Forces de lame fluide en calcul transitoire sur base modale

Résumé :

Ce document présente une modélisation numérique des forces de lame fluide qui existent lorsque deux systèmes mécaniques, plongés dans un fluide, vibrent avec de faibles jeux entre eux.

Ces forces non-linéaires comportent des termes d'accélération qui nécessitent un traitement particulier pour les schémas d'intégration explicites classiques.

Un schéma itératif de type point fixe est proposé. Il permet de conserver l'architecture des schémas explicites de *Code_Aster*. Ces forces sont implantées dans l'opérateur DYNA_TRAN_MODAL [U4.54.03].

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Table des matières

1 Introduction..... 3
2 Expression analytique des forces de lame fluide dans une configuration géométrique simple..... 4
2.1 Configuration géométrique..... 4
2.2 Equations régissant le comportement du fluide..... 4
2.3 Résolution de l'écoulement de lame fluide avec profil uniforme..... 5
2.4 Résolution de l'écoulement de lame fluide avec profil parabolique..... 6
3 Etude du comportement dynamique d'un système à un degré de liberté en présence d'une lame fluide..... 8
3.1 Lancer d'une masse freinée par lame fluide avec profil uniforme..... 8
3.2 Lancer d'une masse freinée par lame fluide avec profil parabolique..... 10
4 Calcul d'un système multi degrés de liberté soumis localement à des forces de lame fluide..... 13
5 Implantation des forces non-linéaires de lame fluide..... 15
5.1 Intégration spécifique pour les forces de lame fluide..... 15
5.2 Utilisation des forces de lame fluide dans DYNA_TRAN_MODAL..... 15
6 Modèle de transition lame fluide - choc..... 16
7 Conclusion..... 17
8 Bibliographie..... 18
9 Description des versions du document..... 18

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Introduction

Dans le circuit primaire des centrales REP les composants mécaniques sont immergés dans un fluide. Pour certains de ces matériels, mis en vibrations par l'excitation du fluide primaire, la présence de jeux relativement réduits conduit à une fermeture plus ou moins importante de ces jeux voire à des contacts en milieu fluide. Des travaux numériques ont été menés dans le *Code_Aster* pour modéliser le contact sec entre structures mécaniques. Ces travaux ont été implantés dans un opérateur de calcul transitoire par recombinaison modale [bib3] et ont été validés par comparaison avec des essais menés sur la maquette MASSIF [bib4].

Les vibrations avec contact en milieu fluide présentent des caractéristiques différentes de celles observées en air. Lorsque le jeu se comble, il crée un écoulement fluide d'autant plus important que le jeu est faible. Cet écoulement est à l'origine de forces de pression agissant sur les structures antagonistes. Contrairement à la configuration en air, où les structures interagissent par des forces de contact, uniquement lorsque le jeu est comblé ; en milieu fluide cette interaction est permanente et dépend de façon non-linéaire des valeurs du jeu, de la vitesse normale des structures et de leur accélération. On qualifiera le fluide enfermé dans le jeu réduit de **lame fluide** ; les forces résultant de la compression du fluide seront les **forces de lame fluide**.

Pour des matériels comme les assemblages de combustible ou les crayons des grappes de commande ces forces de lame fluide induisent une modification des caractéristiques mécaniques de la structure en air (masse, amortissement). L'amortissement induit par la lame fluide peut être considérable, et il semble intéressant de le prendre en compte dans une modélisation de ces matériels.

Nous présentons, dans ce rapport, une configuration géométrique simple, où l'on peut intégrer l'écoulement dans la lame fluide moyennant certaines hypothèses sur le profil de l'écoulement et les pertes de charge aux bords. Nous déterminons ainsi les forces de pression exercées par le fluide sur la structure et dégageons une forme générale de leur expression en fonction du jeu, de la vitesse et de l'accélération relatives normales entre les structures.

Nous construisons des cas-tests de référence sur un système à un degré de liberté qui illustrent le comportement d'un système mécanique soumis à une force de lame fluide.

L'implantation numérique de ces forces non-linéaires dans *Code_Aster* est ensuite détaillée. Elle nécessite l'utilisation d'un algorithme de point fixe pour trouver les accélérations généralisées.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Expression analytique des forces de lame fluide dans une configuration géométrique simple

On se propose de déterminer ici de façon analytique les forces s'exerçant sur une structure vibrant dans un fluide incompressible au voisinage d'une paroi immobile.

2.1 Configuration géométrique

On se place dans le cas d'un problème d'écoulement plan (invariant dans la direction y de la [fig 2.1-a]). Un corps solide Ω est plongé dans un fluide Ω_f. Le solide possède une face plane Σ de largeur $2\mathrm{L}$ parallèle au plan yOz et vibre au voisinage d'une paroi fixe parallèle à ce plan.

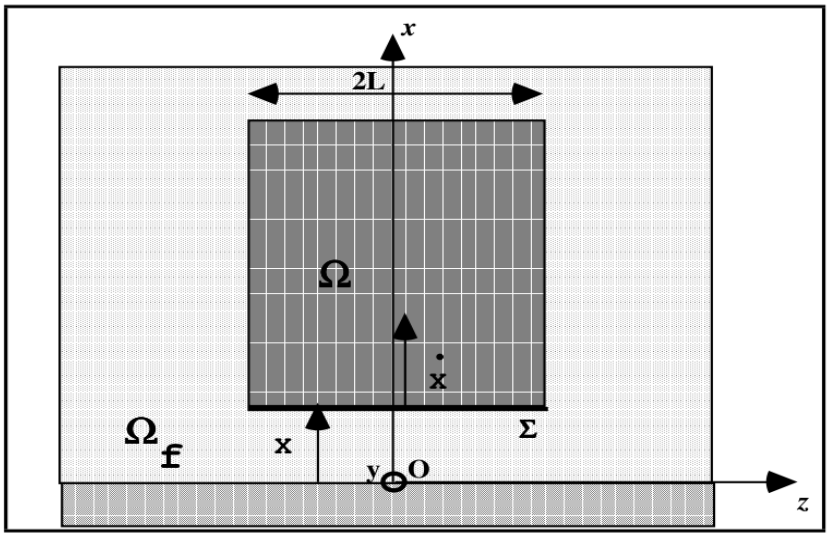


Figure 2.1-2.1-a : Configuration géométrique de la lame fluide

2.2 Equations régissant le comportement du fluide

Le problème est supposé invariant par translation selon l'axe y, on est donc ramené à un problème bi-dimensionnel.

Les vitesses dans le fluide seront notées :

$$\mathbf{v}(t)=\mathrm{u}(x,z,t).\mathbf{x}+\mathrm{w}(x,z,t).\mathbf{z}$$

On notera x,z, les coordonnées spatiales eulériennes du fluide, et $X,\dot{X},\ddot{X}$ les variables Lagrangiennes définissant la position, vitesse et accélération du solide.

Le fluide étant supposé incompressible, les composantes de la vitesses doivent vérifier :

$$\mathrm{div}(\mathbf{v})=0 \text{ soit } \frac{\partial \mathrm{u}}{\partial x}+\frac{\partial \mathrm{w}}{\partial z}$$

Le fluide vérifie également les équations de Navier-Stokes :

$$\rho\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+\mathrm{grad}(p)+\rho.\mathbf{v}.\mathrm{grad}(\mathbf{v})-\mu\nabla^2\mathbf{v}$$

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Dans la lame fluide on va supposer que le profil selon x de la composante w du champ de vitesse est de forme invariante par rapport à z . Cela revient à supposer qu'elle peut s'écrire sous la forme d'une fonction à variables séparées :

$$w(x,z,t)=w(x,z).\varphi(x,t)$$

On considère en général deux hypothèses assez simples de profil :

- **un profil de vitesse uniforme**,
- **un profil de vitesse parabolique ou écoulement de Poiseuille**, valable pour des vitesses w faibles,

2.3 Résolution de l'écoulement de lame fluide avec profil uniforme

L'écoulement selon z ne dépend pas de x :

$$w(x,z,t)=w(x,z)$$

On néglige en cela les effets de viscosité du fluide dans la lame.

Écrivons la relation d'incompressibilité du fluide, intégrée sur l'épaisseur de la lame fluide :

$$. \int_0^X (\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial x}+\frac{\partial \mathrm{w}}{\partial z}).dx=0, \quad \text{soit } [u]_0^X+\frac{\partial \mathrm{w}(z)}{\partial z}\int_0^X dx=0$$

Les conditions aux limites sont : $\mathrm{u}(X)=\dot{X}$ et $\mathrm{u}(0)=0$,

on obtient donc $\frac{\partial \mathrm{w}(z)}{\partial z}=-\frac{\dot{X}}{X}$ qui donne par intégration et en remarquant que $\mathrm{w}(0)=0$:

$$w(z)=-\frac{\dot{X}}{X}z$$

On en déduit alors immédiatement les champs de vitesse :

$$\mathrm{w}(x,z)=\mathrm{w}(z)=-\frac{\dot{X}}{X}z$$
$$\mathrm{u}(x,z)=\mathrm{u}(x)=\frac{\dot{X}}{X}x$$

En utilisant l'équation de Navier-Stokes pour décrire le comportement du fluide et en la projetant sur l'axe z , puis en remplaçant les expressions de u et de w établies plus haut, et en se plaçant dans l'hypothèse d'une lame de fluide mince ainsi qu'en considérant des hypothèses de pertes de charges [bib2], on peut montrer [bib5] que la force fluide a deux expressions différentes suivant le signe de $\dot{X}$

si $\dot{X}<0$:

$$F=-\frac{2}{3}\rho.L^3.Y\left\{\frac{\ddot{X}}{X}\right\}+\frac{4}{3}\rho.L^3.Y\left\{\frac{\dot{X}}{X}\right\}^2$$

si $\dot{X}>0$:

$$F=-\frac{2}{3}\rho.L^3.Y\left\{\frac{\ddot{X}}{X}\right\}-\frac{2}{3}\rho.L^3.Y\left\{\frac{\dot{X}}{X}\right\}^2$$

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On peut donner une expression générale de la force fluide pour le profil uniforme sous la forme :

$$F=\alpha.\left\{\frac{\ddot{X}}{X}\right\}+\beta.\left\{\frac{\ddot{X}}{X}\right\}^2+\delta\frac{\dot{X}.|\dot{X}|}{X^2}$$

Pour le profil uniforme, on a :

$$\alpha=-\frac{2}{3}.\rho.L^3.Y$$
$$\beta=\frac{1}{3}.\rho.L^3.Y$$
$$\delta=-\frac{2}{3}.\rho.L^3.Y$$

2.4 Résolution de l'écoulement de lame fluide avec profil parabolique

On donne à la vitesse horizontale w un profil parabolique qui a pour expression :

$$\mathrm{w}(x,z,t)=a.x.(X-x).\bar{W}(z,t)\ ,$$

$\bar{W}(z)$ étant la vitesse moyenne dans la lame et $a=\frac{6}{X^2}$

Écrivons la relation d'incompressibilité du fluide, intégrée sur l'épaisseur de la lame fluide :

$$\int_0^X\left(\frac{\partial \mathrm{u}}{\partial x}+\frac{\partial \mathrm{w}}{\partial z}\right).dx=0 \text{ soit } \left[\mathrm{u}\right]_0^X+\frac{\partial \bar{\mathrm{w}}(z)}{\partial z}\int_0^X\left[a.x.(X-x)\right]dx=0\ .$$

Les conditions aux limites donnent : $\mathrm{u}(X)=\dot{X}$ et $\mathrm{u}(0)=0$, on obtient donc l'expression : $\frac{\partial \bar{\mathrm{w}}(z)}{\partial z}=-\frac{\dot{X}}{X}$ qui donne par intégration et en considérant que $\mathrm{w}(0)=0$:

$$\bar{\mathrm{w}}(z)=-\frac{\dot{X}}{X}z$$

On en déduit alors immédiatement les champs de vitesse :

$$\mathrm{w}(x,z,t)=a.x.(X-x).\bar{\mathrm{w}}(z,t)=-6.x.(X-x).\frac{\dot{X}}{X^3}z$$
$$\mathrm{u}(x,z,t)=-\frac{x^2.(3X-2x)}{X^3}.\dot{X}$$

En utilisant l'équation de Navier-Stokes pour décrire le comportement du fluide et en la projetant sur l'axe z, puis en remplaçant les expressions de u et de w établies plus haut, et en se plaçant dans l'hypothèse d'une lame de fluide mince ainsi que des hypothèses de pertes de charges [bib2], on peut montrer [bib6] que la force fluide dans le cas d'un profil parabolique a deux expressions différentes suivant le signe de $\dot{X}$

si $\dot{X}<0$:

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$F=-\frac{2}{3}\rho.L^3.Y\left\{\frac{\ddot{X}}{X}\right\}-\frac{24}{3}\rho.L^3.Y\left\{\frac{\dot{X}}{X^3}\right\}+\frac{24}{15}\rho.L^3.Y\left\{\frac{\dot{X}}{X}\right\}^2$$

si $\dot{X}>0$:

$$F=-\frac{2}{3}\rho.L^3.Y\left\{\frac{\ddot{X}}{X}\right\}-\frac{24}{3}\rho.L^3.Y.\nu\left\{\frac{\dot{X}}{X^3}\right\}+\frac{2}{5}\rho.L^3.Y\left\{\frac{\dot{X}}{X}\right\}^2$$

On peut donner une expression générale de la force fluide sous la forme :

$$F=\alpha.\left\{\frac{\ddot{X}}{X}\right\}+\beta.\left\{\frac{\dot{X}}{X}\right\}^2+\chi\frac{\dot{X}}{X^3}+\delta\frac{\dot{X}.|\dot{X}|}{X^2}$$

avec les hypothèses formulées (profil parabolique), les coefficients valent :

$$\alpha=-\frac{2}{3}.\rho.L^3.Y$$
$$\beta=\frac{3}{5}.\rho.L^3.Y$$
$$c=-\frac{24}{3}.\rho.L^3.Y.\nu$$
$$d=-\rho.L^3.Y$$

L'expression de la force fluide ci-dessus représente donc la forme la plus complète et est celle implantée dans *Code_Aster*.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Etude du comportement dynamique d'un système à un degré de liberté en présence d'une lame fluide

Ce chapitre vise à intégrer de façon quasi-analytique un système avec lame fluide à un degré de liberté, et sert de références aux tests SDND110A [V5.01.110] et SDND111A [V5.01.111].

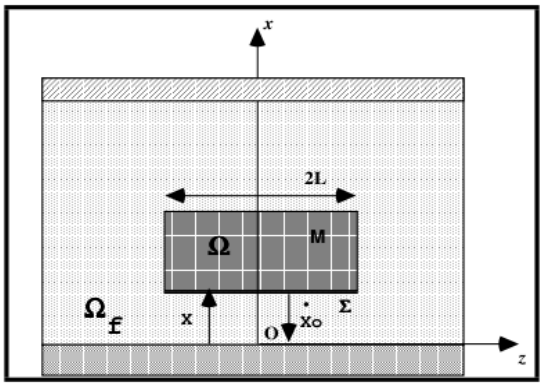


Figure 3-3-a : Masse amortie par une lame fluide

On considérera le système ci-dessus sans rigidité ni force extérieure appliquée.

La masse possède une vitesse initiale $-\dot{X}_0$, et une position X_0. On cherche à déterminer la position d'arrêt de la masse, l'évolution de la force de réaction. L'équation du système avec les 2 hypothèses de profil : uniforme et parabolique est la suivante :

$$\begin{cases} M\,.\,\ddot{X} = \alpha\,.\left\{\frac{\ddot{X}}{X}\right\} + \beta\,.\left\{\frac{\dot{X}}{X}\right\}^2 + \chi\frac{\dot{X}}{X^3} + \delta\frac{\dot{X}\,.|\dot{X}|}{X^2} \\ X(t=0) = X_0 \\ \dot{X}(t=0) = -\dot{X}_0 \end{cases}$$

3.1 Lancer d'une masse freinée par lame fluide avec profil uniforme

Pour le régime uniforme, l'équation différentielle régissant le mouvement d'arrêt de la masse s'écrit de la façon suivante: $M\,.\,\ddot{X} = \alpha\,.\left\{\frac{\ddot{X}}{X}\right\} + \beta\,.\left\{\frac{\dot{X}}{X}\right\}^2$.

On peut trouver dans [bib1] une résolution analytique dont nous rappellerons ici les principaux résultats. En intégrant une fois l'équation différentielle, on obtient une expression de la vitesse du projectile en fonction de sa position :

$$\dot{X} = -\dot{X}_0\,.\left(\frac{X_0+\lambda}{X_0}\right)^2\,.\left(\frac{X}{X+\lambda}\right)^2 \quad \text{où} \quad \lambda = \frac{\alpha}{M}$$

En intégrant encore une fois par rapport au temps cette équation différentielle il vient :

$$t = \frac{1}{\dot{X}_0}\,.\left(\frac{X_0}{X_0+\lambda}\right)^2\,.\left[X_0 - X + 2\lambda\,.\,Log\left(\frac{X_0}{X}\right) + \lambda^2\left(\frac{1}{X} - \frac{1}{X_0}\right)\right]$$

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On a donc une définition implicite du déplacement de la masse au cours du temps. On peut dégager les propriétés suivantes de ce mouvement :

- le solide ne peut toucher l'obstacle qu'au bout d'un temps infini,
- le solide s'approche à vitesse infiniment lente de l'obstacle.

La force fluide totale a pour expression :

$$F_{fluide}(X)=2.\lambda.M.\dot{X}_{0^2}.\left(\frac{X_0+\lambda}{X_0}\right)^4.\frac{X^3}{(X+\lambda)^5}$$

Sa valeur maximale est obtenue en annulant la dérivée de cette fonction. Elle est atteinte en $X_{F\max}=\frac{3}{2}\lambda$ et vaut $F_{Max\,fluide}=8.\frac{3^3}{5^5}.M.\frac{\dot{X}_0^2}{\lambda}.(\frac{X_0+\lambda}{X_0})^4$.

Les valeurs numériques considérées pour les calculs sont :

M = 1000 kg $2\mathrm{L}$ = 100 mm
X_0 = 6 mm, $\dot{X}_0$ = -0.1 m/s
ρ_f = 1000 kg/m^3 ν = 10^{-6}

Les coefficients α, β sont calculés selon la formule du paragraphe 2.3 et valent dans ce cas :

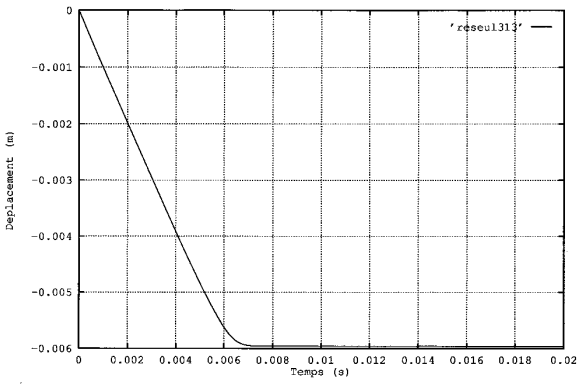
$$\alpha=-0.0833\ ,\beta=0.1666$$

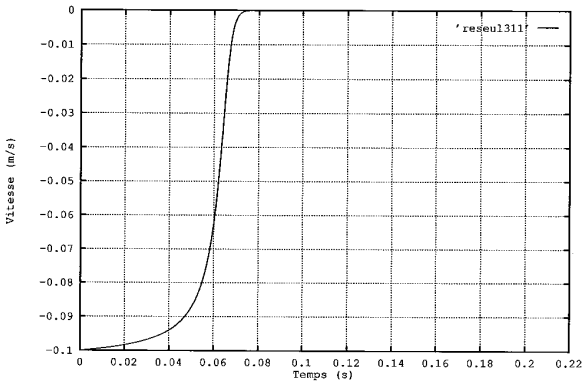
On peut observer ci-dessous le déplacement, la vitesse de la masse et la force fluide qu'elle subit. Le comportement de la masse est assez similaire à celui observé pour le régime parabolique. La force fluide maximale, déterminée de façon analytique au paragraphe précédent, vaut dans ce cas $8768\,N$. La masse dans ce cas s'approche de façon asymptotique de la paroi et ne l'atteint qu'au bout d'un temps infini.

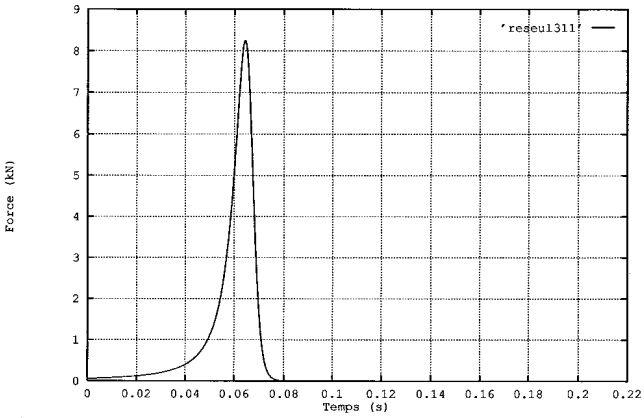
Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Remarque :

Sur le graphique, au bout des $0,2\,s$ de calcul il reste une distance de $1.\mathrm{e}^{-6}\,m$ à la paroi.







3.2 Lancer d'une masse freinée par lame fluide avec profil parabolique

La résolution analytique de l'équation différentielle régissant le comportement de la masse n'est plus possible. On se propose de déterminer de façon externe à tout code de calcul, la réponse dynamique de ce système à un ddl en présence d'une lame fluide. Cela a donné lieu au développement d'un programme FORTRAN dédié, développé à cette occasion.

Comme nous l'avons établi dans le paragraphe précédent, la force de réaction de la lame fluide prend la forme générale suivante :

$$F_{fluide}=\alpha.\left\{\frac{\ddot{X}}{X}\right\}+\beta.\left\{\frac{\dot{X}}{X}\right\}^2+\chi\frac{\dot{X}}{X^3}+\delta\frac{\dot{X}.|\dot{X}|}{X^2}$$

L'équation dynamique à laquelle est soumis ce système est la suivante :

$$M.\ddot{X}+K.X=F_{ext}+\alpha.\left\{\frac{\ddot{X}}{X}\right\}+\beta.\left\{\frac{\dot{X}}{X}\right\}^2+\chi\frac{\dot{X}}{X^3}+\delta\frac{\dot{X}.|\dot{X}|}{X^2}$$

Nous proposons une résolution par un schéma d'intégration temporel du problème dynamique.

L'expression du second membre est non classique car il fait intervenir l'accélération. On propose d'utiliser un schéma d'intégration explicite, qui nécessite l'expression de $\ddot{X}$, en fonction de X , $\dot{X}$. Il faut donc réécrire le système sous la forme :

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

$$(M - \frac{\alpha}{X_t}).\ddot{X}_t + K.X_t = F_{ext} + \alpha.\left\{\frac{\ddot{X}_t}{X_t}\right\} + \beta.\left\{\frac{\dot{X}_t}{X_t}\right\}^2 + \chi\frac{\dot{X}_t}{X_t^3} + \delta\frac{\dot{X}_t.|\dot{X}_t|}{X_t^2}$$

Nous utiliserons le schéma d'Euler modifié pour intégrer cette équation en temps :

$X_{0,}\dot{X}_0$ donnés à t_0 ,

Répéter

$$\ddot{X}_i = \frac{F_{ext} - K.X_i + \beta.\left\{\frac{\dot{X}_i}{X_i}\right\}^2 + \chi\frac{\dot{X}_i}{X_i^3} + \delta\frac{\dot{X}_i.|\dot{X}_i|}{X_i^2}}{M - \frac{\alpha}{X_i}}$$

$$t_{i+1} = t_i + dt$$
$$\dot{X}_{i+1} = \dot{X}_i + dt.\ddot{X}_i$$
$$X_{i+1} = X_i + dt.\dot{X}_i$$

tant que $t_{i+1} < t_{fin}$

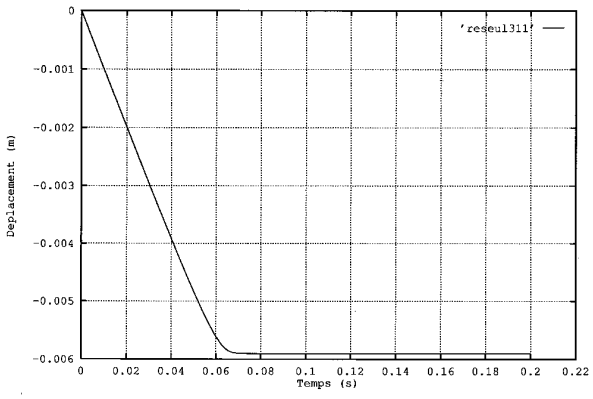
Pour le type de non-linéarités considérées, on ne dispose pas de critère de stabilité *a priori* du schéma d'intégration. On s'est donc assuré par une étude de convergence en diminuant le pas de temps de calcul que les résultats obtenus étaient stables.

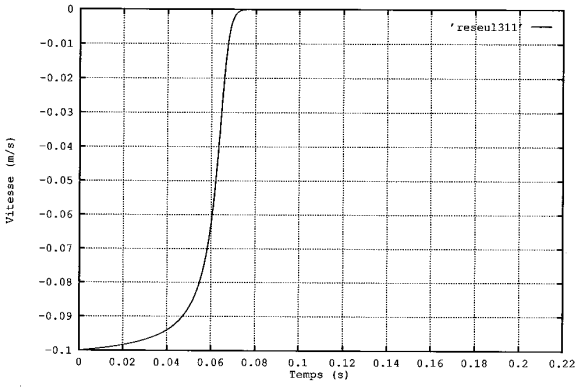
Les coefficients α , β et χ sont calculés selon la formule du paragraphe 2.4 et valent dans ce cas :

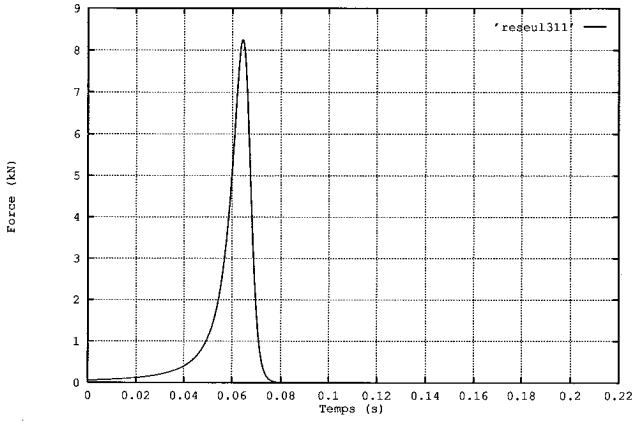
$$\alpha = -0.0833, \beta = 0.19992 \text{ et } \chi = -0.9996.10^{-6} \text{ et la masse } M = 1000\,\text{kg}$$

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

On peut observer ci-dessous le déplacement, la vitesse de la masse et la force fluide qu'elle subit. On constate qu'elle conserve une vitesse voisine de celle initiale avant d'être suffisamment proche de la paroi. Puis elle subit une force fluide importante qui dissipe toute l'énergie cinétique de la masse. La masse ne touche pas la paroi, mais conserve une distance asymptotique à la paroi, qui vaut $0.098\,mm$.







Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Calcul d'un système multi degrés de liberté soumis localement à des forces de lame fluide

Un moyen de simuler les forces de lame fluide est de les introduire comme forces non-linéaires dans l'algorithme de recombinaison modale DYNA_TRAN_MODAL [bib3] [U4.54.03], permettant de calculer la dynamique d'un système mécanique en réalisant une projection sur la base de ses modes libres.

Les algorithmes temporels de *Code_Aster* traitant les forces non-linéaires sont les schémas explicites d'Euler et de Devogelaere. Nous avons vu au chapitre précédent que la forme intrinsèque des forces de lame fluide pose un problème pour la résolution avec un schéma explicite. Une modification de l'algorithme DYNA_TRAN_MODAL permet un traitement approprié des forces de lame fluide.

Le problème dynamique direct discrétisé par éléments finis s'écrit :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}_t+\mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}_t+\mathbf{K}\mathbf{X}_t=\mathbf{F}_{ext}(t)+\mathbf{F}_{fluide}(\mathbf{X}_t,\dot{\mathbf{X}}_t,\ddot{\mathbf{X}}_t)$$

La technique utilisée dans l'opérateur DYNA_TRAN_MODAL consiste à projeter sur la base du système linéaire et de maintenir les forces non-linéaires au second membre.

Le système dynamique projeté prend la forme :

$$\boldsymbol{\Phi}^t.\mathbf{M}.\boldsymbol{\Phi}.\ddot{\eta}_t+\boldsymbol{\Phi}^t.\mathbf{C}.\boldsymbol{\Phi}.\dot{\eta}_t+\boldsymbol{\Phi}^t.\mathbf{K}.\boldsymbol{\Phi}.\eta_t=\boldsymbol{\Phi}^t.\mathbf{F}_{ext}(t)+\boldsymbol{\Phi}^t.\mathbf{F}_{fluide}(\boldsymbol{\Phi}.\eta_t,\boldsymbol{\Phi}.\dot{\eta}_t,\boldsymbol{\Phi}.\ddot{\eta}_t) \quad \textbf{éq 4-4-1}$$

Les méthodes d'intégration explicite nécessitent de déterminer $\ddot{\eta}_t$ connaissant $\eta_t,\dot{\eta}_t$ et éventuellement leurs valeurs antérieures.

On voit donc dans l'expression du système [éq 4-1] ci-dessus que $\ddot{\eta}_t$ n'est pas donnée de façon explicite en fonction de $\eta_t,\dot{\eta}_t$. A partir de ce moment, on propose d'utiliser une méthode de point fixe pour obtenir les accélérations généralisées.

Ceci est obtenu en appliquant les opérations suivantes:

$\ddot{\eta}_t^0=\ddot{\eta}_{t-1},\eta_t,\dot{\eta}_t$ donnés

répéter jusqu'à convergence :

$$\ddot{\eta}_t^{i+1}=[\boldsymbol{\Phi}^t.\mathbf{M}.\boldsymbol{\Phi}]^{-1}.(\boldsymbol{\Phi}^t.\mathbf{F}_{fluide}(\boldsymbol{\Phi}.\eta_t,\boldsymbol{\Phi}.\dot{\eta}_t,\boldsymbol{\Phi}.\ddot{\eta}_t^i)+\boldsymbol{\Phi}^t.\mathbf{F}_{ext}(t)-\boldsymbol{\Phi}^t.\mathbf{C}.\boldsymbol{\Phi}.\dot{\eta}_t-\boldsymbol{\Phi}^t.\mathbf{K}.\boldsymbol{\Phi}.\dot{\eta}_t)$$

la convergence est testée par $\|\ddot{\eta}_t^{i+1}-\ddot{\eta}_t^i\|<\varepsilon\|\ddot{\eta}_t^i\|$.

Malheureusement cette technique d'itération du point fixe n'est pas nécessairement convergente. Pour cela, il faut que l'opérateur linéaire itéré soit contractant. Or pour des épaisseurs de lame fluide faibles, les termes de forces d'inertie peuvent être très importants et donc empêcher la convergence des itérations de point fixe. Elle n'est donc pas implantée telle qu'elle dans l'opérateur DYNA_TRAN_MODAL.

Nous allons analyser plus en détail l'opérateur $\boldsymbol{\Phi}^t.\mathbf{F}_{fluide}(\boldsymbol{\Phi}.\eta_t,\boldsymbol{\Phi}.\dot{\eta}_t,\boldsymbol{\Phi}.\ddot{\eta}_t)$, pour en extraire la partie diagonale et la faire passer au premier membre.

En un nœud n comportant un effet de lame fluide, la force d'inertie fluide va s'exprimer sous la forme, linéaire en accélération :

$$F_{inertie}=\alpha.\frac{\ddot{X}_n}{X_n}$$

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

Les grandeurs $\ddot{X}_n, X_n$ sont exprimées dans un repère local. Elles sont donc obtenues par une opération d'extraction $\mathbf{P}$ du vecteur assemblé global, suivie d'une série de rotations $\mathbf{R_n}$ pour obtenir dans le repère local, suivie d'une extraction $\mathbf{E}_\mathrm{n}$ de la composante normale.

On notera ces opérations de façon matricielle $\ddot{\mathbf{X}}_\mathrm{n} = \mathbf{E}_\mathrm{n} . \mathbf{R}_\mathrm{n} . \ddot{\mathbf{X}}$.

De façon similaire, la force d'inertie locale doit être retournée dans le repère physique et à la dimension du vecteur assemblé, avant d'être projetée sur la base $\boldsymbol{\Phi}$. Ces opérations peuvent être notées de façon matricielle: $\boldsymbol{\Phi}^t . \left\{ \mathbf{F} \right\} = \boldsymbol{\Phi}^t . \mathbf{P}^\mathbf{t} . \mathbf{R}_\mathrm{n}^{-1} . \mathbf{E}_\mathrm{n}^\mathrm{t} \mathbf{F}_{fluide}$

Le vecteur des forces généralisées représentant la composante d'inertie de la lame fluide est :

$$\boldsymbol{\Phi}^t . \mathbf{F} = \frac{\alpha}{X_n} \boldsymbol{\Phi}^t . \mathbf{P}^\mathbf{t} . \mathbf{R}_\mathrm{n}^{-1} . \mathbf{E}_\mathrm{n}^\mathrm{t} . \mathbf{R}_\mathrm{n} . \mathbf{P} . \boldsymbol{\Phi} . \ddot{\boldsymbol{\eta}} .$$

Dans le cas général, on ne peut déterminer une fois pour toute la valeur de ce produit matriciel car il dépend du repère local donc de la position de la structure par rapport à la lame fluide. On propose d'utiliser une approximation de cette matrice sous la forme :

$$\mathbf{m}'_t = \frac{\alpha}{X_n^t} . \boldsymbol{\Phi}^t . \mathbf{P}^\mathbf{t} . \mathbf{P} . \boldsymbol{\Phi}$$

Pour rendre l'opérateur de point fixe contractant il suffit de modifier la matrice de masse de l'opérateur d'itération en lui retranchant la matrice $\mathbf{m}'$. Cela revient à lui ajouter en fait de la masse car α est négatif.

On utilisera dans l'algorithme d'Euler modifié pour la prise en compte des effets de lame fluide, l'algorithme de point fixe ci-contre:

$\ddot{\boldsymbol{\eta}}_t^0 = \ddot{\boldsymbol{\eta}}_{t-1}$ répéter jusqu'à convergence :

$$\ddot{\boldsymbol{\eta}}_t^{i+1} = \left[\boldsymbol{\Phi}^t . \mathbf{M} . \boldsymbol{\Phi} - \sum_{noeuds\ fluide} \lambda . \mathrm{diag}(\mathbf{m}'_n) \right]^{-1} .$$
$$(\boldsymbol{\Phi}^t . \mathbf{F}_{fluide}(\boldsymbol{\Phi} . \eta_t, \boldsymbol{\Phi} . \dot{\eta}_t, \ddot{\eta}_t^i) - \sum_{noeuds\ fluide} \lambda . \mathrm{diag}(\mathbf{m}'_n) . \ddot{\eta}^i_t + \boldsymbol{\Phi}^t . \mathbf{F}_{ext}(t) - \boldsymbol{\Phi}^t . \mathbf{C} . \boldsymbol{\Phi} . \dot{\eta}_t - \boldsymbol{\Phi}^t . \mathbf{K} . \boldsymbol{\Phi} . \eta_t)$$

la convergence est testée par $\|\ddot{\boldsymbol{\eta}}_t^{i+1} - \ddot{\boldsymbol{\eta}}_t^i\| < \varepsilon \|\ddot{\boldsymbol{\eta}}_t^i\|$, où ε est une précision donnée pour l'arrêt des itérations.

Le paramètre λ. choisi supérieur à un, est utilisé pour garantir le caractère contractant des itérations de point fixe. En pratique, on choisit pour valeur $\lambda = 10$ ce qui semble garantir la convergence dans tous les cas observés, on peut éventuellement modifier ce paramètre en cas de problèmes de convergence. Il n'existe pas de résultat théorique donnant un choix optimal pour λ. On sera éventuellement conduit à modifier cette valeur suivant l'importance des forces non-linéaires dans la réponse du système, pour améliorer la convergence du calcul de l'accélération.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Implantation des forces non-linéaires de lame fluide

5.1 Intégration spécifique pour les forces de lame fluide

Les forces de lame fluide sont compatibles avec les schéma d'intégration nommés 'EULER' et 'ADAPT' dans l'opérateur DYNA_TRAN_MODAL. Le traitement des forces de lame fluide n'est activé que lorsque des lames fluides sont présentes dans le modèle ce qui garantit un maintien des performances des algorithmes EULER et DEVOGE antérieurs, et permet d'utiliser dans le cas d'une lame fluide, une option spécifique mais conservant néanmoins les non-linéarités et les fonctionnalités existantes de l'algorithme initial.

5.2 Utilisation des forces de lame fluide dans DYNA_TRAN_MODAL

Les forces de lame fluide sont prévues pour fonctionner comme les non-linéarités de choc, c'est à dire, qu'un effet de lame fluide peut agir entre un point d'une structure et un obstacle fixe, ou entre deux points de deux structures antagonistes.

Les paramètres de lame fluide sont donc fournis dans le mot-clé facteur CHOC de l'opérateur DYNA_TRAN_MODAL. La syntaxe sous ce mot-clé sera la suivante :

```
◊  CHOC: (
                ....
             ♦  RIGI_NOR  : K_N   [r8]
                ....
             ◊  LAME_FLUIDE :/   'NON'          [DEFAUT]
                                 /  rep         [Kn]
             ◊  ALPHA  :         /  0.             [DEFAUT]
                                 /  α              [R8]
             ◊  BETA   :         /  0.             [DEFAUT]
                                 /  β              [R8]
             ◊  CHI    :         /  0.             [DEFAUT]
                                 /  χ              [R8]
             ◊  DELTA  :         /  0.             [DEFAUT]
                                 /  δ              [R8]

          )
```

Le mot-clé LAME_FLUIDE permet de préciser si l'interaction entre le nœud et l'obstacle ou entre les deux noeuds a lieu en présence d'une lame fluide. Par défaut la liaison est supposée de type contact sec.

Les mots-clés ALPHA, BETA, CHI, DELTA permettent de décrire la forme de la force non-linéaire de lame fluide, leurs valeurs correspondent aux coefficients α,β,χ,δ sont mentionnés dans le chapitre [§2]. Ils permettent de définir au choix un profil uniforme ou parabolique.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

6 Modèle de transition lame fluide - choc

Les études motivant le développement des forces de lame fluide comportent des situations où la structure vibre en présence de lame fluide et peut même selon certaines conditions d'excitation aller jusqu'au contact sec avec l'obstacle en cas de rupture de film fluide.

Cette situation est particulièrement difficile à gérer numériquement de par la nature de l'expression des forces de lame fluide utilisée. En fait, on est obligé de considérer une limite de validité physique à l'expression de ces forces de lame fluide, limite au delà de laquelle il faut transiter vers des conditions de contact mécanique (sec) entre les structures.

On introduit donc par la même occasion la notion d'**épaisseur de lame fluide limite** au delà de laquelle le modèle de lame fluide seul n'est plus valable, et la lame devient en fait incompressible.

Pour conserver à la force de réaction (lame fluide et contact) un caractère continu, nous avons introduit une fonction de pondération qui permet de transiter continûment d'une force de répulsion de lame fluide à une force de répulsion de type contact sec.

$$\mathrm{f}_{\mathrm{ponder}}(d_n)=0 \text{ si } d_n \leq 0$$

$$\mathrm{f}_{\mathrm{ponder}}(d_n)=1 \quad \text{si} \quad d_n^3 \geq \varepsilon$$

$$\mathrm{f}_{\mathrm{ponder}}(d_n) \text{ de continuité } C^0 \text{ pour } d_n \in [0,\varepsilon]$$

Dans la zone de transition $d_n \in [0,\varepsilon]$, la force de réaction s'écrit :

$$F_{réaction}=\mathrm{f}_{\mathrm{ponder}}(d_n)\times \mathrm{F}_{\mathrm{fluide}}(d_n,\dot{d}_n,\ddot{d}_n)+(1-\mathrm{f}_{\mathrm{ponder}}(d_n))\times Fchoc(d_n-\varepsilon,\dot{d}_n)$$

La couche limite ε est déterminée dynamiquement avec une heuristique selon la formule :

$$\varepsilon=\frac{\mathrm{F}_{\mathrm{fuilde}}(d_n,\dot{d}_n,\ddot{d}_n)}{K_N} \qquad \textbf{éq 6-6-1}$$

Si cette couche limite est atteinte ou dépassée $d_n \leq \varepsilon$ par la paroi de la structure on entre dans une phase de transition vers le choc. La valeur d'épaisseur limite est alors archivée et le modèle de transition est utilisé jusqu'à ce que d_n redevienne $\geq \varepsilon$.

On explique physiquement le choix de la formule [éq 6-1] pour déterminer l'épaisseur de lame fluide en considérant que dans cette situation la force de lame fluide est telle qu'elle peut déformer la structure sur sa raideur de choc et donc la lame fluide en elle même devient incompressible, d'où la nécessité de transiter vers le modèle de force de choc.

Remarque : Utilisation des forces de lame fluide avec le modèle de transition

Le modèle de transition fluide - choc a été introduit de façon systématique. Dès qu'on introduit une force de lame fluide, on peut transiter vers le choc. Il faut donc systématiquement introduire une raideur de choc K_N (mot-clé `RIGI_NOR`). Si l'on souhaite ne jamais transiter vers un contact sec (principalement pour des cas-tests) il faudra prendre une valeur de K_N très grande (10^{15}).

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

7 Conclusion

Ce document décrit l'expression des forces fluides qui s'exercent lorsqu'une structure vibre au voisinage d'une paroi plane, dans un fluide incompressible au repos (**mis en écoulement par le mouvement de la structure**). Ces forces sont dénommées **forces de lame fluide**.

Pour deux hypothèses de profil d'écoulement dans la lame, une forme analytique de la force est établie. Cette dernière dépend de façon non-linéaire de l'accélération, de la vitesse et de la position de la structure par rapport à l'obstacle.

Pour un système à un degré de liberté avec vitesse initiale amortie par une lame fluide, un calcul analytique a pu être mené avec un profil uniforme. Pour l'autre profil, ainsi que pour des configurations de système masse ressort, une intégration numérique a été nécessaire. On a pu analyser sur ces calculs le comportement de la lame fluide, qui introduit notamment un fort amortissement.

Le traitement de ces forces pour des systèmes à plusieurs degrés de liberté a conduit à modifier l'algorithme explicite d'intégration sur base modale de DYNA_TRAN_MODAL pour intégrer correctement l'effet dynamique de ces forces dans *Code_Aster*.

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

8 Bibliographie

1) J. CHRIGUI - "Contribution à l'étude des chocs de structures en présence de fluide", Thèse présentée à l'INSTN 12 Juillet 1986

2) I. E. IDEL'CIK "Memento des pertes de charges", Eyrolles Editeur Paris, 1969, Collection du Centre de Recherche et d'Essais de CHATOU

3) G. JACQUART - "Opérateur DYNA_TRAN_MODAL", Documentation d'Utilisation *Aster* [U4.54.03], Version 2.7

4) D. BOSSELUT, G. JACQUART, D. BANC -"Vibrations avec chocs. Validation expérimentale bi-axiale sur le banc MASSIF", Rapport EDF DER HP-61/92.158

5) G. JACQUART - "Modélisation des forces de lame fluide", Rapport EDF DER HP-61/94.159/ A

9 Description des versions du document

Version Aster	Auteur(s) Organisme(s)	Description des modifications
3	G.Jacquart EDF-R&D/AMV	Texte initial

Copyright 2015 EDF R&D - Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)