0.0000E+00
- Selon le critère G maximum** : 0 avec G_{max} : 1.1488E-03

A partir des facteurs d'intensité de contraintes K_1 et K_2 , on peut en effet calculer les coefficients K_1^* et K_2^* correspondant à une propagation de fissure donnée (d'après les travaux d'AMESTOY, BUI et DANG-VAN [R7.02.05 §2.5]).

La direction de la déviation de la fissure est calculée d'après ces résultats et selon 3 critères K_1^* maximum, K_2^* nul et G^* maximum. L'angle de propagation, donné en degré, est calculé par rapport au prolongement de la fissure.

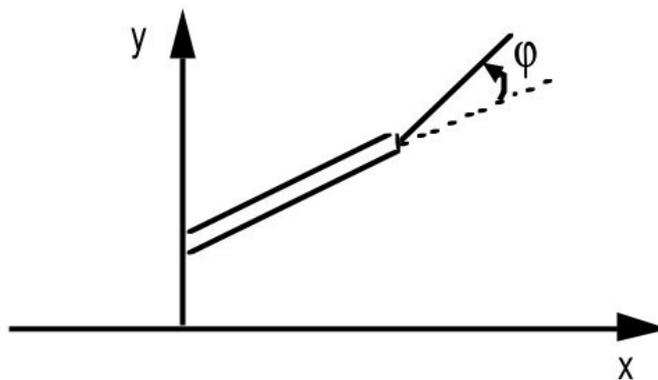


Figure 5.1-b : Angle de propagation

Remarques :

- Pour un chargement thermique, les coefficients caractéristiques du matériau (E, ν, \dots) doivent être indépendants de la température.
- Attention à l'orientation de la normale à la fissure.

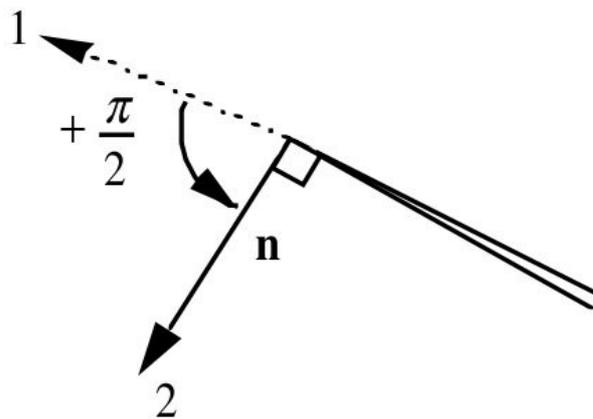


Figure 5.1-c : Orientation de la normale à la fissure

5.2 Exemple d'utilisation en 3D

Prenons le cas d'une fissure maillée :

Le fond de fissure est défini dans DEFI_FOND_FISS :

```
ff=DEFI_FOND_FISS( MAILLAGE=MA,
                   FOND_FISS=_F(GROUP_MA = 'LFF'),
                   )
```

Exemples de calcul du taux de restitution de l'énergie en 3D (local ou global) :

```
G1LOC = CALC_G ( OPTION      = 'CALC_G',
                 RESULTAT    = resu,
                 THETA       = _F( FOND_FISS = ff,
                                   R_INF     = 1.,
                                   R_SUP     = 2.),
                 LISSAGE     = _F( LISSAGE_G = 'LAGRANGE',
                                   LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE'),
                 )
```

```
G1GLOB = CALC_G ( OPTION      = 'CALC_G_GLOB',
                 RESULTAT    = resu,
                 THETA       = _F( FOND_FISS = ff,
                                   R_INF     = 1.,
                                   R_SUP     = 2.),
                 )
```

Exemple de calcul des facteurs d'intensité des contraintes en 3D :

```
KLOC = CALC_G ( OPTION      = 'CALC_K_G',
                 RESULTAT    = resu,
                 THETA       = _F( FOND_FISS = ff,
                                   R_INF     = 1.,
                                   R_SUP     = 2.),
                 LISSAGE     = _F( LISSAGE_G = 'LAGRANGE',
                                   LISSAGE_THETA = 'LAGRANGE'),
                 )
```

On peut trouver des exemples d'utilisation dans les tests suivants :

SSLV110 [V3.04.110] Fissure semi-elliptique en milieu infini

SSLV112 [V3.04.112] Fissure circulaire en milieu infini
HPLV103 [V7.03.103] Thermoélasticité avec fissure circulaire en milieu infini

5.3 Maximisation de G et de K en présence de contraintes non signées

Cet exemple a pour but de préciser comment maximiser le taux de restitution de l'énergie pour un problème linéaire avec à la fois des contraintes signées (poids propre, pression interne) et des contraintes dont on ne connaît pas le signe a priori (séisme). Le problème étudié est en modélisation 3D, avec un comportement élastique linéaire. Deux types d'options sont utilisables :

1. soit les options G_MAX / G_MAX_GLOB (maximisation du taux de restitution d'énergie) ;
2. soit l'option CALC_K_MAX qui, basée sur le calcul de KI , permet de distinguer ouverture et fermeture de la fissure.

Dans les deux cas, le contact sur les lèvres de la fissure n'est pas pris en compte.

Supposons par exemple, qu'en plus des conditions aux limites de blocage CHCL, il y a un chargement de pression signé CHPRES, et deux chargements non signés s'appliquant sur des groupes de mailles distincts du modèle, CH_NS1 et CH_NS2 :

```
CHCL=AFFE_CHAR_MECA( MODELE=MO,
                    DDL_IMPO=( _F( GROUP_NO = 'SSUP_S',   DZ = 0.),
                               _F( GROUP_NO = 'SLAT_S',   DX = 0.),
                               _F( GROUP_NO = 'SAV_S',   DY = 0.),),)

CHPRES=AFFE_CHAR_MECA( MODELE=MO,
                      PRES_REP=_F( GROUP_MA = 'SINF', PRES = -1.E6),)

CH_NS1=AFFE_CHAR_MECA( MODELE=MO,
                      FORCE_NODALE=_F( GROUP_NO = 'SLAT', FZ = 1540),)

CH_NS2=AFFE_CHAR_MECA( MODELE=MO,
                      FORCE_NODALE=_F( GROUP_NO = 'SINF', FX = 2100),)
```

On calcule la solution du problème associée à chacun de ces chargements en définissant des fonctions multiplicatrices :

```
F0=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',
                  PROL_GAUCHE='LINEAIRE',
                  PROL_DROITE='CONSTANT',
                  VALE=( 1., 1., 2., 0., 3., 0., ),)

F1=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',
                  PROL_GAUCHE='LINEAIRE',
                  PROL_DROITE='CONSTANT',
                  VALE=( 1., 0., 2., 1., 3., 0., ),)

F2=DEFI_FONCTION( NOM_PARA='INST',
                  PROL_GAUCHE='LINEAIRE',
                  PROL_DROITE='CONSTANT',
                  VALE=( 1., 0., 2., 0., 3., 1., ),)

LIST=DEFI_LIST_REEL( DEBUT=0.E+0,
                   INTERVALLE=_F( JUSQU_A = 3., NOMBRE = 3),)

RESU=MECA_STATIQUE( MODELE=MO,
                   CHAM_MATER=CHMAT,
                   EXCIT=( _F( CHARGE = CHCL),
                          _F( CHARGE = CHPRES, FONC_MULT = F0),
                          _F( CHARGE = CH_NS1, FONC_MULT = F1),
                          _F( CHARGE = CH_NS2, FONC_MULT = F2),),
                   LIST_INST = LIST,)
```

On définit le fond de fissure et la couronne thêta pour le calcul de G :

```
FOND=DEFI_FOND_FISS(   MAILLAGE=MA,
                      FOND_FISS=_F(GROUP_MA = 'LFF'),
                      )

THETA=CALC_THETA(   MODELE=MO,
                   FOND_FISS=FOND,
                   THETA_3D=_F(   TOUT = 'OUI',
                                 MODULE = 1.,
                                 R_INF = 0.2,
                                 R_SUP = 0.5),)
```

La maximisation de G se fait par l'option `G_MAX_GLOB` (en 3D global) ou par l'option `G_MAX` (en 3D local) de `CALC_G`. Le coefficient du chargement signé vaut 1, les coefficients des chargements non signés varient entre -1 et 1 :

```
G_MAX_G = CALC_G(   THETA      = _F(THETA, ),
                   RESULTAT = RESU,
                   BORNES = ( _F( NUME_ORDRE = 1,
                                 VALE_MIN = 1., VALE_MAX = 1.),
                             _F( NUME_ORDRE = 2,
                                 VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.),
                             _F( NUME_ORDRE = 3,
                                 VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.)),
                   OPTION='G_MAX_GLOB',)

IMPR_TABLE(TABLE = G_MAX_G)

G_MAX_L = CALC_G(   RESULTAT=RESU,
                   THETA = _F( FOND_FISS=FOND,
                                 R_INF =0.2,
                                 R_SUP =0.5,
                                 MODULE =1.0, ),
                   BORNES=( _F( NUME_ORDRE = 1,
                                 VALE_MIN = 1., VALE_MAX = 1.),
                             _F( NUME_ORDRE = 2,
                                 VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.),
                             _F( NUME_ORDRE = 3,
                                 VALE_MIN = -1., VALE_MAX = 1.)),
                   OPTION='G_MAX',)

IMPR_TABLE(TABLE = G_MAX_L)
```

La table produite par `CALC_G` option '`G_MAX_GLOB`' est la suivante :

```
#ASTER      8.02.01  CONCEPT  GMAX_G  CALCULE  LE  21/12/2005  A  15:49:17  DE
TYPE
#TABLE_SDASTER
Q_1          Q_2          Q_3          G          G_MAX
1.000000E+00  1.000000E+00  -1.000000E+00  3.91703E+03  3.91703E+03
1.000000E+00  1.000000E+00  -1.000000E+00  3.91703E+03  3.91703E+03
1.000000E+00  -1.000000E+00  -1.000000E+00  3.63507E+03  -
1.000000E+00  -1.000000E+00  -1.000000E+00  3.63507E+03  -
1.000000E+00  -1.000000E+00  1.000000E+00  2.92029E+03  -
1.000000E+00  -1.000000E+00  1.000000E+00  2.92029E+03  -
1.000000E+00  1.000000E+00  1.000000E+00  2.68007E+03  -
1.000000E+00  1.000000E+00  1.000000E+00  2.68007E+03  -
```

Ainsi, le taux de restitution maximum est obtenu pour la combinaison du chargement de pression avec CH_NS1 avec un signe '+' et CH_NS2 avec un signe '-'. Les options G_MAX / G_MAX_GLOB ne permettent pas de distinguer les chargements tendant à ouvrir la fissure de ceux qui tendent à la fermer : il peut donc arriver que le maximum de G trouvé corresponde à une refermeture de la fissure.

Pour maximiser également les facteurs d'intensité de contrainte on utilise l'option CALC_K_MAX :

```
K_MAX = CALC_G ( RESULTAT=RESU,
                THETA = _F( FOND_FISS =FOND,
                            R_INF =0.2,
                            R_SUP =0.5,
                            MODULE=1.0, ),
                SIGNES= F( CHARGE_S = (1, ),
                            CHARGE_NS = (2, 3), ),
                OPTION='CALC_K_MAX', )

IMPR_TABLE (TABLE = K_MAX)
```

Dans le tableau résultat produit par cette option, on trouve successivement :

1. les facteurs d'intensité des contraintes $K1$, $K2$ et $K3$ et le G associés à chacun des chargements (fonctions de l'abscisse curviligne) ;
2. les facteurs d'intensité des contraintes maximum, le G maximum et les coefficients des charges associés (1 pour les chargements signés, ± 1 pour les chargements non signés).

#K_MAX	AVEC	R_INF =	0.2	ET	R_SUP =	0.5							
Q_1	Q_2	Q_3	NUM_PT	ABS_CURV	K1	K2	K3	G					
1	0	0	1	0.00000E+00	8.46799E+05	-3.39509E+05	1.65142E+03	5.85407E+00					
1	0	0	2	3.92069E-01	8.51341E+05	-3.48645E+05	2.89982E+03	5.85097E+00					
...													
0	1	0	1	0.00000E+00	5.20948E+05	-2.31674E+05	-2.01759E+04	2.19826E+00					
0	1	0	2	3.92069E-01	5.25149E+05	-2.42255E+05	-7.40016E+03	2.19755E+00					
...													
0	0	1	0	0.00000E+00	-1.97960E+05	8.03611E+04	-1.61407E+04	1.52288E+01					
0	0	1	0	3.92069E-01	-1.99557E+05	9.20569E+04	-5.92013E+03	1.52227E+01					
...													
1	1	-1	1	0.00000E+00	1.56571E+06	-6.59219E+05	-2.38376E+03	7.64144E+01					
1	1	-1	2	3.92069E-01	1.57605E+06	-6.82957E+05	1.41979E+03	7.63789E+01					
...													

Pour d'autres exemples, on peut se reporter au cas test SSLV134E/F [V3.04.134].