

Loi de comportement BETON_REGLE_PR

Résumé :

Cette documentation présente la loi BETON_REGLE_PR implanté par la société NECS dans le cadre de la communauté Code_Aster libre. Il s'agit d'une loi réglementaire [bib1], écrite en combinant deux lois 1D.

Table des Matières

1 Présentation de la loi BETON_REGLE_PR.....	3
2 Description des variables internes.....	4
3 Validation.....	4
4 Bibliographie.....	4
5 Description des versions du document.....	4

1 Présentation de la loi BETON_REGLE_PR

La loi de comportement est de type « deux fois 1D » dans le repère propre de déformation (confondu avec le repère propre de contrainte). On ne décrit qu'un comportement 1D, qui est de type élastique non-linéaire.

En compression, il s'agit de la loi parabole rectangle défini réglementairement [bib1] ; la contrainte est donnée par les relations suivantes :

$$\sigma = \sigma_y^c \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^n \right] \quad \text{si } 0 < \varepsilon \leq \varepsilon_0 \text{ (partie parabole)} \quad \text{éq.1}$$
$$\sigma = \sigma_y^c \quad \text{si } \varepsilon > \varepsilon_0 \text{ (partie rectangle)}$$

En traction la loi est de type triangle [bib2] :

$$\sigma = E \varepsilon \quad \text{si } \varepsilon \leq \frac{\sigma_y^t}{E} \quad \text{éq.2}$$
$$\sigma = \sigma_y^t + E_T \left[\varepsilon - \frac{\sigma_y^t}{E} \right]$$

Les paramètres matériaux associées sont les suivants :

E : module d'Young ;

σ_y^t : la contrainte au pic en traction (f_t) ;

E_T : le module tangent (généralement égal à $\frac{-E}{10}$) ;

σ_y^c : la contrainte maximale en compression (f_c) ;

n : l'exposant de la loi d'écrouissage en compression ;

ε_c : la déformation à laquelle on atteint σ_y^c .

La réponse contrainte-déformation est donnée sur la figure suivante :

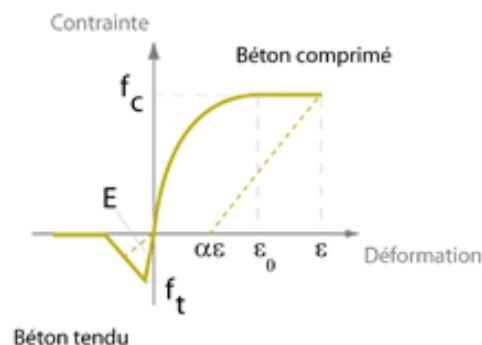


Figure 1-a: courbe contrainte-déformation en 1D

2 Description des variables internes

Il n'y a pas de variable interne pour ce modèle.

3 Fonctionnalités et validation

3.1 Fonctionnalité

La loi n'est disponible qu'en 2D et est donc accessible avec les modélisations D_PLAN, C_PLAN et DKT.

3.2 Validation

La validation de la loi a été faite par comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus sur une dalle en béton armé soumise à son poids propres et à une pression au centre de la dalle [bib1]. Le rapport rédigé par NECS a été placé en Annexe. La loi de comportement peut être définie par le mot-clé BETON_REGLE_PR (commande STAT_NON_LINE, mot clé facteur COMP_INCR). Elle est associée au matériau BETON_REGLE_PR (commande DEFI_MATERIAU).

La loi BETON_REGLE_PR est vérifiée par le cas test suivant :

SSNP129	[V6.03.129]	Validation de la loi ETON_REGLE_PR sur un élément DKT
---------	-------------	---

4 Bibliographie

- 1.BAEL 91 révisé 99 (NF P 18-702)
- 2.VB. Zhang, R. Masmoudi, B. Benmokrane, *Behaviour of one-way concrete slabs reinforced with CFRP grid reinforcements, Constructions and Buildings Materials*, 18, pp. 625-635, 2004

5 Description des versions du document

Version Aster	Auteur(s) Organisme(s)	Description des modifications
11.3	S. Michel-Ponnelle EDF-R&D/AMA	Texte initial

Annexe 1

Validation de la loi de comportement BETON_REGLE_PR (Note NECS N°S&M_RA_1_06)

1. OBJET

Le rapport présenté ici va s'attacher à valider un calcul de dalle réalisé par l'intermédiaire du logiciel CADABA par comparaison avec des résultats expérimentaux. L'objectif est double : en dehors de la capacité du modèle à reproduire l'essai, un accent sera mis sur la sensibilité à la discrétisation spatiale du maillage élément fini utilisé, aux critères de résistance des matériaux et à la représentativité des paramètres matériaux associés. Il s'agit donc de proposer un cas test de validation complet permettant d'évaluer la fiabilité du logiciel pour la reproduction d'un calcul de dalle en béton armé.

2. METHODOLOGIE

2.1 description de la dalle

On s'appuie, pour ce travail, sur les résultats obtenus dans [1]. On considère une dalle en béton armé de dimensions $3\text{ m} \times 1\text{ m} \times 0,25\text{ m}$ (Figure 1). La structure est renforcée par des aciers (catégorie 400, numéro 15) de section 200 mm^2 (diamètre 16 mm) pour la zone tendue (nappe basse) et par des aciers de section 28 mm^2 (diamètre 6 mm) pour la zone comprimée (nappe haute) et distribués comme indiqué dans la Figure 2. Pour les besoins du calcul, les distributions d'acier sont ensuite converties en densité par mètre linéaire. L'ensemble des propriétés est résumé dans le Tableau 1.

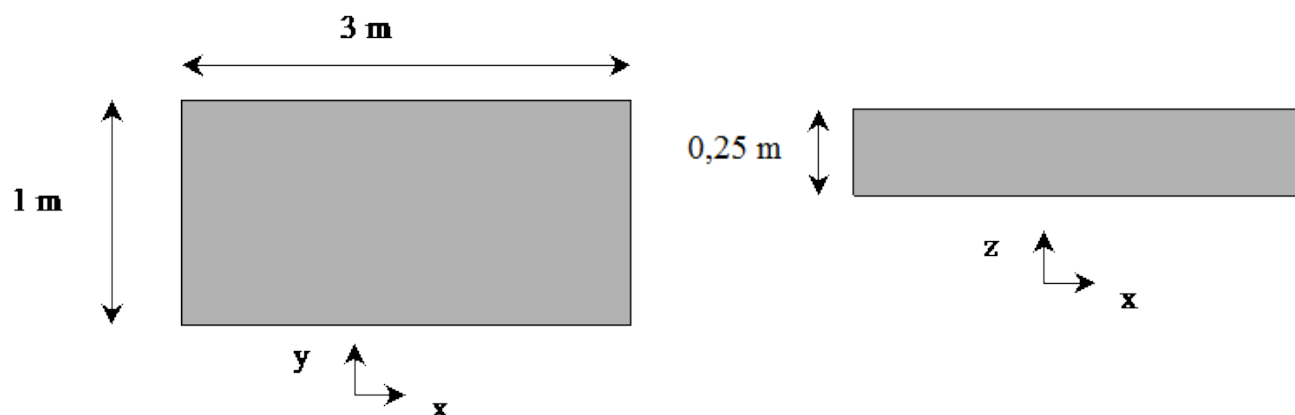


Figure 1. Géométrie de la dalle considérée

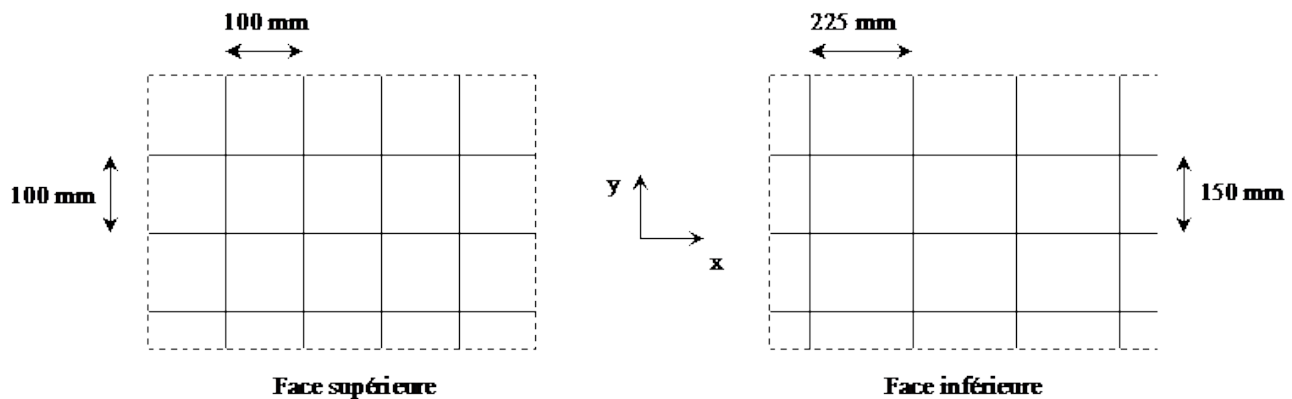


Figure 2. Distribution des aciers dans la dalle. Zone comprimée (à gauche) et zone tendue (à droite)

Face supérieure (près de Z max)	
Armatures parallèles à XX	
Section d'armatures (cm ² /m l)	2,8
Section unique sur toute la longueur	
Armatures parallèles à YY	
Section d'armatures (cm ² /m l)	2,8
Section unique sur toute la longueur	
Face inférieure (près de Z min)	
Armatures parallèles à XX	
Section d'armatures (cm ² /m l)	1,4
Section unique sur toute la longueur	
Armatures parallèles à YY	
Section d'armatures (cm ² /m l)	8,9
Section unique sur toute la longueur	

Tableau 1 Caractéristiques des aciers

On considère pour les nappes d'armature un enrobage de 38 mm (nappe haute située à 0,084 m du feuillet moyen, nappe basse située à 0,079 m du feuillet moyen).

2.2 chargement

La dalle est posée sur deux appuis linéiques fixes et est soumise à deux chargements distincts :

- son poids propre correspondant à une charge totale de 18,75 kN (pression répartie de 6,25 kN.m⁻²)
- le second chargement est une pression uniformément répartie sur une surface rectangulaire au centre de la dalle de dimensions 300 mm × 300 mm (Figure 3). Cette force est appliquée en direction des z négatifs (flèche négative) et son intensité est monotone variable.

La dalle est chargée jusqu'à la plastification des aciers et écrasement du béton. La déformation dans le béton mesurée est alors de 3 ‰, et de 7,5 ‰ dans l'acier tendu. La flèche mesurée est de 34 mm. La fin des essais est marqué par l'écrasement du béton comprimé.

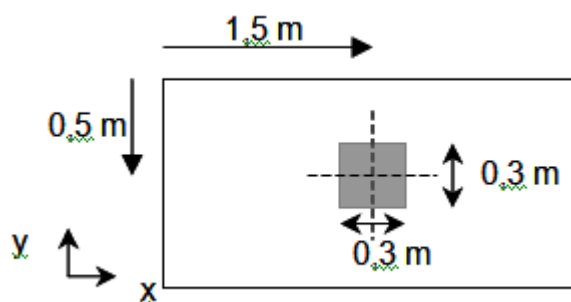
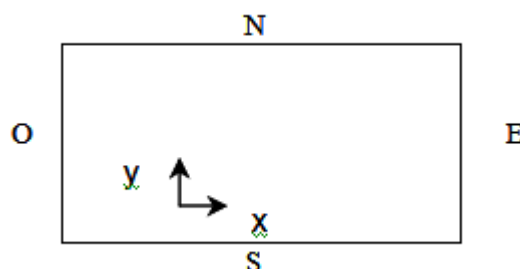


Figure 3. Schéma d'application de la force

3. Modélisation

3.1 Conditions aux limites

Les conditions aux limites appliquées sont données dans le Tableau 2. Elles sont choisies de manière à rester les plus représentatives possibles de l'essai expérimental.



L'axe z se situe dans le repère direct (axe sortant du plan xy). Les cases grisées indiquent que ces degrés de liberté sont automatiquement laissés libres par le logiciel

Bord	E	O	N	S
	$//yy$	$//yy$	$//xx$	$//xx$
Déplacement suivant X	libre	libre	libre	libre
Déplacement suivant Y	libre	libre	libre	libre
Déplacement suivant Z	bloqué	bloqué	libre	libre
Coin	N-O	S-O	N-E	S-E
Déplacement suivant X	libre	bloqué	libre	libre
Déplacement suivant Y	libre	bloqué	libre	bloqué

Tableau 2. Conditions aux limites.

3.2 paramètres matériaux

Les paramètres matériaux sont définis à partir des données dans [1]. Ils serviront donc de base pour les calculs sur la dalle. Les lois de comportement de l'acier et du béton sont choisies à partir des possibilités offertes par le logiciel.

Le comportement du béton est celui défini par la loi « parabole-rectangle » conformément aux dispositions du règlement BAEL [2] pour ce qui concerne la partie comprimée du matériau. La partie tendue est modélisée par la loi « triangulaire » [3] (Figure 4).

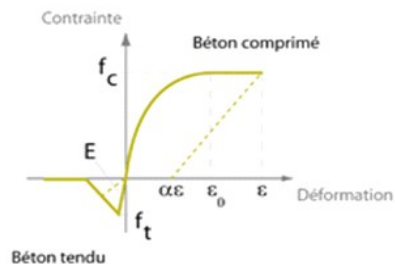


Figure 4. Loi parabole – rectangle pour le béton comprimé et triangle pour le béton tendu.

Les caractéristiques sont définies de la manière suivante :

Module d'Young	$E : 37\,000\text{ MPa}$
Pic de contrainte en compression	$f_c : 45\text{ MPa}$
Déformation au pic de contrainte en compression	$\varepsilon_0 : 1,2\text{ ‰}$
Pic de contrainte en traction	$f_t : 3,9\text{ MPa}$
Exposant de la loi parabole-rectangle	$n : 2$
Part de la déformation irréversible	$a : 50\text{ ‰}$

Le comportement des armatures est celui défini par la loi classique bilinéaire (élasto-plastique à écrouissage cinématique linéaire) [3] (Figure 5).

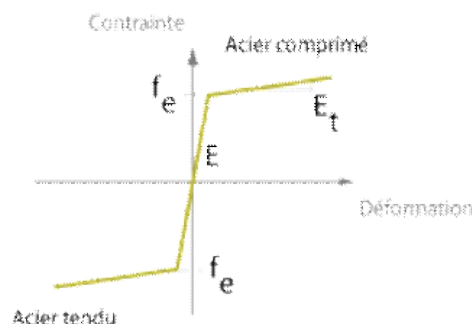


Figure 5. loi bilinéaire pour le comportement des aciers

Les caractéristiques mesurées sur la base d'essais de caractérisation de laboratoire sont définies de la manière suivante :

Limite de plastification	$f_e : 540\text{ MPa}$
--------------------------	------------------------

Module d'Young	$E_a : 195\,000\text{ MPa}$
Pente d'écrouissage	$E_T : 1\,000\text{ MPa}^*$

Les critères d'arrêt pour le calcul sont :

- une déformation maximale dans le béton de 5‰^{**}
- ou une déformation maximale dans l'acier de 25‰^{***}

* L'article [1] ne fournit pas de courbe de comportement issue d'essais de caractérisation des armatures. Il n'est donc pas possible d'indiquer au plus juste le module tangent après plastification. Cette valeur a été choisie sur la base de notre expérience.

** L'article [1] ne fournit pas d'indication pour la limite de rupture du béton en compression. Cette valeur a été choisie par Séchaud & Metz.

*** Cette valeur a été choisie par Séchaud & Metz.

3.3 discrétisation

La structure est discrétisée pour le cas de référence avec 300 nœuds et 11 couches dans l'épaisseur. Le maillage obtenu est donné dans la Figure 6.

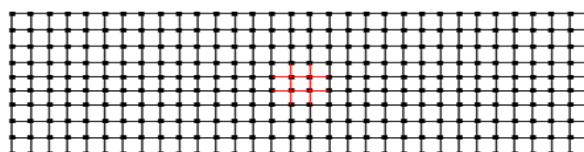


Figure 6. Maillage de référence de la dalle

4. Calcul analytique de la charge limite

On calcule la charge limite supportée par la dalle en considérant la répartition des charges données dans la Figure 7.

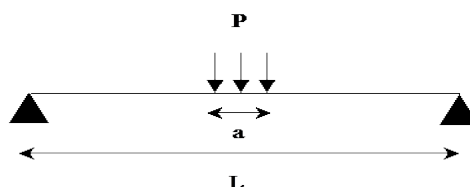


Figure 7. Distribution du chargement pour le calcul de la charge limite

Le moment maximum est calculé au centre et vaut :

$$M_{\max} = P \left(\frac{L}{4} - \frac{a}{8} \right)$$

d'où :

$$P_{\text{rés}} = \frac{M_{\text{rés}}}{\left(\frac{L}{4} - \frac{a}{8} \right)}$$

avec la géométrie du problème, on obtient :

$$P_{\text{rés}} = 1.4 M_{\text{rés}}$$

avec :

$$M_{\text{rés}} = 0.27132 f_e$$

d'où

$$P_{\text{rés}} = 0.38 f_e$$

Pour une limite d'élasticité $f_e = 400 \text{ MPa}$, on obtient une valeur de 152 kN et 205 kN pour une limite de 540 MPa . Cet intervalle est en accord avec l'expérience qui donne un point de plastification des aciers d'environ 180 kN .

5. MOYENS

Les calculs sont effectués avec le programme de calcul CADABA version 2.0.8. Le noyau de base du solveur est Code_Aster® version 7.3.10.7-NECS.

6. ANALYSE DES RESULTATS

Différents calculs ont été réalisés et sont résumés dans le Tableau 3. Les paragraphes suivants s'attacheront à exploiter ces résultats et à donner des conclusions. La courbe force appliquée – flèche au centre servira de référence pour ces comparaisons.

Numéro d'essai	Nombre de nœuds	E_b (MPa)	f_c (MPa)	e_0	f_t (MPa)	n	f_e (MPa)	E_a (MPa)	E_T (MPa)
1	300	37 000	45	1,2	3,9	2	540	195 000	1 000
2	600	37 000	45	1,2	3,9	2	540	195 000	1 000
3	150	37 000	45	1,2	3,9	2	540	195 000	1 000
4	300	37 000	45	1,2	2	2	540	195 000	1 000
5	300	37 000	45	1,2	2	2	540	180 000	1 000
6	300	37 000	45	1,2	2	2	520	180 000	1 000
7	300	37 000	45	1,2	2	2	500	180 000	1 000
8	300	37 000	45	1,2	2	2	500	180 000	500
9	300	37 000	45	1,2	0	2	500	180 000	1 000

10	150	37 000	45	1,2	2	2	500	180 000	1 000
11*	60	37 000	45	1,2	2	2	500	180 000	1 000

Tableau 3. Synthèse des différents cas de simulation par CADABA

Pour le cas n°11 la surface d'application de la charge a été également modifiée (de 30x30 cm à 55x50 cm) pour tenir compte de la distribution des contraintes vers le feuillet moyen de la dalle, en accord avec les dispositions réglementaires du B.A.E.L. (§ A.3.2.5).

6.1 contrôle de la qualité du maillage

Les cas 1, 2 et 3 permettent de vérifier la qualité du modèle et la sensibilité de la réponse obtenue en fonction du maillage. La comparaison entre les cas 1, 2 et 3 est donnée dans la Figure 8. Seul le nombre de nœuds de la discrétisation spatiale évolue.

D'un point de vue général, la finesse de la discrétisation spatiale, dans la plage de valeurs considérée ici, n'affecte que peu la qualité des résultats. Seul le point d'arrêt des courbes diffère, les allures qualitative (élasticité, palier plastique et module tangent) et quantitative (mêmes valeurs de la réaction pour une même flèche) restent les mêmes.

Cela permet donc de vérifier la qualité du modèle. Les variations observées sur le point d'arrêt viennent du fait que l'algorithme de pilotage des calculs ne vise à pas à affiner les incréments de chargement pour arrêter les calculs au plus près du dépassement de critère. Les incréments de charge sont estimés par d'autres considérations, et les calculs s'arrêtent quand le dernier point dépasse au moins l'un des seuils de rupture (acier, béton, rotation des rotules). De plus, bien qu'elles soient faibles dans ce cas de figure, les déformations obtenues par les modèles sont légèrement fonction de la taille des mailles choisies.

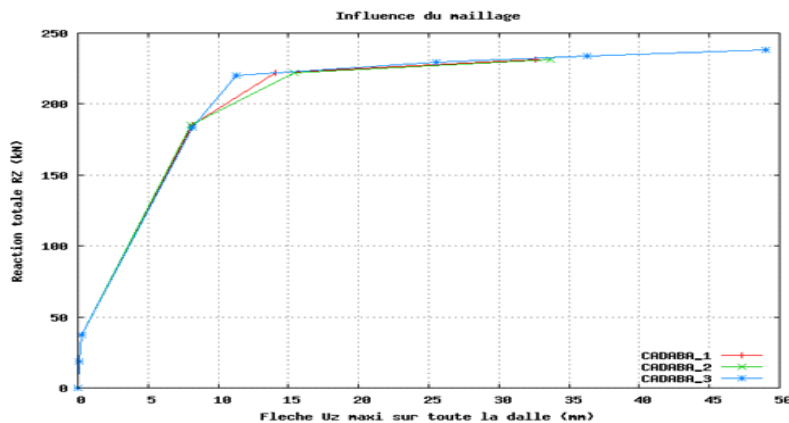


Figure 8. Influence du maillage

6.2 influence de la résistance en traction du béton

Compte tenu du peu de dépendance au maillage observée sur ces résultats globaux, on utilisera dans le reste de ce document un maillage à 300 nœuds. Vu l'éloignement relatif entre la réponse expérimentale et les simulations utilisant les paramètres de référence, on étudie l'influence de la résistance en traction du béton. Pour cela, les cas 1 et 4 sont comparés.

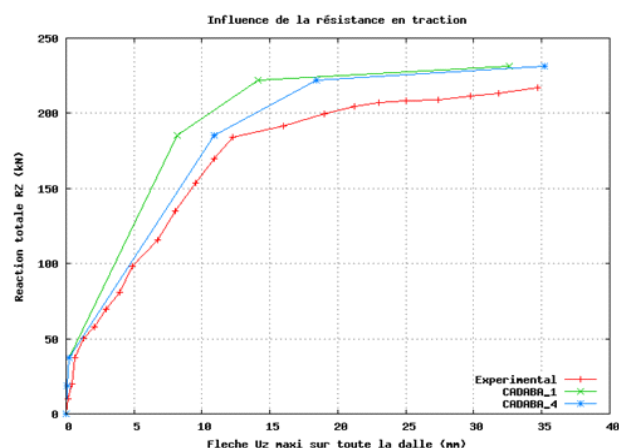


Figure 9. Influence de la résistance en traction du béton

Diminuer la résistance en traction du béton permet d'obtenir une rigidité après fissuration plus proche de l'essai expérimental. Cette diminution, par rapport aux données expérimentales, peut se justifier compte tenu de la difficulté à évaluer précisément la résistance en traction d'un béton (valeur théorique de calcul égale à 0 MPa , voir paragraphe 6.6). Pour un meilleur recalage des courbes il est également possible d'identifier la meilleure valeur pour le paramètre e_0 (cf. Tableau 3).

6.3 influence du module d'young de l'acier

Compte tenu de l'effet de la résistance en traction du béton, on prend pour nouvelle valeur de f_t , 2 MPa . On évalue à présent l'influence du module d'Young de l'acier (comparaison des cas 4 et 5, cf. Figure 10).

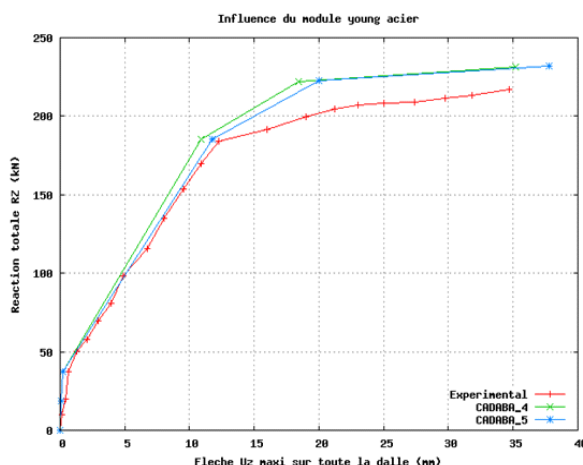


Figure 10. Influence du module d'Young de l'acier

Diminuer le module d'Young de l'acier de moins de 10% permet de s'approcher plus précisément de la réponse expérimentale. Cette modification des valeurs de référence reste acceptable compte tenu des incertitudes de mesure sur le paramètre.

6.4 influence du seuil de plastification des aciers

Compte-tenu de l'étude précédente, la résistance en traction du béton est choisie à 2 MPa et le module d'Young de l'acier à $180\,000 \text{ MPa}$.

On étudie à présent l'influence du seuil de plastification de l'acier (cas 5, 6 et 7, cf. Figure 11). La diminution du seuil de plastification des aciers permet, par définition, de faire apparaître le dernier régime de comportement (réponse de la structure dirigée par la rigidité de l'acier uniquement) plus tôt.

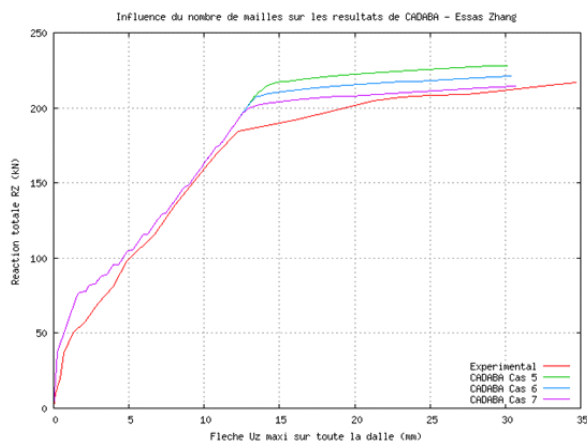


Figure 11. Influence du seuil de plastification des aciers

Dans notre cas, il devient ainsi possible de se rapprocher plus précisément de la réponse expérimentale. Selon qu'on cherche à caler au mieux la force de plastification des armature, ou le niveau de résistance ultime (capacité portante de la dalle) la valeur limite de plastification des armature peut être estimée entre 450 et 500 MPa .

6.5 influence de la raideur tangente

Compte tenu de la comparaison précédente, la résistance en traction est choisie à 2 MPa , le module d'Young de l'acier à $180\,000 \text{ MPa}$ et le seuil de plastification des aciers à 500 MPa . On étudie à présent l'influence de la raideur tangente de l'acier (cas 7, 8, cf. Figure 12).

La raideur tangente de l'acier gouverne le dernier régime de comportement de la structure. Elle permet donc de calibrer au mieux la pente finale de la courbe force – flèche. Dans notre cas, la valeur initialement retenue semble le bon choix à conserver.

6.6 commentaires sur les paramètres classiques

On souhaite ici comparer la réponse expérimentale avec les critères classiquement retenus pour les dalles en béton armé. En particulier, on considère une résistance en traction du béton nulle (cas 9) et on la compare à la réponse expérimentale et à sa meilleure approximation (cas 7) (Figure 13). Pour ce cas précis, la prise en compte d'une résistance en traction nulle pour le béton a peu d'influence sur la réponse simulée. On note que modifier la résistance en traction du béton induit surtout une modification sur le comportement initial du matériau (Figure 14) (phénomène non observé dans la Figure 9 compte tenu des discrétisations de chargement obtenues).

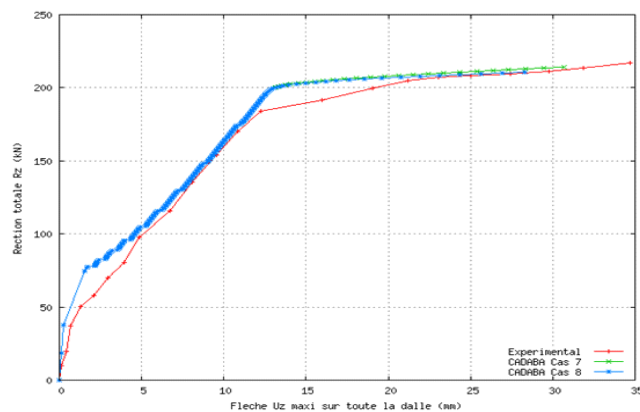


Figure 12. Influence de la raideur tangente de l'acier

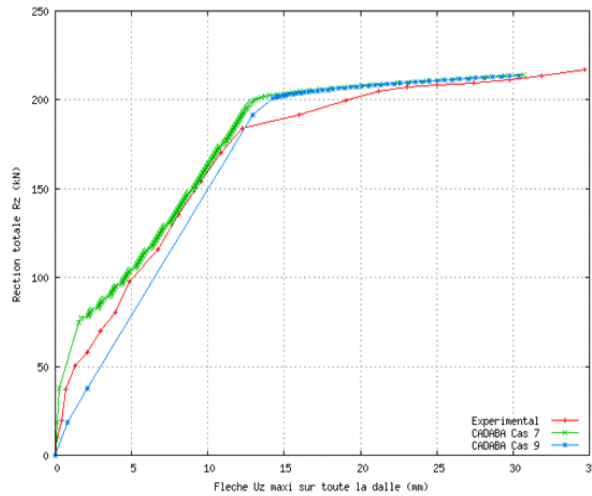


Figure 13. Prise en compte d'une résistance en traction nulle pour le béton.

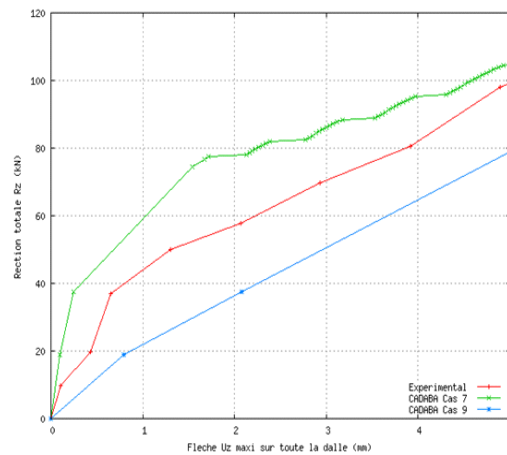


Figure 14. Zoom sur la partie initiale de la courbe.

Cependant l'influence de ce choix sur la capacité portante de la dalle est moins importante. En effet, en dehors de la contribution des couches faiblement tendues, et l'évolution de la hauteur de l'axe neutre, les effets sur la résistance de la section de la dalle sont plutôt négligeables.

6.7 résultats locaux (déformations)

Concernant l'état ultime, et la rupture des matériaux, en fin de la simulation du cas 7 on observe les résultats suivants (avec la simulation de la Figure 16 contenant plus de points de comparaison) :

$$e_{\text{béton comprimé}}^{\min} = -3,16 \text{ ‰}_{00} \quad \text{Critère d'arrêt} = -5 \text{ ‰}_{00}$$

$$e_{\text{acier tendu}}^{\max} = 26,16 \text{ ‰}_{00} \quad \text{Critère d'arrêt} = 25 \text{ ‰}_{00}$$

Ceci indique que les calculs se sont arrêtés par le dépassement du seuil de rupture des aciers. Les auteurs de [1] ont constaté un arrêt de l'essai par plastification des aciers tendus suivis par une rupture de la structure par compression du béton. En considérant la déformation ultime du béton proche de d'une valeur plus classique pour les situations statiques, de 3 ‰_{00} (dernier point de la courbe expérimentale), on remarque que les deux limites sont donc atteintes simultanément.

Cependant les résultats locaux (déformations) obtenus par une simulation par EF dépendent de la discrétisation spatiale. A titre d'information le Tableau 4 et la figure 15 indiquent le niveau de ces variations. Il est donc essentiel d'adopter des dimensions d'éléments finis permettant de restituer des déformations réalistes dans les matériaux. Les courbes de la Figure 15 comparent l'évolution des déformations du béton et de l'acier avec le niveaux de sollicitation. Les observations que l'on peut en tirer sont d'une part liées aux simulations uniquement, et d'autre part à la comparaison avec les mesures expérimentales. Les courbes correspondants aux Cas 7, 10 et 11, où seul le maillage a été modifié, indiquent qu'à partir du moment où les dégradations s'accroissent et se concentrent sur une partie du modèle, l'amplitude des mesures locales croissent inversement à la taille des mailles. Concernant les comparaisons avec les mesures expérimentales il faut rappeler que ces mesures ont été réalisées en un point fixe de la structure. La nature hétérogène du béton et la distribution des fissures rendent difficilement exploitables des observations ponctuelles à faible échantillon. En effet il suffit qu'une macro-fissure traverse la structure au droit d'une jauge, ou à quelques millimètres pour que les mesures apparaissent très variées. C'est d'ailleurs pour cette raison que dans le régime avant localisation des dommages toutes les courbes coïncident.

Concernant les déformations dans les aciers, la meilleure corrélation entre le calcul et les essais est obtenue pour le cas 11, où la taille des mailles est du même ordre que l'épaisseur de la dalle. Concernant les déformations du béton, il subsiste un écart entre le modèle et l'essai. Cet écart peut s'expliquer par le fait que dans la zone d'application de la charge, des contraintes localisées dues à l'application de la charge se superposent aux contraintes dues à la flexion de la dalle, et que ce phénomène local n'est pas représenté dans la modélisation en coques.

			déformations maximales obtenues pour une flèche de 30 mm	
Maillage	Nbr. de nœuds	Taille de la plus petite maille	$\epsilon_{\text{béton comprimé}}^{\text{min}}$	$\epsilon_{\text{acier tendu}}^{\text{max}}$
cas 7	300	9,6 cm	-3,0 ‰	25,4 ‰
cas 10	150	15,0 cm	-2,2 ‰	17,5 ‰
cas 11	60	25,0 cm	-1,5 ‰	10,7 ‰

**Tableau 4. Influence de la taille des mailles EF sur les résultats locaux
nécessaires à la détermination de la ruine numérique des modèles**

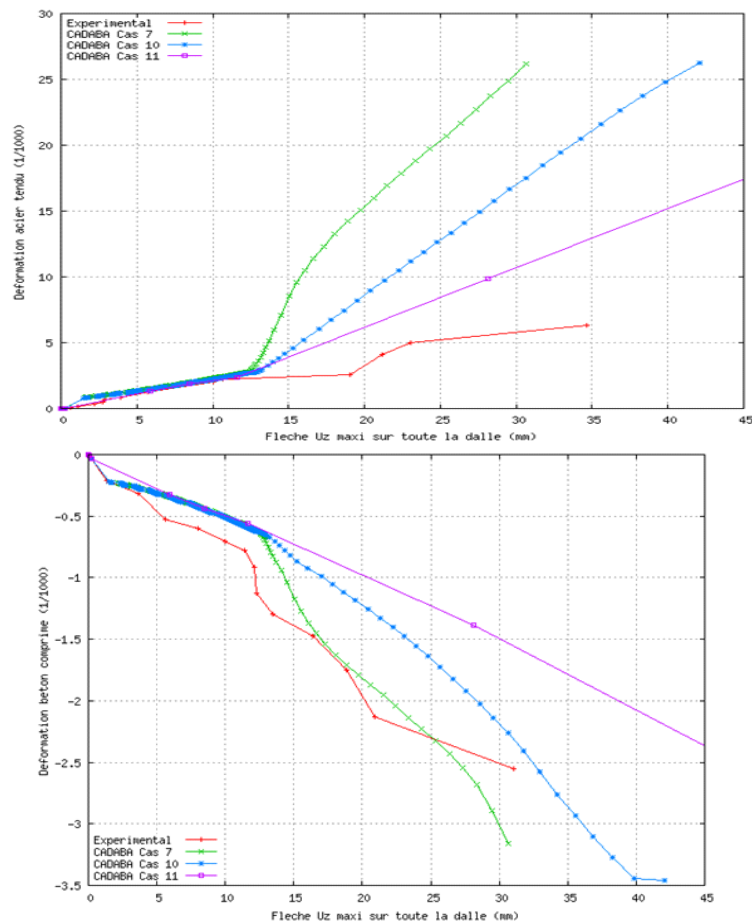


Figure 15. Evolution des déformations de béton et d'acier enregistrées lors de l'essai.

7. CONCLUSIONS

En conclusion, ces différents calculs ont permis :

- de montrer l'objectivité de la simulation par rapport à la discrétisation spatiale.
- de montrer la capacité de CADABA à reproduire un essai expérimental de dalle en béton armé. Concernant cet objectif, le cas 6 est retenu comme le meilleur calage (Figure 16). Les modifications des paramètres matériaux par rapport à la référence expérimentale sont acceptables (moins de 10%) au regard des données disponibles, et les conditions de caractérisation des paramètres mécaniques (essais normalisés, taille des éprouvettes, méthodes de mesure, etc).
- de mettre en évidence la sensibilité des résultats locaux nécessaire à la détermination de l'état ultime de la résistance des matériaux. Le choix de tailles de mailles proches de l'épaisseur de la dalle permettent de s'affranchir de ce biais.

Bien évidemment il est possible d'atteindre des calages encore plus fins, cependant le but de ce travail n'est pas d'obtenir un calage parfait entre la simulation et l'essai, mais plus de démontrer que les ingrédients mécaniques intégrés à l'outil de simulation peuvent fournir une estimation raisonnable du comportement d'une dalle, avec des jeux de données matériaux proches de valeurs standards.

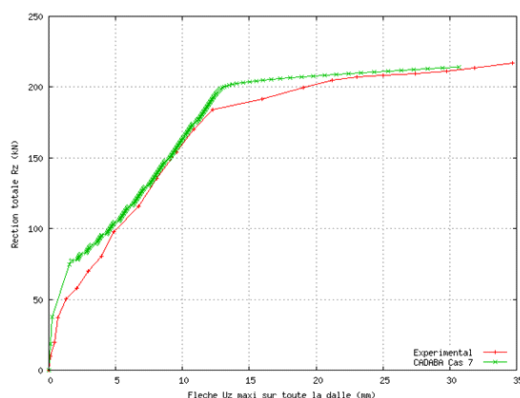


Figure 16. Comparaison assai/CADABA avec le jeux de paramètres retenu (cas 7)

8. DOCUMENTS DE REFERENCE

- 1 B. Zhang, R. Masmoudi, B. Benmokrane, *Behaviour of one – way concrete slabs reinforced with CFRP grid reinforcements*, *Constructions and Building Materials*, 18, pp. 625-635, 2004
- 2 BAEL 91 révisé 99 (NF P 18-702)